
Bibliotheca Alexandrina
0111965

دكتور صفوت فرج
قسم علم النفس - جامعة القاهرة

الإحصاء فى علم النفس

الطبعة الثالثة
١٩٩٦

الناشر
مكتبة الأنجلو المصرية
١٦٥ شارع محمد فريد - القاهرة

الاحصاء فى علم النفس

دكتور صفوت فرج

الناشر : مكتبة الأنجلو المصرية

الطبعات : ١٩٨٢ ، ١٩٨٥ ، ١٩٩٦

طبع بالدار المصرية للطباعة والنشر

٢٨٩ شارع فيصل - حسن محمد - الهرم

رقم الإيداع بدار الكتب: ٢٦٥٣ / ١٩٩٦

الترقيم الدولى: 977-05-1439-X



إلى أمى

مقدمة الطبعة الثالثة

تمثل دراسة الإحصاء بالنسبة لدارس علم النفس ، سواء أكان طالبا أو باحثا أو ممارسا لمهنة الإخصائى النفسى أهمية بالغة ، إذ أنها الأداة والوسيلة المباشرة التى تتحول من خلالها المعرفة الكيفية بالظاهرة النفسية وقوانينها إلى علم يختص بالتفسير والتنبؤ واكتشاف الفروق والعلاقات .

والتكميم بالنسبة لأى علم ليس هدفا فى حد ذاته ، بل أساساً للسعى لاكتشاف الانتظام والقانون فى الظواهر التى يختص بها هذا الفرع أو ذاك من فروع العلم . وبالنسبة لعلم النفس نؤرخ دائما لميلاده كعلم بإنشاء ڤونت لأول معمل لعلم النفس فى ليبزج عام ١٨٧٩ حيث أصبح التجريب هو المنهج الذى تكتشف من خلاله القوانين . وإذا كانت التجربة هى سلاح العلم ، فإن الإحصاء هو ذخيرة هذا السلاح .

وقد زاد الاهتمام خلال العقد الأخير بوجه خاص بدراسة الإحصاء كجزء جوهرى من متطلبات دراسة علم النفس فى أغلب - إن لم يكن فى كل - الجامعات المصرية والعربية ، وأصبحت المشكلة بعد ذلك هى كيف يتمكن الطالب المبتدئ من الربط بين محتوى تخصصه السيكولوچى الذى يتعلمه بوصفه معطيات جاهزة عن السلوك والأداء المعرفى للأفراد والجماعات فى سوائهم واضطرابهم وبين الإحصاء وقضاياه وممارساته . وهى مشكلة غالبا ما لايتمكن الطالب من استيعاب أبعادها إلا عندما يبدأ فى دراسة مناهج البحث ، مالم يكن هناك ربط أساسى فى دراسته للاحصاء بين فنياته وأساليبه وطرقه بوصفها معالجات لحل مشكلات تخصصه ، وما لم يمارس تدريباته الاحصائية من خلال مشكلات ذات طبيعة سيكولوچية فى الأساس .

إن اللغة الإحصائية ومفرداتها ونحوها تبدو أحيانا لطالب علم النفس لغة أجنبية عن تخصصه مالم يجد المترجم المناسب الذى يربط بين مفردات علم النفس ومفردات الإحصاء ونحو علم النفس ونحو الإحصاء .

وقد نجح هذا الكتاب فى طبعتيه الأولى والثانية فى القيام بهذه المهمة لسبب بسيط للغاية وهو أن كاتبه متخصص فى علم النفس ويتعامل بالوقائع والظواهر النفسية ، ويعرض مشكلاتها ، ويستخدم أمثلة من الخبرة البحثية التى يعيشها المتخصص فى علم النفس .

وكما أدى الكتاب مهمته خلال السنوات السابقة بنجاح ، فإننا نتوقع أن يؤديها فى طبعته هذه بالقدر نفسه من النجاح أو يزيد .

١٩٩٦/١/١

صفوت فرج

مقدمة الطبعة الثانية

استقبلت الطبعة الأولى من هذا الكتاب استقبالا حسنا من الدارسين والباحثين في علم النفس ، ويعد هذا الاستقبال الطيب أصدق تعبير عن أن المنحى الذى اختطه الكتاب فى تقديمه لموضوعه قد حقق الأهداف المرجوة منه .

وقد يكون الاختلاف الرئيسى بين هذا الكتاب وغيره من كتب الاحصاء والكثير منها جيد للغاية ، هو أنه التزم بخطة واضحة المعالم محورها الرئيسى الدارس المتخصص فى علم النفس ، وهو فى الغالب شخص يفتقد الخلفية الرياضية وغير مدرب على استخدام الرموز والأرقام ويشعر بعدم الالفة ازاء النصوص الاحصائية التى تخاطبه بلغة ونماذج تخرج عن اطار تخصصه .

لكل هذا حظى هذا الكتاب بقبول جيد ، فهو يخاطب دارس علم النفس بلغته ومفاهيمه مستخدما أمثلة من مجاله ، ومقدما له حلولا لمشكلته التخصصية مفسرا له العلاقة بين المفاهيم الاحصائية وتطبيقاتها السيكولوچية والبحثية .

فضلا عن ذلك فإن فرصة الاستمرار فى تدريس الاحصاء لطلاب علم النفس أتاحت المجال لإضافة تعديلات وإيضاحات دقيقة وإحداث تغييرات فى مواضع بعض المعالجات التى نقلت من فصل إلى آخر أو أعيد ترتيب بعضها لتحتل موضعا أكثر ملائمة من موضعها السابق ، وهو ماراعيناه فى الفصلين الخامس والسادس - كما قدمت أضافات محدودة فى بعض المفاهيم والأمثلة والتمارين بما يحقق أفضل فائدة .

وقد امتدت بعض التعديلات من تعديل لكلمة واحدة فى السياق إلى إعادة صياغة فقرات بأكملها بهدف اضافة مزيد من الدقة فى التواصل بين المؤلف والقارئ .

وقد أسهم عدد من تلاميذى المخلصين فى دفع الكتاب إلى طبعته الثانية ليظهر فى صورته الحالية المنقحة والمعدلة وكان لهم فضل يستحق التنويه منهم الاستاذ ماجد جورج الذى بذل جهدا مشكورا فى مراجعة أصول هذه الطبعة ومتابعتها والاستاذين خالد عبد المحسن بدر ومعتز سيد عبد الله الذين تكرما باعداد فهرس الموضوعات والذى يضيف للكتاب مزيدا من الفائدة المستهدفة منه .

وفى الوقت الذى أقدم فيه هذه الطبعة الجديدة أتمنى ظهور ثمارها فى صورة تشكيل للعقلية العلمية لأبناء التخصص ومزيد من البحث العلمى الذى تظهر فيه معالم الأصالة والتجديد .

فبراير ١٩٨٥

صفوت فرج

مقدمة الطبعة الأولى

يفكر كل إنسان فى عصرنا الحاضر تفكيرا إحصائيا ، ولايستطيع أحد أن يواكب التقدم الحضارى دون هذا التفكير الإحصائى ، وبينما يعرف القليل منا ذلك، فإن الكثيرين يفكرون إحصائيا بطريقة تلقائية دون أن يخطر ببال أى منهم أنه يمارس الإحصاء .

فنحن نمارس الإحصاء عندما نقف فى الصباح انتظارا لحافلة ونلقى نظرة تقديرية على عدد المنتظرين ، ثم نتخذ قرارا إحصائيا بركوب الحافلة القادمة أو انتظار التالية ، فى ضوء توقعات إحصائية لموجات الزحام السابقة والتالية وتركيز تدفق الناس فى فترة متوسطة قبل بدء مواعيد الأعمال . ونحن نمارس الإحصاء عندما نوزع دخلنا الشهرى على بنود للإنفاق فى ضوء ما أنفقناه فى الشهور السابقة ، ونحن نفكر إحصائيا أيضا عندما نربط بين برودة فصل الشتاء وزيادة مبيعات فيتامين ج أو بين زيادة سرعة السيارة بضع كيلومترات لنصل لمقصدنا مبكرين بضع دقائق .

وبينما يجعل مثل هذا التفكير كثيرا من الامور والظواهر مفهومة وواضحة ، فإنه يمكننا من جانب آخر من اتخاذ قرارات مناسبة ، وتنظيم أمور حياتنا بطريقة أفضل وأكثر صحة ودقة . وإذا كان العالم يحارب المجهول بسلاح التجربة ، فإن الإحصاء - دون شك - يعد ذخيرة هذا السلاح ، فلاتقوم تجربة يمتد صاحبها بنتائجها من مجال محدود إلى مجتمع الظواهر الخارجية دون إحصاء ، إحصاء ينتخب من خلاله العينات بالأسلوب المناسب ، وإحصاء ينظم من خلاله بياناته الأولية ويصنفها ، وإحصاء ينتهى من خلاله لاستدلالات مضبوطة .

لكل هذا أصبح التزود بالإحصاء وبجرعة كافية منه ، ضرورة كبيرة الأهمية للباحث الذى يرغب فى ممارسة البحث العلمى ، وللدارس المتخصص الذى يتابع

النشاط البحثى المستمر فى عصر أصبح لايخلو فيه تقرير علمى أو مقال من معالجة وعرض احصائى للنتائج ومناقشة لمعاملات احصائية ودلالتها ، وحتى المثقف العادى أصبح لايستطيع أن ينعزل عن طابع المجتمع ولغة حديثه ليعيش فى عالم لفظى ملىء بالمترادفات أو الصيغ اللفظية ، فهو فى حاجة إلى منطق صلب تتميز فيه الحقائق بوضوح ، ويعرف من خلاله درجة ثقته فى شئ ما ومقدار تأكده من معلومة أو حقيقة أو نتيجة معينة ، لهذا السبب يمكننا أن نتوقف قليلا أمام الشعار الذى يسعى رجال المنطق الوضعى لتحقيقه لنصل بالإنسان إلى أقصى مراتب التقدم والدقة .. شعار يقولون فيه : « تعالوا نتحاسب بدلا من أن نقول تعالوا نتجادل » أنه هدف يسعى بالإنسان إلى الخضوع لمنطق الأرقام ودقته ، ومانخرج به بواسطة خطوات هذا المنطق من نتائج صادقة ومضبوطة .

وليس دارسوا العلوم الإنسانية بأقل قدرة من غيرهم على فهم كل هذه الاعتبارات وليس الباحثون منهم أقل شجاعة ومبادرة فى اقتحام ميدان التجربة والإحصاء ، بل لعل العكس هو الصحيح ، فقد اشترك الكثير من علماء النفس فى تطوير أساليب ومناهج تجريبية وإحصائية ، وكان لهم الفضل فى تقديمها وتوفيرها للنظم العلمية الاخرى .

إلا أن المشكلة الحقيقية تتمثل فى أن الغالبية العظمى من جمهور دارسى العلوم الانسانية اتجهوا إلى دراستهم هذه إما نتيجة لتوفر استعدادات ذات طابع أدبى ونظرى لديهم ، أو اتجهوا لهذه الدراسة هربا من العلوم الطبيعية ذات الصياغات الرمزية الصارمة ، وفى الحالتين أصبحوا مهيئين انفعاليا ووجدانيا لعدم تقبل الاحصاء ، أو تحدى صيغة الرمزية البسيطة ، وقد ساعد على استمرار هذا الوضع أن أغلب من يقومون بتدريس الاحصاء لطلاب علم النفس من أصحاب الخلفية الرياضية وليس الخلفية النفسية أو الاجتماعية ، وهو ما أدى إلى غربة عن ميدان التخصص سواء فى الأمثلة المقدمة أو طبيعة المعالجات التى يقدمها الاحصاء

لمشكلاتهم بشكل عيانى ، أو حتى اللغة المشتركة بين الاستاذ والطالب ، بالإضافة إلى تجاوز الاستاذ لقدر من التفاصيل الأولية باعتبارها درست فى مراحل سابقة ، وهو مالايكون كذلك دائما .

لكل هذا يصبح من الضرورى أن يتوفر لدراسى العلوم الإنسانية نص إحصائى يعتمد على خلفية رياضية ناصعة البياض للطالب ، ويخاطبه بلغته التخصصية ويتحرك معه ببطء وتأن شديد فى المراحل الأولى على الأقل إلى أن يتمكن من الحصول على المرونة الكافية التى تجعله يتعامل بالرموز بدلا من الصيغ اللفظية ، مع تذكيره بهذه الصيغ اللفظية والعودة إليها بين الحين والآخر . وربما قبل كل ذلك أن يبدأ معه من البداية الأولى فى معالجة مشكلاته العلمية النوعية التى يدرسها كل يوم .

سيلاحظ القارىء – وهو أمر لابد منه – أن الاجزاء الأولى من أى كتاب فى الإحصاء هى أقل الأجزاء تشويقا ، وأكثرها حاجة للإطالة ، فالتكرارات والتوزيعات والمنحنيات المختلفة رغم بساطتها تتطلب قدرا من الصبر ، وقدرا من العمل لفترات طويلة ، ولكن بعد عبور هذه الأجزاء سيجد الدارس أنه قد اكتسب مهارات واضحة فى كيفية القيام بالمعالجات ، واختصار الوقت والخطوات والاستعانة بصيغ أسهل وأبسط .

وعلى الرغم من توفر الآلات الالكترونية الحاسبة الصغيرة والرخيصة الآن ، والتى يستطيع الدارس الاستعانة بها ليحقق وفرا ضخما فى الوقت والجهد ، إلا أننا لاننصح باستخدامها بالنسبة لدارس مبتدىء فى الإحصاء ، إذ أنه مطالب بالممارسة والتدريب على العمليات الحسابية ، وتعلمه من أخطائه الخاصة مرة ومرات سيكون أفضل بكثير فى النتيجة النهائية من عدم ممارسته لتدريبات تنمية المهارة الحسابية والاستعانة بالآلات الحاسبة .

ورغم أنه يصعب وضع أولويات للأهم فالمهم فالأقل أهمية فى منهج دراسى فى الإحصاء ، إلا أن مايجب أن يعلمه الدارس هو أنه مطالب أولاً وقبل كل شئ بفهم منطق تكميم الظواهر النفسية والاجتماعية ، ومنطق المقارنة بين المجموعات أو الارتباط بين الظواهر ، منطق التصنيف ، ومنطق اختبار الفروض . منطق التعميم واستنباط نتائج عن المجتمع الخارجى مجهول السمات ، من عينات محدودة قابلة للدراسة ومثل هذا المنطق تعبر عنه الصياغات والقوانين الاحصائية ، وخطوات العمل المتتابعة .

وقد ننسى خطوات العمل بعد وقت قصير ، وقد ننسى الصيغ والقوانين الإحصائية بعد فترات أبعد ، ولكننا نستطيع أن نبحث عنها فى الكتب ، ونضعها أمامنا أثناء الممارسة ، ولكن مايجب أن لاينسى ، لأنه ادراكا وليس تذكرا ، فهو المنطق الذى نسعى لفهمه واستيعابه والذى سيكون دليلا لنا مماثلا لقرون الاستشعار لدى الكائنات الدنيا التى تقودها بعيدا عن المخاطر وتجذبها نحو الصواب والأمان لافى الممارسة العلمية وحدها ولكن فى امور الحياة المختلفة .

يناير ١٩٨٢

صفوت فرج

فهرست

الفصل الأول

مدخل تاريخى للإحصاء

تقودنا محاولة التعرف على البداية الحقيقية للإحصاء ، وتتبع هذه البداية التاريخية إلى وقوفنا أمام قناتين أساسيتين .

تبدأ القناة الأولى من تتبعنا للأصل اللفظى لكلمة إحصاء[1] فى اللغة الانجليزية والتى تعنى « بيانات الدولة » ، وكانت كلمة إحصاء تستخدم فقط فى الإشارة إلى هذه البيانات التى كانت الدولة تطلبها للأغراض الرسمية ، وتقوم بجمعها بطريقة منظمة .

وقد بدأت الإحصاءات فى صورتها المبكرة فى ألمانيا حول نهاية القرن الثامن عشر ، فى شكل محاولة ذات أغراض سياسية ، لقياس القوة النسبية للولايات الألمانية المختلفة ، وبهدف عقد المقارنات بين إمكانيات كل ولاية من هذه الولايات ، من حيث السكان والإنتاج الصناعى والزراعى .

أما فى انجلترا فقد كان الإحصاء بمثابة ميراث للحروب النابليونية التى دخلتها انجلترا ضد فرنسا (Mulholland & Jones, 1969, P.1) ، فمن أجل زيادة الضرائب الجديدة التى تتطلبها نفقات الحرب ، تبين أنه من الضرورى البدء فى أجراء جمع منظم للبيانات الكمية ، التى تمكن المصالح الحكومية المختلفة من وضع توقعاتها الصحيحة والدقيقة عن النفقات والايرادات . ومن خلال هذه القناة بدأ الإحصاء يأخذ مساراً واضحاً ، وبدأ يتطور لينتهى إلى هذا الفرع من العلم الذى عرف باسم « الإحصاء التطبيقى »[2] الذى يزودنا بالمناهج والأساليب المنظمة لجمع وتحليل مجموعات ضخمة من البيانات الكمية ، وقد تخلص الإحصاء التطبيقى من صلته الوحيدة بالأغراض الحكومية ليصبح مجالا واسعاً لمعالجة البيانات فى نظم علمية متعددة (Brook & Dick, 1969, P.1) .

---

(١) Statistics

(٢) Applied Statistics

كانت القناة الثانية مبكرة فى واقع الأمر عن ذلك ، فمنذ القرن السابع عشر وفى وقت معاصر لمشكلات المقامرين التى جذبت اهتمام علماء الرياضيات ، دار حوار بين الفليسوف والرياضى «بليز باسكال» Pascal والرياضى «فيرمات» Fermat حول سوء حظ الشيفالييه دى ميريه Chevalier de Méré ، وهو مقامر مشهور اعتاد أن يربح فى مراهناته فى النرد ، إذا أراد الحصول على رقم (٦) مرة واحدة على الاقل من بين أربع رميات لزهرة النرد ، ولكنه كان يعود ليخسر ما ربحه عندما يراهن على الحصول على (٦ ، ٦) فى ٢٤ رمية زوجية (Hogben, 1957 , PP. 36-37) وأدى حوار هذين الرياضيين الكبيرين حول هذه المشكلة إلى وضع « باسكال » و « فيرمات » بعض مبادئ الاحتمالات[١] .

ونشر «كريستيان هيوجينس» Christian Huyagens فى سنة ١٦٥٧ معالجة احتمالية لفرص الفوز فى مباريات معينة للنرد والورق .

وكتب «جاك برنولى» Jacques Bernoulli الرياضى السويسرى ، أول كتاب فى الاحتمالات ولكنه توفى قبل صدوره ، ونشره ابن أخيه بعد وفاته فى سنة ١٧١٣ وكان لبرنولى اهتمام واضح فى هذا الوقت المبكر « بالإحصاء التطبيقى » إذ تضمن كتابه إشارات واضحة مباشرة للإمكانات العلمية والاستخدامات التطبيقية لنظرية الاحتمالات فى مجال الظواهر الاجتماعية .

ويرجع الفضل لـ «دى موبفر» De Moivre فى تقديمه أول صياغة رياضية « لمنحنى الاحتمالات الاعتدالى »[٢] وذلك فى عام ١٧٣٣ ، ولم تحظ هذه الصياغة باهتمام كبير عند ظهورها فى ذلك الوقت .

وقد استفاد الإحصاء مباشرة من الإضافة الهامة فى « نظرية الخطأ »[٣] مع بداية القرن التاسع عشر ، عندما بدأ «بازل» Bessel عالم الفلك فى مرصد كينجزبرج Konigsberg فى قياس وتصحيح ملاحظات الراصدين لوضع « المعادلة الشخصية »[٤] ويشير تعبير المعادلة الشخصية ، والذى كان مصدراً مباشراً لإقرار

---

(١) Probabilities
(٢) Normal Probability Curve
(٣) Theory of Error
(٤) Personal Equation

مفهوم الفروق الفردية فى علم النفس ، إلى التباين (الخطأ) الإنسانى الذى تتضمنه كل المقاييس بعد تنقيتها تماماً . وقد وجد أن خصائص التباين التى تقوم المعادلة الشخصية بصياغتها قائمة سواء بين الملاحظين (فروق فردية) أوفى الملاحظات الخاصة بنفس الفرد (فروق داخل الفرد الواحد) ، وقد اختُصرت التباينات فى شكل متوسطات ، وانحرافات عن المتوسط بالإضافة إلى حساب متوسط للتباينات نفسها ومن هذه المعالجة استمد الإحصاء واحدا من أهم مقاييسه وهو « المتوسط »[1] .

وقد شارك فى اهتمامات الفلكيين بتباين الخطأ ، الكثير من علماء الرياضيات خلال القرن التاسع عشر ، وكان منهم على وجه الخصوص عالم الرياضيات ماركيز لابلاس بيير سيمون Pierre Simon The Marquis de Laplace (Peatman , 1963, P. 2) .

وقام لابلاس بالربط بين نظرية الاحتمالات وخصائص التباين فى أخطاء المقاييس . وجذبت إضافة « لابلاس » الاهتمام من جديد بمنحنى « دى مويفر » واتجه لابلاس و « جوز » Gauss لتطبيق قواعد الاحتمالات على مبادئ الفلك ، فى الفترة نفسها التى كان الإحصاء قد بدأ فيها خلال القناة الأولى ليكون سياسيا وإداريا وحكوميا (Downie & Heath, 1974, P.3) . ورغم أنه يطلق عادة على المنحنى الاعتدالى اسم « المنحنى الجوزى »[2] ، إلا أن الأدق من وجهة نظر تاريخية أن نطلق عليه اسم « منحنى لابلاس »[3] ، أو على أقل تقدير « منحنى لابلاس - جوز » (Peatman , 1963, P. 5) إذ يرجع الفضل الأول للبلاس فى وضع المفهوم الأساسى والتصور النظرى لهذا المنحنى الفرضى .

وبدءا من « ادولف كاتليت » Adolphe Quetelet الفلكى والإحصائى البلجيكى استخدمت الطرق الإحصائية استخداماً وصفيا فى دراسة الإنسان ، وبدأت المحاولات منذ عام ١٨٤٦ لتطبيق النماذج الرياضية[4] للمنحنى الاعتدالى على الأفراد والظواهر الإنسانية ذات الطبيعة الاجتماعية .

---

(١) Average
(٢) Caussian Curve
(٣) The Curve of Laplace
(٤) Mathematical Models

أرسى كاتليت مفهوم « الاستدلال الإحصائي » والذي نعني به إمكان الخروج باستدلالات عن المجتمع وخصائصه من خلال دراستنا لعينات محدودة ، وكان ذلك من خلال محاولته الاستدلال من نتائجه التي خرج بها من عينات من الملاحظات محدودة العدد على ما يوجد لدى الجنس البشري كله ، وكان نموذجه المفضل هو « منحنى الخطأ الاعتدالي » الذي اقتنع من خلاله أن القياس الدقيق للسمات الإنسانية المختلفة ، السياسية والأخلاقية ، سيؤدي إلى توزيع يناظر ويتفق مع ما يطلق عليه اسم « القانون الاعتدالي »[1].

وما من شك في أن عالم النفس الإنجليزي « سير فرانسس جالتون » Galton كان صاحب أكبر تأثير في تقدم واستخدام الإحصاء في العلوم الاجتماعية ، فعلى امتداد حياته ، قدم إضافات مرموقة في مجال الوارثة وعلم النفس والانثروبولوجيا والإحصاء ، ومازلنا ندين له بمعلوماتنا الحالية عن الارتباط والانحدار ، ومقاييس الارتباط بين متغيرين . وقام جالتون بمحاولة لاستخدام الإحصاء الاستدلالي في دراسته لمشكلة العبقرية مقتفيا كاتليت في ذلك ، ومستخدماً لجداول الاحتمالات ، وقام بتصنيف الرجال الموهوبين في فئات مختلفة وفقاً لدرجة تكرارهم في المجتمع ، وأشار إلى أن توزيعهم يتسق بدقة مع القانون النظري للانحراف عن المتوسط[2] وهو القانون القائم على تباين الخصائص في منحنى توزيع الخطأ . ومنذ ذلك الوقت اكتسب هذا المنحنى الشهير هيبة واحتراما حتى أصبح معبود الإحصائيين . (Peatman, 1963, P. 6)

وقد تشكلت المفاهيم الخاصة بالارتباط وتبلورت في ذهن جالتون في فترة مبكرة تعود إلى عام ١٨٧٧ بوصفها نتيجة مترتبة على مبدأ « الانحدار نحو المتوسط »[3] الذي ظهر أثناء معالجته لظاهرة الوراثة ، فعند دراسة العلاقة بين طول قامة الآباء ، وطول قامة الأبناء ، يمكننا أن نتوقع أن طول قامة الأبناء سيتشكل جزئيا من طول قامة الآباء ، وجزئياً من عوامل أخرى مختلفة ، وقد تبين أن قامة الأبناء تميل للأقتراب من المتوسط العام للمجتمع أكثر من اقتراب قامة

(١) Normal Law

(٢) Deviation from Average

(٣) Regression Towards Mediocrity

الآباء . فالآباء المتطرفين فى طولهم يكون أبنائهم أقصر منهم ، والآباء المتطرفون فى قصرهم يكون أبنائهم أطول منهم . وكان اهتمام جالتون وبحثه فى مشكلة الوراثة سبباً فى ألفته بالتشتتات والتكرارات التى تُظهر العلاقة بين أزواج من القياسات وقد مكنه هذا فى نهاية الأمر ، وببعض المساعدة من الرياضى « ديكسون » Dickson من الوصول إلى خطوط الانحدار[1] ، وإلى مفهوم الارتباط معبراً عنه فى صورة معامل بسيط (Boring, 1969, P. 479) .

وكان الرياضى الفرنسى «بريفيه» Bravais قد وضع النظرية الأساسية للارتباط منذ عام ١٨٤٦ إلى أن جاء «كارل بيرسون» Karl Pearson تلميذ جالتون ، ووضع لها الأسس الرياضية واسلوب الحساب واستخدمها عام ١٨٩٦ لأجراء التحليلات التى طلبها جالتون .

ولعل الفضل يرجع لكل من جالتون وبيرسون ، لا فى مجرد تطوير بعض الأساليب الإحصائية ، ولكن لتقدمهما نحو معالجة المشكلات السيكلوچية بهذه الطرق والأساليب التى أدى نجاحها إلى استمرار الباحثين فى استخدامها وتطويرها فى بحوثهم المختلفة .

كان بيرسون تفاؤلى النظرة ، واعتقد أن الإحصاء يوفر إمكانيات تفوق حدوده الفعلية ، فظن فى وقت من الأوقات أن تحليل إحصائى جيد يمكنه أن يعالج بيانات غير دقيقة ويخرج بنتائج سليمة ، وجاء « يول » Undy Yule ليحذر من هذه النظرة التفاؤلية القائمة على غير أساس ، وقد نقدها بشدة ووضع المحاذير المناسبة لها مؤكداً أن صحة ودقة البيانات الأولية ضرورة لا يغنى عنها أسلوب إحصائى جيد .

وكان «جيمس ماكين كاتل» Cattell عالم النفس الأمريكى الذى تتلمذ على « ڤونت » Wundt ورافق جالتون أكثر من عام ، دوراً بارزاً ، عند عودته إلى الولايات المتحدة فى الثمانينات من القرن التاسع عشر ، إذ بدأ يستخدم هو

---

(١) Lines of Regression

وتلامذته ومن بينهم «ثورندايك» Thorndike الأساليب الإحصائية فى دراسة المشكلات النفسية والتربوية ، وكان تأثير هؤلاء الرجال عظيما ، فبعد سنوات قليلة بدأ تدريس المناهج النظرية والتطبيقية فى الإحصاء فى الجامعات الأمريكية.

لم يقتصر أسهام علماء النفس على ما أشرنا إليه فقط ، بل نجد إسهاماً بارزاً ينسب إلى «تشارلس سبيرمان» Charles Spearman الذى وضع فى سنة ١٩٠٤ الطريقة الجديدة المتطورة فى مجال استخدام الارتباطات أو مجموعات كبيرة منها ، بين متغيرات مختلفة ، عندما نشر مقاله الشهير « الذكاء العام تحديده وقياسه موضوعياً » والذى أشار فيه إلى « نظرية العاملين »[١] ووضع أسسها النظرية فى مجال القدرات العقلية .

وقد اتجه سبيرمان إلى تفسير الارتباط بين أى متغيرين بوصفه دال على وجود عامل عام[٢] وعامل نوعى[٣] فى كل متغير ، مقتفيا فى ذلك تفسير جالتون للانحدار[٤] فى ضوء مكونين أو متغيرين أحدهما محدد والآخر غير محدد .

وتطورت نظرية العاملين تطوراً كبيراً من خلال جهود واهتمامات علماء النفس الإحصائية ، وابتكرت فيها أساليب جديدة أكثر دقة وموضوعية وتطورت منها نظرية العوامل المتعددة[٥] والمكونات الأساسية[٦]* .

تطورت فى القرن العشرين أساليب ومناهج جديدة فى مجال إحصاء العينات الصغيرة على وجه الخصوص ، ويرجع الفضل فى الإضافة الرئيسية التى حدثت فى هذا المجال إلى فيشر R. A. Fisher الإحصائى الانجليزى . وعلى الرغم من أن فيشر طور أساليبه وطبقها فى مجالات البحوث الزراعية والبيولوجية ، إلا أنه لم ينقض وقت طويل حتى عرفت هذه الأساليب وتطبيقاتها فى العلوم الاجتماعية ، وبدأ استخدامها على نطاق واسع (Downie & Heath, 1974, P. 3) .

---

(١) Two Factor Theory
(٢) General Factor
(٣) Specific Factor
(٤) Regression
(٥) Multiple Factors
(٦) Principal Componants

(*) أنظر كتابنا: التحليل العاملى فى العلوم السلوكية ، القاهرة : مكتبة الأنجلو المصرية ، ١٩٩٦.

وبينما كان الإحصاء فى بداية الأمر « إحصاء وصفى »[1] يقوم على الحصول على المعلومات والبيانات الكمية وتحليلها ، وهو الاستخدام المتطور لوظيفته الأولى منذ البداية التاريخية المبكرة كأداة للتعداد والحصر الشامل ، فقد أصبح الإحصاء الآن لا يقتصر على هذا الجانب الوصفى فقط ، بل امتد ليغطى جانبين آخرين :

الجانب الأول : هو « الإحصاء الاستدلالى »[2] والذى نقوم فيه بالتوصل إلى استدلالات من عينات محدودة يتم سحبها من المجتمع وفق شروط معينة وحيث تعتمد استدلالاتنا على المنطق ونظرية الاحتمالات .

الجانب الثانى : هو إحصاء العينات[3] والذى يتعلق باستخدام الطرق والوسائل المناسبة التى تؤدى إلى الحصول على عينات جيدة تصلح للاستخدام فى الإحصاء الاستدلالى . ويعتبر كل من الإحصاء الاستدلالى وإحصاء العينات جانبين متكاملين وإساسيين فى المنهج العلمى لدراسة المجتمع بواسطة مجموعات بحثية محدودة ، وتتفرع دراسة المجتمع بواسطة العينات وباستخدام أساليب الإحصاء الاستدلالى إلى مجالين هامين :

المجال الأول : يتجه إلى محاولة تقدير معلمات[4] المجتمع ، ويقصد بمعلمات المجتمع القيم الخاصة بالمجتمع مثل متوسطاته وتبايناته فى مجال معين ، وتهدف هذه الدراسة إلى تقدير نسبة حدوث أو وجود بعض الظواهر فى المجتمع من خلال الاستدلال عليها من عينات ممثلة من هذا المجتمع . ويعد تقدير معلمات المجتمع نتيجة مباشرة لعمليات استدلال استقرائية الطابع .

المجال الثانى : هو مجال اختبارات الدلالة[5] وهنا نقوم باختبار الفروض المختلفة وهى طريقة أخرى لدراسة المجتمع من خلال إحصاء العينات بالأساليب الاستدلالية وحيث نقوم بوضع فروض معينة عن المجتمع كأن نفترض أن هناك فروق

---

(١) Descriptive Statistics
(٢) Inferential Statistics
(٣) Sampling Statistics
(٤) Parameters
(٥) Tests of Significance

فى القدرة التجريدية بين الأسوياء والذهانيين ، وتكون الخطوة الأولى بالنسبة لمثل هذا الفرض هى أن نوفر الوسائل المناسبة لقياس القدرة على التجريد ، ثم تكون المشكلة التالية هى أن نحدد العينة أو العينات المناسبة للدراسة . ثم نقوم باخضاع الفروق أو النتائج التى توصلنا إليها لدى العينتين للاختبار الإحصائى ، بهدف قبول أو رفض الفرض الذى بدأنا به عن وجود فروق فى هذه القدرة بين هاتين الفئتين فى المجتمع . وما نفعله فى حقيقة الامر هنا هو أننا نقارن بين متوسطى العينتين فى هذه القدرة وبين تقديرات التباين التى خرجنا بها من كل منهما . لنتثبت مما إذا كان لهذه القدرة متوسطين مختلفين وتباينين مختلفين أم لا ، وقد نخرج من هذه المقارنة ببعض الفروق بين هاتين المجموعتين ، وعلينا أن نلاحظ أن بعض هذه الفروق يمكن أن يوجد عادة بحكم الصدفة ، وعلينا أن نتوقعها ، ويصبح السؤال الإحصائى ما إذا كانت الفروق الكبيرة يحتمل إن تنتج عن الصدفة أم أنه من غير المنطقى أن نتوقع احتمال ذلك .

فى ضوء هذا المسار التاريخى والإضافات المتتابعة ، والتطبيقات النوعية التى فرضتها ظروف اجتماعية معينة ، أو ابتُكرت لمعالجة ظواهر نوعية محددة تطور الإحصاء ليصبح ما هو عليه الآن ، أسلوب علمى راسخ لا تتم معالجات وتحليلات دون الاستعانة به والركون إلى نتائجه ، وما يحدده من درجة يقين فى صحة النتائج والتعميمات والاستدلالات التى نخرج بها .

الفصل الثانى

الإحصاء فى علم النفس

قد لا يكون هناك كثير من المغالاة فى قولنا أن دخول المناهج الإحصائية ميدان علم النفس ، كان بمثابة الميلاد الثانى له بوصفه علماً . ويستطيع قارئ تاريخ علم النفس أن يذكر نوع التجارب التى كان يقوم بها الباحثون فى معمل « ڤونت » ، وتلك التى كان يقوم بها منفصلا باحث آخر هو « جيمس ماكين كاتل » ، خارجاً بها عن المنحى العام لبحوث تلاميذ ڤونت ، وهى تجاربه فى مجال الفروق الفردية وزمن الرجع .

وكان منهج البحث السيكلوجى السائد بين بقية باحثى المعمل هو المنهج الاستبطانى[1] ، إلى جانب التجربة ، ولا تتطلب الوقائع الاستبطانية الكثير من المعالجات ، هذا إذا قبلت ، بقدر أو بآخر ، صياغة كمية . ومنذ بدأ معمل « ڤونت » نشاطه فى سنة ١٨٧٩ كان المصدر الرئيسى للمعلومات النفسية فيه هو الاستبطان ، الذى كان يقوم به ملاحظون مدربون تحت إشراف ڤونت المباشر. ولم يكن هناك ما يمكن إثارته حول الطبيعة العلمية لهذه البيانات . غير أن العاصفة الكبرى هبت على هذا اليقين فى قيمة البيانات الاستبطانية بعد إنشاء معمل ڤونت بربع قرن فقط ، من خلال مشكلة التفكير بلا صور .

فقد بدأ علماء النفس فى جامعة فريبورج Wurzburg سلسلة من التجارب على التفكير ، وعلى الفور واجهوا صعوبات فى استخدام منهج الاستبطان . فقد ذكر الملاحظون المشتركون فى التجربة عناصر عن الشئ نفسه لاتتفق مع العناصر التقليدية المعروفة فى مجال الإحساس والصور الذهنية[2] والمشاعر البسيطة . وقد أطلق على هذه العناصر الشعورية غير القابلة للوصف اسم « الأفكار بلا صور »[3] . وقد شغلت مشكلة التفكير بلاصور اهتمام علماء فريبورج وليبزج

(١) Introspection
(٢) Images
(٣) Imageless Thoughts

على السواء Leipzig ، ودار جدل طويل حول صحة الظاهرة ، وذكر ڤونت وتتشنر Titchener من معمل ڤونت أنه لابد أن يكون علماء فريبورج مخطئون فى تصوراتهم عن وجود التفكير بلا صور ، وأن تخيل مثل هذه العناصر ما هو إلا نتيجة لضعف فى استخدام الاستبطان وليس نتيجة لظواهر نفسية حقيقية .

كان لهذا الجدل الذى استمر فترة طويلة تأثيره على علماء النفس الآخرين، إذا بدأوا يدركون أن الاستبطان هو مصدر المشكلة ، وأنه ليس أداة كافية لجمع بيانات علمية . فما يذكره ملاحظ ما من استبطانات يبدو فى حقيقة الأمر بمثابة نتيجة مباشرة لنوع ما تلقاه من تدريب ، ودوره الذى يمارسه باعتباره « يستعيد » استبطانات « موضوعية » وحقيقية (Hyman, 1970, PP. 40-41) .

من هذه المشكلة بدأ القلق العلمى فى المنهج السائد ، وفى نفس الظروف كانت السلوكية قد بدأت تشق طريقها بقوة فى الولايات المتحدة ، وهنا حدث التحول الكبير نحو الاتجاه لجمع ملاحظات واسعة ، وبيانات متعددة من عينات كبيرة ، لا ترتبط بشخص الملاحظ أوتدريبه أو خلفيته أو تحيزاته الشعورية أو اللاشعورية ، وبدت الحاجة ملحة لاستخدام الوسائل الإحصائية لضبط هذه الملاحظات وتلخيصها وتبويبها وعرضها بصور مختلفة ، وتحليلها بطريقة أو بأخرى.

ونحن لا نستطيع الآن - إلا فى حدود شديدة الضيق - أن نضع خطة لبحث فى علم النفس دون أن نحدد دور المناهج الإحصائية فيه ، فمن خلال معرفة هذه المناهج وما هو المناسب منها لتحليل البيانات يستطيع المرء أن يضع خطة بحث وهو على ثقة أن النتائج تقبل المعالجة الإحصائية . وهناك سبب آخر يجعلنا نضع أمام أذهاننا الاعتبارات الإحصائية المختلفة عند التخطيط لبحث ما ، وهو حقيقة أن بعض التصميمات التجريبية تبدو مفضلة ، لأنها تسمح مع قليل من التكلفة الإضافية ، بل وأحيانا مع وفورات فى التكلفة ، بضبط أفضل للأخطاء أكثر مما تسمح به خطط تتضمن تصميمات تجريبية أوسع وأضخم ، كما أن الدراية بالأساليب المختلفة تجعلنا منذ البداية على وعى بخطواتنا ، يضاف إلى ذلك أن توفر استبصار جيد بالتحليل الإحصائى ومتطلباته فى البحث العلمى يساعد على استخدام مجموعات من البيانات المتاحة لخدمة أغراض المراجعة المختلفة للفروض (McNemer, 1957, P. 3) .

فإذا أردنا أن نتعرف على دور المناهج الإحصائية فى نمو وتطور علم النفس فى الوقت الراهن فيكفى أن نراجع عينة عشوائية من البحوث المنشورة خلال العامين أو الثلاثة الماضية لنرى أن الأساليب الأحصائية تلعب دوراً بارزاً سواء فى اختيار العينات أو تنظيم واختصار البيانات ، أو تحليلها ، أو اختبار الفروض المختلفة ، أو الخروج باستدلالات من العينات المحدودة عن المجتمع كله . ولا يخلو بحث من البحوث من واحد أو أكثر من هذه الجوانب التى يتولى الإحصاء الإسهام فيها . ويمكننا أن نحدد بقدر أكبر من الدقة والتفصيل هذه الوظائف المختلفة . (Peatman, 1963, PP. 9-11)

أ- فى تصميم التجارب:

يلعب الإحصاء دوراً حاسما فى تصميم التجارب وهو يدخل فى عدد من العمليات المختلفة فى مراحل الفحص التجريبى ، من ذلك :

١ - **تحديد مجتمع الدراسة** : أنه يؤدى دوره عند قيامنا باتخاذ القرارات الخاصة بالمجتمع الذى نرغب القيام بدراسته ، وعينة الملاحظات أو القياسات التى يتعين أن نجمعها أو نقوم بها ، ورغم عدم وضوح أهمية هذا الدور لدى الكثير من الباحثين ، فإن صدق وصحة الاستدلالات المختلفة التى نخرج بها من بحوثنا إنما تعتمد أولا على صحة عينة الملاحظات أو القياسات التى نقوم بها .

٢ - **ضبط الإجراءات التجريبية** : تستخدم الأساليب الإحصائية فى ضبط الإجراءات التجريبية التى تتبع فى الحصول على الملاحظات أو القياسات ، وحتى نستطيع الحصول على عينة غير متحيزة ، فإن مطلبا أساسياً يواجهنا هنا هو ضرورة السعى لتوزيع أخطاء الملاحظة توزيعا عشوائيا بقدر الإمكان . ولتحقيق هذا الهدف نستخدم فى بحوثنا النفسية والاجتماعية عينات تجريبية[١]، وعينات ضابطة[٢] ، وقد تتوفر لنا العينة أو العينات التجريبية بصورة أو بأخرى وتصبح المشكلة كيفية تصميم عينة ضابطة والحصول على مفرداتها بطريقة تخلو من

---

(١) Experimental Groups

(٢) Control Groups

التحيز . وقد نبدأ بعينة كبيرة تقوم بقسمتها إلى عينتين فرعيتين أحداهما تجريبية والأخرى ضابطة وتصبح المشكلة ، والتى يتنبه الكثيرون لخطورتها هى تحديد وضع الأفراد فى أحدى العينتين . ويتعين أن يتبع مثل هذا التحديد عدد من الخطوات العشوائية الصارمة - أى الإحصائية - حتى نتمكن من تثبيت متغيرات التجربة وتوزيع الخطأ بشكل منتظم .

والواقع أن اللجوء إلى إجراءات التوزيع العشوائى للأفراد فى عينات البحث يمثل سمة متطورة فى التصميمات التجريبية الحديثة . ويذكر كوثرن وكوكس أن العشوائية[١] هى أحد الجوانب القليلة جداً فى التصميمات التجريبية الجديدة التى يبدو أنها حديثة للغاية ، ويمكننا أن نجد أن التجارب على مدى المائة عام الماضية كانت تتضمن كل الاعتبارات المطلوبة فى التجارب الحديثة مع إغفال واضح للعشوائية (Cochran & Cox, 1960, P.7) . وتضفى هذه الحقيقة أهمية دون شك على مقومات التقدم العلمى الذى يتمثل جانب منه فى دقة وارتفاع احتمالية النتائج التجريبية التى نخرج بها الآن من بحوثنا .

٣ - **التحليل الكمى للنتائج** : تستخدم الأساليب الإحصائية لتحليل النتائج الكمية للتجارب ، فنحن نبدأ بوضع عدد من الفروض الإحصائية ذات الصلة ببيانات التجربة . ثم نعود إلى النتائج التى حصلنا عليها والتى تمكننا من دحض أو قبول هذه الفروض . وكثيراً ما يتجه اهتمامنا لمحاولة تقدير معلمات* المجتمع من خلال نتائجنا التجربة عندما تقوم هذه النتائج على عينة أو عينات جيدة التمثيل .

إذن فالتصميم المناسب للتجارب المختلفة لا يخلو فى أية مرحلة من مراحله من دور بارز تلعبه المناهج الإحصائية ، ودون هذا الدور لا يمكننا أن نضع تصميما تجريبيا مقبولا .

---

(١) Randomization

(*) المعلمات هى مقاييس المجتمع من متوسط وانحراف أو تباين وهى تختلف عن مقاييس العينات . راجع الفصل الثالث والرابع .

ب - فى عمليات المسح[1] النفسى او الاجتماعى :

لا يقل الدور الذى تلعبه المناهج والاساليب الإحصائية فى عمليات المسح المختلفة لقطاعات سكانية كبيرة ، عن الدور الذى تلعبه فى تصميم التجارب المحدودة . والمشكلة الأكثر أهمية وإلحاحا التى يواجهها الباحث فى هذا المجال هى مشكلة تصميم العينات ، فاذا أردنا القيام بقياس للرأى العام ، أو مسح للاتجاهات المختلفة فى مجتمع الراشدين أو العمال على سبيل المثال ، فعلينا أن نفكر فى كيفية توزيع الخطأ عشوائيا بأفضل صورة ممكنة من خلال سلسلة من الإجراءات الميدانية مصممة بعناية ، وهو أمر يبدو أكثر أهمية مما نجده فى الإجراءات المعملية فى التجارب ، ذلك أن الخلل فى تركيب العينة (عدم توزيع الخطأ عشوائيا) يؤدى إلى عدد من التحيزات التى لا يسهل تحديد مصدرها بعد ذلك ، والتى تنجم عن عدم تمثيل مجتمع المسح بصورة مناسبة . فاذا أردنا إجراء دراسة مسحية على أرباب الاسر باعتبارهم وحدات العينة ، فعلينا أن نحدد منذ البداية الإجراءات المختلفة لإنتخاب أفراد هذه العينة سواء من خلال سجلات معينة يمكن الحصول عليها فى وقت مبكر ، ويحدد من خلالها كيفية الاختيار العشوائى للمفردات ، أو من خلال تحديد مجموعة من الإجراءات الخاصة بالانتخاب العشوائى أثنا العمل الميدانى ، وحيث يزود الباحثين بجداول الأرقام العشوائية للقيام بهذه المهمة أثناء عملية المسح . وبهذا الأسلوب فإن رضاء الباحث أو عدم رضائه ، تحيزاته أو تفضيلاته لن تتدخل فى انتخاب أفراد العينة ويلاحظ أن عمليات المسح الواسعة التى تتم على عينات كبيرة تشجع الباحث فى أغلب الأحيان على محاولة تقديم وصف لجوانب ومقومات المجتمع الأكبر الذى سحب منه عيناته وقام بمسحة ، وذلك من خلال ما خرج به من مقاييس إحصائية للعينة وباستخدام أساليب تقدير معلمات المجتمع وهو عمل إحصائى فى جوهره .

---

(١) Survey

جـ - فى القياس النفسى :

العلاقة بين الإحصاء والقياس النفسى علاقة وثيقة للغاية ، وتاريخيا كان هناك توحيد بين المناهج الإحصائية وبين القياس النفسى باعتبارهما شيئاً واحداً (Peatman, 1963, P.11) ، فالقياس يتناول المقاييس المختلفة والاختبارات المتعددة من حيث تصميمها وقدرتها التميزية وإجراءات حساب صدقها وثباتها وطبيعة الدرجة عليها (فرج ، ١٩٨٩)، وكل هذه الإجراءات إحصائية فى طبيعتها ولا تتم إلا من خلال معالجة إحصائية معتمدة على عينات وأساليب اختبار . غير أن هذا التوحيد التاريخى المبكر أصبح غير قائم الآن . ولا يشك أحد فى أن الإحصاء والقياس متمايزان بوضوح ، إلا أن هذا التمايز لا يغفل الصلة الوثيقة بينهما . فإذا أردنا أن نلقى نظرة على المجال الواسع للقياس النفسى ومدى تغلغل الإحصاء فيه فسنجد الآتى :

١ - حدث التطور فى أساليب القياس فى علم النفس سواء فى مجال مقاييس الاستعدادات واختبارات التحصيل ومقاييس التقدير والاتجاهات وغيرها من خلال المعالجات الإحصائية التى أجريت على مفهوم الدرجة على هذه الاختبارات والمقاييس . ومن خلال الاختبار الإحصائى للتعديلات التى أدخلت عليها .

٢ - قام التطور الفنى فى القياس النفسى على أساس من المفاهيم الحديثة للصدق والثبات والأساليب الإحصائية التى استخدمت لمعالجة هذه المفاهيم الحديثة فبدون الطرق والمفاهيم الإحصائية لم يكن من الميسور التوصل إلى تقديرات كمية للثبات أو الصدق بل أن مفهوم الثبات باعتباره تقدير للتباين الحقيقى فى الاختبار، وتحليل تباين الخطأ إنما هو محصلة لأمتزاج المفاهيم الإحصائية بالمفاهيم السيكومترية .

٣ - تعتمد الكفاءة التشخيصية للاختبارات فى الميدان الاكلينيكى وسيكلوجية اتخاذ القرار فى الميدان الصناعى والادارى على بناء معدلات قاعدية(١) للاختبارات المختلفة والتوصل لهذه المعدلات القاعدية عملية إحصائية فى جوهرها . (نفس المصدر ، ص ص ٢٩٤- ٣٠١، ص ص ٣٣١ - ٣٤٠) .

---

(١) Base Rates

د - فى النظرية النفسية :

يبدو من النظرة السطحية السريعة أن الإحصاء يقف بعيداً عن التنظير النفسى ، أو يقف عند مرحلة مبكرة . يأتى بعدها دور المنظر[1] الذى يخرج باستخلاصات متعددة من النتائج التجريبية التى عولجت إحصائيا وهذه النظرة غير صحيحة الآن ، جزئيا على الأقل ، فقد امتد الدور الذى يلعبه الإحصاء حتى أصبح أداة مباشرة للتنظير فى علم النفس . وقد حدث ذلك من خلال التحليل العاملى[2] وهو أساسا منهج إحصائى ابتكره علماء النفس ، ومن خلال التحليل العاملى يتم تصنيف مجال واسع من السمات أو القدرات أو الوظائف المترابطة بحيث نخرج من هذا التصنيف بأبعاد أساسية تعتبر بمثابة الاطار النظرى المفسر لكثير من الظواهر السيكلوچية . وكما يستخدم التحليل العاملى فى الوصول إلى النظريات العريضة وتحديد معالم هذه النظريات ، فإنه يستخدم فى الوقت نفسه لأختبار مثل هذه النظريات ، وقد ابتكرت أساليب جديدة مثل «تحليل المحك »[3] الذى يستخدم فى اختبار الفروض العاملية (Eysenck, 1962, P. 51) كما تعتمد الكثير من النظريات فى بناءها وتماسكها بل وفى تضاريسها على النتائج العاملية من ذلك نظرية ايزنك Eysenck فى «الانبساط - الانطواء» و « العصابية » . ونظرية جيلفورد فى « البناء العقلى » (فرج ١٩٨٩ أ ، ص ٣٦٩ - ٤١٥) .

نستطيع من خلال هذا العرض أن ندرك أن علم النفس بدون إحصاء يعود بنا إلى أكثر من مائة عام سابقة ، وأن الإحصاء فى علم النفس لا يقوم بمجرد دور محدود بل يمثل بالنسبة لعلم النفس النسيج الذى يمسك بمادته الأساسية والقنوات التى يتلقى من خلالها زاده . واللغة التى يتحدث بها عن نفسه وعن حقائقه .

---

(١) Theorist

(٢) Factor Analysis

(٣) Criterion Analysis

الفصل الثالث

مبادئ أساسية

١ - مفاهيم إحصائية

يؤدى حسن فهم واستخدام المفاهيم فى أى نسق علمى إلى التمكن من دراسة أبعاد هذا النسق ، وما يزخر به من أساليب ومعالجات وحقائق علمية . وتتزايد الحاجة لهذا الأمر فى الإحصاء على وجه الخصوص كنتيجة مباشرة لحقيقتين هامتين يطالعهما القارئ باستمرار فى تراث الإحصاء :

الحقيقة الأولى : هى أن هذه المفاهيم تتحول بعد صفحات قليلة إلى مجموعة من الرموز والصيغ المجردة التى تدخل فى معادلات ، وتستخلص منها مصطلحات جديدة أو تلخص فى مصطلحات أخرى . فإذا لم يكن القارئ قد استوعب بشكل دقيق معنى كل مفهوم والرموز المستخدمة فى الإشارة إليه ، فإنه لن يتمكن من استمرار المتابعة أو استيعاب الصيغ الإحصائية فى المراحل التالية .

الحقيقة الثانية : هى أنه رغم استقرار هذه المفاهيم وثباتها وتحدد معانيها فى التراث الإحصائى ، إلا أنة لم يحدث حتى الآن شكل أو قدر من الاتفاق على الرموز المستخدمة فى اللغة العربية فى الإشارة إليها ، وهى مشكلة تمثل عقبة هامة أمام القارئ المبتدئ الذى يرمى للاستزادة من معلوماتة وتنمية مهاراته الإحصائية ، فإذا كان قد بدأ دراسته متعاملا مع نسق من الرموز فى كتاب معين ، وإذا كان قد استوعب هذا النسق فإنه قد يفاجئ بنسق آخر من الرموز فى كتاب آخر ، ورغم أن بعض كتب الإحصاء تشير فى صفحاتها الأولى إلى مجموعة الرموز المستخدمة ومعانيها ، إلا أن هذا لا يحدث دائماً ، وعلى هذا يتعين على القارئ أن يكون حريصاً بالقدر الذى يجعله يبحث منذ البداية عن نسق الرموز الذى يستخدمة المؤلف حتى لا يترتب على جهله بهذه الرموز أو خلطه بينها وبين نسق سابق درسه أو استوعبه ارتباك فى المادة العلمية التى يدرسها .

وبصفة عامة يلاحظ فى كتب الإحصاء الأجنبية أن هناك نسقين من الرموز المستخدمة :

النسق الأول : هو الحروف الأبجدية اليونانية .

والنسق الثانى : هوالحروف اللاتينية أو الرومانية المعروفة .

ورغم أن استخدام أى من الحروف اللاتينية أو اليونانية قاصر على الكتب الأجنبية ، إلا أنها كمصادر متنوعة للمؤلفين العرب تؤدى إلى وجود نفس التباين فى استخدام الرموز أو تعريفها بصورة أو بأخرى .

وفيما يلى الرموز الإحصائية المأخوذة عن الأبجدية اليونانية والأبجدية اللاتينية الشائعة الاستخدام فى النصوص الإحصائية الأجنبية :

(أ) الحروف الأبجدية اليونانية الشائعة فى الكتابات الإحصائية

الحرف	إسمه	معناه الإحصائى
α	ألفا	مستوى ألفا للدلالة .
β	بيتا	معامل بيتا لمعادلات انحدار معينة .
δ	دلتا	الفرق بين معلمين .
S	ذيتا	القيمة المعلمية لدالة تحويل فيشر Z .
η	إيتا	نسبة الارتباط ، مقياس للارتباط غير المستقيم .
θ	ثيتا	مسمى عام لزاوية .
μ	ميو	المتوسط الحسابى للمجتمع ، متوسط معلمى .
ξ	اكسى	انحراف عن متوسط المجتمع .
π	بى	نسبة نصف قطر الدائرة إلى محيطها أى ٣,١٤١٦ .
ρ	رو	معلم لمعامل ارتباط بيرسون .
σ	سيجما	الانحراف المعيارى لتوزيع المجتمع .
φ	فاى	معامل للارتباط .
x	كاى	كا^2 ، معامل إحصائى يبين العلاقة بين الفروق فى توزيعين أحدهما لعينة والآخر للمجتمع أو لعينة أخرى .

(ب) الحروف الأبجدية اللاتينية الشائعة فى الكتابات الإحصائية

(تستخدم غالبا حروف مائلة)

الحرف	معنـاه الإحصـائى
a	زاوية
b	معامل انحدار
c	مئين ، وأيضا معامل التوافق
d	فرق
D	إعشارى ، وأيضا مدى
$\bar{D}$	متوسط الفرق
E	توقع ، وتقرأ الصيغة *E(x)* كالآتى : القيمة المتوقعة للمتغير *x* (أو القيمة المتوقعة للمتغير س)
E	مؤشر كفاءة التنبؤ فى الارتباط
e	خطأ
f	تكرار
F	نسبة التباين
F	مقياس التكرارات المتوقعة
H	فرض ويستخدم معه عادة تذييل Ho مثلا
i	طول الفئة ، وكذلك أية قيمة مفردة فى صف ما وعادة مايستخدم للتذييل
j	أية قيمة مفردة فى عمود ، عادة يستخدم للتذييل
ij	أية قيمة مفردة تحتل خلية فى صف وعمود معين بين مجموعة من القيم
k	معامل الاغتراب ، كما يستخدم فى الإشارة إلى الفئات أو الفئات الفرعية فى تصنيف ما .

الحرف	معنـاه الإحصـائى
m	مجموع أو عدد الفئات أو العناصر
M	المتوسط الحسابى لمجموعة من البيانات فى الاحصاء الوصفى
n	مجموع التكرارات فى عينة أو Σf
N	مجموع التكرارات فى المجتمع أو ΣF
p	نسبة
P	معلم نسبى ، وكذلك تبادل
P	احتمالية وتقرأ الصيغة $P(x)$ كالآتى: احتمالية x (أو احتمالية س)
q	١ - p (أو الباقى من الواحد الصحيح بعد خذف نسبة)
Q	١ - P أو ربيع
r	معامل ارتباط بيرسون
R	معامل الارتباط المتعدد ، وكذلك رتبه
s	انحراف معيارى
S	مجموعة فرعية
t	إختبار «ت» أو الفروق بين المتوسطات
V	التباين فى بيانات إحصائية وصفية
w	معامل الاتساق
	انحراف معيارى أى $X - \overline{X}$ وكذلك متغير (أى المتغير س مثلا)
$\overline{x}$	متوسط حسابى
$\overline{X}_G$	متوسط هندسى
y	متغير (أى المتغير ص مثلا)
$\overline{Y}$	أى مقياس للمتغير أو متوسط
z	انحراف عن متوسط بوحدات انحرافية معيارية
Z	معادلة تحويل فيشر لقيم الارتباطات

(Peatman, 1963, PP. 17-18)

يضاف إلى ذلك بعض الرموز التى تستخدم للاشارة إلى عمليات مختلفة فى الممارسة الاحصائية كالآتى :

رموز العمليات:

= : يساوى

≠ : لايساوى

≡ : يساوى تقريبا

أ > ب : أ أكبر من ب أو ب أصغر من أ

أ < ب : أ أصغر من ب أو ب أكبر من أ

أ ≤ ب : أ تساوى ب أو أكبر منها

أ ≥ ب : أ تساوى ب أو أصغر منها

Σ : مجموع

١- مفاهيم إحصائية اساسية

لعل الخطوة الأولى الهامة هنا هى تعريف المفاهيم الأساسية التى سيقابلها القارئ خلال هذا السياق ، وسيجد فى أغلب الأحوال أن بعضها مشروح بشكل تفصيلى فى موضعة ولكنه فى حاجة للتعرف على معناه مبكراً ، إذ حتى يصل إلى موضعه الرئيسى على امتداد السياق سيكون قد التقى به أكثر من مرة .

١- إحصاء[١] :

رغم أننا نستخدم كلمة إحصاء بصفة عامة للاشارة إلى « علم الإحصاء » إلا أن كلمة إحصاء تستخدم عادة فى معانى متعددة ومختلفة ، وعادة ما يتحدد استخدام كل معنى من معانيها اصطلاحاً خلال السياق الذى تستخدم فيه . وبعض

---

(١) Statistics

المعانى المألوفة الاستخدام لكلمة إحصاء هى الآتى :

. (Brookes & Dick, 1969, P. 1)

١ - يشار بها إلى الفرع من العلم الذى يتعامل مع البيانات الكمية للظواهر المختلفة وصفاً وتبويباً لها وتحليلا واختباراً أو استدلالا منها ، وبهذا المعنى يكون هذا الكتاب كتابا فى الإحصاء .

٢ - يشار بها إلى البيانات الكمية ، الخاصة بظاهرة معينة فى مقابل البيانات الكيفية لنفس الظاهرة أو لظاهرة أخرى ، فيعنى تعبير الخصائص الإحصائية لظاهرة ما ، الخصائص الكمية فى هذه الظاهرة ، التى تقبل القياس ، أو الترتيب ، أو العد ، أما الخصائص الكيفية فهى مالا يقبل شئ من ذلك ، ويمكن أن تصدق بالنسبة لهذه الخصائص الكيفية أوصاف مثل أحسن من ... أو أفضل من ... أو أجود من ...

٣ - يشار بها إلى المنهج أو الطريقة الإحصائية المستخدمة فى بحث أو دراسة معينة ، فقد يقسم الباحث بحثه إلى ثلاثة أقسام : عرض التراث ، الدراسة الميدانية ، الإحصاء ، ليشير بالقسم الأخير إلى المعالجات والمنهج الاحصائى الذى اتبعه فى دراسته لمشكلة بحثه .

٤ - يشار بها إلى قيم عينات المشاهدات أو الملاحظات ، أو القيم المستخلصة من قياسات موضوعية ، والتى تعبر عنها مفاهيم محددة مثل المتوسط والنسبة المئوية .

ب - متغير[١] :

المتغير مفهوم إحصائى[٢] ، وفيما مضى كان المتغير يعرف على أنه سمة[٣] أو خاصية[٤] تكشف عن فروق أو تباينات فى الدرجة أو المقدار[٥] وذلك

---

(١) Variable
(٢) Statistical Concept
(٣) Trait
(٤) Characteristic
(٥) Magnitude

فى مقابل الصفات[1] التى كانت تعرف على أنها خصائص تكشف عن فروق فى النوع[2] أو الكيف[3] وليس فى الدرجة أو المقدار ، غير أن هذا التمييز أصبح مهجوراً الآن ، وأصبح مصطلح متغير يستخدم فى الإشارة إلى أية سمة أو خاصية أو صفة تكشف عن فروق ، بغض النظر عن ما إذا كانت هذه الفروق كمية أو كيفية، وعلى هذا فإن خصائص أو صفات مثل الجنس ، ولون العين ، والجنسية ، والسلالة عبارة عن متغيرات تكشف عن فروق كيفية بين شخص وآخر ، بينما خصائص مثل اللون ، والوزن ، ودرجة اللمعان ، والحدة الإدراكية ، وزمن الرجع ، متغيرات تكشف عن فروق كمية ، وقد ناقش كيلى (Kelly, 1947) فى كتابه أسس الإحصاء الفرق بين البيانات الكمية والبيانات الكيفية . ويمكن القول أن البيانات الكيفية هى التى لا يمكن تكميمها ، أو على الأقل ، التى لم يتم تكميمها بعد ، فإذا أخذنا لون العين ، على سبيل المثال ، والذى كان علم النفس القديم يتناولة باعتباره متغيرا كيفيا ، سنجد أنه بعد إمكان قياسه باستخدام مفاهيم فيزياء الضوء أصبح متغيراً كمياً ، ويشار إليه الأن باعتباره مركب من موجات ضوئية ذات أطوال معينة ، وهناك متغيرات يصعب أحياناً بالنسبة للشخص العادى أن يميزها بخصائصها الكمية فقط نتيجة لإدراكه المباشر لها فى صورة كيفية كلون البشرة مثلا ، الذى يتعامل معه الشخص العادى فى صورة فئات لونية مثل أبيض، اسمر ، اصفر ، ... الخ . بينما يقبل فى حقيقة الأمر الترتيب على متصل يمتد بين ناصع وداكن ودرجات متوسطة بين هذين الطرفين .

وعلى هذا فإن البيانات الإحصائية عن المتغيرات وسواء أكانت كمية أو كيفية يمكن تصنيفها فى الآتى :

---

(1) Attributes
(2) Kind
(3) Quality

١ - بيانات قابلة للعد[١] : أى يمكن عدها داخل فئة مع وجود فروق بينها واتصافها جميعاً بصفة واحدة على الأقل تبرر ادخالها معا فى هذه الفئة مثل عدد الحبات فى سلة برتقال حيث الفئة هى برتقال ، أو عدد الأفراد فى فئة تلاميذ ، مع وجود فروق بين كل برتقالة والأخرى فى الجودة أو وجود فروق بين كل تلميذ والآخر فى الاجتهاد .

٢ - بيانات قابلة للترتيب[٢] : أى يمكن ملاحظة فروق كمية غير منتظمة بينها فى المتغير موضوع الدراسة مثل صلابة مجموعة من العناصر مرتبة فى فئة المعادن دون تحديد دقيق لدرجة أو مقدار الصلابة ، مجرد أن الحديد أكثر صلابة من النحاس ، والنحاس أكثر صلابة من الرصاص وهكذا .

٣ - بيانات قابلة للقياس[٣] : أى بيانات كمية تقاس بمقاييس ذات وحدات منتظمة بحيث يتحدد الفرق بين المفردة والأخرى بوصفه فرق كمى مساو لعدد من وحدات المقياس (فرج ، ١٩٨٩) . مثل نسبة الذكاء ودرجة التحصيل والدرجة على مقياس للمفرادات .

جـ - المجتمع[٤]* :

ويستخدم هذا المصطلح أو المفهوم للإشارة إلى المجموع الكلى للأفراد سواء أكان المجموع الحقيقى أو المفترض ، محدداً من خلال بعض خصائص أفراده وقد يكون هذا المجموع الكلى كبيراً بصورة غير محدودة ، وهى الحالة التى يكون فيها المجتمع الإحصائى لا متناهى ، كما قد يكون هذا المجموع الكلى متناهى أو محدود .

---

(١) Countable
(٢) Rankable
(٣) Measurable
(٤) Population

(*) ويستخدم لها كمرادف فى هذا السياق Universe أو Collective .

د - الإطار[1] والمجتمع الأصلى[2] :

يسمى المجتمع الذى تسحب منه العينات باسم المجتمع الأصلى أو الإطار وعادة ما يستخدم المصطلح الأخير وعلى الأخص فى البحوث المسحية[3] حيث يتضمن الإطار كل مفردات عينة مجتمع ظاهرة معينة وحيث يمكن تحديد هذه المفردات بأرقام مسلسلة لتسحب منها عينة ما سواء فى وقت معين ، أو على مدى فترة معينة ، والمجتمع المستهدف[4] فى أى دراسة قد يكون أكبر من إطار المجتمع عندما تكون قائمة مفردات العينة أقل من ١٠٠٪ من المجتمع الأصلى ، من ذلك مثلا عندما نريد أن نسحب عينة من مجتمع الأطباء فى مصر ، إلا أن إطار العينة والذى قد يكون فى هذه الحالة قائمة العضوية فى نقابة الأطباء قد يتضمن نسبة أقل من ١٠٠٪ من مجموع الأطباء (المجتمع) نظراً لعدم تضمينها أحدث الخريجين العاملين من الأطباء مثلا. ويستخدم تعبير المجتمع الأصلى بالمعنى السالف باعتباره الإطار ، كما يستخدم للإشارة إلى مجتمع نظرى لا متناهى فى الكبر تسحب منه عينات مختلفة ، كما نفعل عندما نريد سحب عينة من سلوك شخص ما (أو أشخاص مختلفين) تحت ظروف تجريبية أو ضابطة أو بواسطة قياس محدد.

هـ - عينـة[5] :

العينة نسبة محدودة[6] من مجتمع إحصائى ، هى جزء من كل ، ونستطيع الحصول على عينات احتمالية[7] بواسطة طريقة نطلق عليها اسم الانتخاب العشوائى[8] ، وتوفر هذه العينات العشوائية معلومات صادقة عن المجتمع الإحصائى المحدود بفروق ضئيلة عن الواقع ، ونحن نقبل هذه الفروق فى مقابل ما تتميز به هذه العينات من وفر فى التكلفة والوقت والجهد ، وهناك أساليب متعددة للعشوائية ، يتميز كل أسلوب منها بمزايا معينة والمجتمعات المحدودة يمكن دراستها من خلال العينات فقط .

---

(١) Frame
(٢) Parent Population
(٣) Survey Research
(٤) Target Population
(٥) Sample
(٦) Finite Portion
(٧) Probability Sample
(٨) Randomization

و معلمات[١] :

يستخدم مصطلح معلمات (ومفردها معلم بفتح الميم الأولى وتسكين العين والميم الثانية) للاشارة إلى مقاييس مستخلصة استنباطيا[٢] من مجتمع فرضى أو مجتمع إحصائى، والذى يكون عادة غير محدود الحجم . أو يقدر استقرائيا[٣] من خلال قيم ملاحظة من مجتمع محدود ، وفى الإحصاء التطبيقى نفترض الكثير من المعلمات المجهولة ، ويلاحظ أن قيم المجتمع هى التى تسمى معلمات ، بينما قيم العينات تسمى إحصاء وهذه نتوصل إليها عن طريق حسابها . أما المعلمات فتقدر (McNemar, 1957, P. 2) وقد تفترض القيمة المعلمية باعتبارها ثابت[٤] أو تقدر تقديراً .

ويعتمد أحد مجالات الإحصاء الاستدلالى وهو الذى يهتم باختبار الفروض على افتراض قيم معلمية ثم اختبار هذه القيم . بينما يهتم مجال آخر من مجالات الإحصاء الاستدلالى بمشكلة المعلمات الخاصة بالمجتمع الأصلى

ز - دالة [٥] :

الدالة كمية تتباين مع كمية اخرى ، وفى تعبير مثل ، ص = ف (س) ، تكون ص دالة س ، وتعتمد قيمة ص على قيمة س ، بتعبير آخر تكون ص متغير تابع[٦] ، وس متغير مستقل[٧] فى هذه العلاقة

ح - مؤشر[٨] :

المؤشر عبارة عن رقم محسوب يعبر عن نسبة متغير إلى آخر . أو نسبة من بُعد ما إلى بُعد آخر ، مثال ذلك أن نسبة الذكاء[٩] ، وهى نسبة العمر العقلى للشخص إلى عمره الزمنى ، تسمى مؤشر الذكاء . كما أن نسبة أقصى عرض للرأس إلى أقصى طول للرأس تسمى المؤشر الرأسى[١٠] . وعادة ما تضرب قيمة كل مؤشر فى ١٠٠ ليكون المؤشر فى شكل نسبة مئوية .

---

(١) Paranters
(٢) Deductively
(٣) Inductively
(٤) Constant
(٥) Function
(٦) Dependent Variable
(٧) Independent Variable
(٨) Index
(٩) (I.Q) Intelligence Quotient
(١٠) Cephalic Index

ط - متغيرات[1]:

يرمز عادة للقيمة المتغيرة المفردة بالرمز س ، ويشار دائماً للقيم فى السياق الإحصائى بالرموز س ، ص . وعند الإشارة لثلاثة قيم يستخدم الرمز ع بالإضافة إلى س ، ص كما يمكن الإشارة لهم على أنهم $س_1$ ، $س_2$ ، $س_3$. أما فى حالة الإشارة لأكثر من ثلاثة قيم فيستخدم تذييل رقمى للحرف س مثل $س_{13}$ أو $س_{16}$ وهكذا . ويستخدم رقمين أحياناً كرمز تذييلى لعدد من القيم تبلغ ن قيمة فى الإشارة إلى معامل الارتباط مثلا ، وبهذا فإن رمز مثل $ر_{21}$ يشير إلى الارتباط بين المتغيرات أرقام ١ ، ٢ .

ى - قياسات[2]:

يشار للقيمة الكمية المفردة الواحدة باسم قياس ويرمز لها عادة بحرف أسود* مثال ذلك القيمة **س** من المتغير س والقيمة **ص** من المتغير ص وعند الإشارة لأفراد مختلفين أو قيم مختلفة فى المتغير س تستخدم الأرقام فى ذيل الحروف لتحديد هذه القيم مثال ذلك $س_1$ ، $س_2$ ، $س_3$ ويشار للقيمة الأخيرة بالرمز $س_ن$.

ك - تكرارات[3]:

يشار لعدد الحالات فى مجموعة أو فئة معينة باعتبارها تكرارات لظهور هذه الحالات أو القيم أو الأفراد داخل هذه الفئة ، ويرمز للتكرارات بالرمز ك ويرمز لها أحيانا بالرمز ن ، ويشار عادة للتكرارات داخل الفئة بالرمز ك ف أى تكرارات الفئة، بينما يستخدم الرمز ن للاشارة للتكرار الكلى. وأحيانا ما يستخدم الرمز Σك حيث يشير الرمز Σ إلى المجموع ، ويستخدم فى الإحصاء الوصفى أما ن أو Σ ك ، أما فى الإحصاء الاستدلالى فتستخدم ن لمجموع تكرارات المجتمع Σ ك وعلى ذلك تكون ن ذات قيمة عددية عندما يكون المجتمع الإحصائى محدوداً فقط، وفى غير هذه الحالة تكون قيمة ن لا متناهية ، ن = α**

---

(١) Variables
(٢) Measures
(٣) Frequancies

(*) بالحروف الكبيرة Capital فى اللغة الانجليزية .
(**) يشار بهذا الرمز إلى قيمة غير متناهية أو مجهولة الحجم .

٢ - اساسيات رياضية

جزء من المعاناة التى يواجهها المتخصصون فى العلوم الإنسانية ، ممن لم يتزودوا بدراسة رياضية مبكرة ، عند معالجتهم للمشكلات الإحصائية واستخدام الأساليب الكمية التى يحتاجونها ، تتمثل فى أنهم يقعون فى اخطاء حسابية بسيطة ، ويرجع ذلك لعدم ممارستهم التمرينات الحسابية لفترات طويلة ، ورغم أن الآلات الحاسبة الكهربائية المنتشرة الآن تقوم بالجزء الأكبر من العمل الإنسانى فى هذا المجال وبكفاءة عالية والأمر بالمثل فى الحواسب الالكترونية والحواسب الشخصية التى أصبحت ميسورة وسهلة الاستخدام ، إلا أن الحاجة تبدو ماسة هنا لمراجعة محدودة للعمليات الحسابية الأساسية التى لا تخرج الاستخدامات الإحصائية بكل أشكالها عنها . ولأن مصادر الأخطاء تكون دائماً فى حالة استخدام الكسور العشرية أو الاعتيادية أو وجود أرقام سالبة وأخرى موجبة فسنتناول فيما يلى مراجعة لكيفية إجراء هذه العمليات الحسابية .

أ - الكسور العشرية[١] :

١ - الجمع والطرح : عند جمع أو طرح كسور عشرية ضع الأرقام فى صفوف بعضها أسفل البعض بحيث تكون العلامة العشرية لكل رقم تحت العلامة العشرية للرقم الآخر .

مثال : إذا أردت جمع القيم ٤,٠٢٩٥ ، ٣١٤,٢٦ ، ٧٦,٨ ضع الأرقام فى صفوف بعضها تحت بعض بحيث تكون العلامة العشرية لكل رقم تحت الآخر تماماً كالآتى :

٤,٠٢٩٥
٣١٤,٢٦
٧٦,٨
―――――
٣٩٥,٠٨٩٥

والأمر نفسه فى الطرح

---

(١) Decimals

مثال : إذا أردت طرح القيمة ٤١ر٠٦٢ من القيمة ٩٠ر٨٠١ فضعها بنفس الطريقة كالآتى ثم اطرح :

٩٠ر٨٠١
٤١ر٠٦٢
―――――
٤٩ر٧٣٩

وللتثبيت من صحة الطرح ، اجمع باقى الطرح (أى النتيجة) على القيمة المطروحة .

٢ - **الضرب** : عند ضرب الكسور العشرية ، يجب أن يكون حاصل الضرب به عدد من الأرقام العشرية يساوى عدد الأرقام العشرية فى كل من القيمتين الضاربة والمضروبة معاً فإذا كانت القيمة الضاربة بها رقمين عشريين والقيمة المضروب فيها بها ثلاثة ارقام عشرية ، فلابد أن توجد بالنتيجة خمسة أرقام عشرية.

أمثلة :

١,٣	,٠٠٦	١,٠٢٥	٤٢,١٢٣
٢,٤	,٤	,٠٣	١,١٣
٣,١٢	,٠٠٢٤	,٠٣٠٧٥	٤٧,٥٩٨٩٩

٣ - **القسمة** : عند قسمة رقمين عشريين ، يكون عدد الأرقام العشرية فى النتيجة مساويا لعدد الأرقام العشرية فى الرقم المقسوم مطروحا منه عدد الأرقام العشرية فى الرقم المقسوم علية ، وذلك فى حالة ما إذا لم يكن هناك باقى للقسمة، فإذا كان الرقم المقسوم به ٦ أرقام عشرية والرقم المقسوم عليه به ٤ أرقام عشرية يكون بالنتيجة رقمين عشريين فقط .

أمثلة :

ر٠٠٢٠ / ٥ = ر٠٠٤ ، ٥ر٢١٦ / ٢ر = ٢٦ر٠٨ ، ٧ر٢١٢ / ر٠٣ = ٢٤٠ر٤

ب - الكسور الاعتيادية :

١ - الجمع والطرح : عند جمع أو طرح كسرين اعتياديين أو أكثر يجب اختصارهم أولا ليكون لكل منها نفس المقام أى يكون لهم مقام مشترك وبعد توحيد المقام نجمع بسط الأرقام المختلفة ، ولا نجمع المقام المشترك بل يوضع كما هو فى النتيجة .

مثال :

$$\frac{١}{٢} + \frac{١}{٣} = \frac{٣}{٦} + \frac{٢}{٦} = \frac{٥}{٦}$$

لاحظ أن المقام المشترك هنا هو ٦ (وهو المقام الأقرب للتوحيد بين ٢ ، ٣) حيث قمنا بضرب مقام الرقم الأول (أى $\frac{١}{٢}$) فى ٣ ليصبح ٦ وضربنا البسط بالتالى فى نفس الرقم (٣) فأصبح ٣ ، وبالمثل فى الكسر الثانى (أى $\frac{١}{٣}$) ضربنا المقام فى ٢ ليصبح ٦ وضربنا البسط فى نفس الرقم (٢) فأصبح ٢ .

أمثلة :

$$٣\frac{١}{٤} + \frac{١}{٢} = \frac{١٣}{٤} + \frac{٢}{٤} = ٣\frac{٣}{٤}$$

$$\frac{٥}{٨} - \frac{٣}{١٦} = \frac{١٠}{١٦} - \frac{٣}{١٦} = \frac{٧}{١٦}$$

$$\frac{٦}{٧} - \frac{٢}{١٤} = \frac{١٢}{١٤} - \frac{٢}{١٤} = \frac{٥}{٧}$$

وبالمثل نتبع نفس القواعد عند استخدام الرموز الجبرية بدلا من الأرقام كالآتى :

$$\frac{\text{س}}{\text{ص}} + \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{س ب}}{\text{ص ب}} + \frac{\text{ص أ}}{\text{ص ب}} = \frac{\text{س ب + ص أ}}{\text{ص ب}}$$

٢ - **الضرب :** لضرب الكسور الاعتيادية أضرب بسط كل كسر فى الآخر ، أو بسط كل الكسور معا ، وضع النتيجة فوق حاصل ضرب كل المقامات ، ثم اختصر النتيجة النهائية إذا احتاج الأمر لذلك :

$$\frac{١}{٤} \times \frac{١}{٣} = \frac{١}{١٢}$$

$$\frac{٣}{٥} \times \frac{٢}{٣} = \frac{٦}{١٥}$$

$$\left(\frac{٤}{٧}\right)\left(\frac{٢}{٥}\right)\left(\frac{٣}{٤}\right)\left(\frac{١}{٢}\right) = \frac{٢٤}{٢٨٠} = \frac{٦}{٧٠} = \frac{٣}{٣٥}$$

ويلاحظ أنه عند ضرب الكسور العشرية يمكن اختصار الكثير من الوقت والجهد إذا قمت باختصار أى بسط مع أى مقام مشتركان فى القيم المضروبة ففى المثال السابق يمكننا أن نختصر أولا ثم نضرب بقية الكسور وبسرعة فنحصل على النتيجة نفسها كالآتى :

$$\frac{\overset{١}{\cancel{٤}}}{٧} \times \frac{\overset{١}{\cancel{٢}}}{٥} \times \frac{٣}{\underset{١}{\cancel{٤}}} \times \frac{١}{\underset{١}{\cancel{٢}}} = \frac{٣}{٣٥}$$

وما فعلناه هنا هو الآتى : بدأنا أولا باختصار بسط $\frac{٤}{٧}$ مع مقام $\frac{٣}{٤}$ بأن قسمناها على ٤ فأصبحا $\frac{١}{٧}$ ، $\frac{٣}{١}$ وبنفس الطريقة يمكننا اختصار بسط $\frac{٢}{٥}$ مع مقام $\frac{١}{٢}$ بقسمتها على ٢ فيصبحا $\frac{١}{٥} \times \frac{١}{١}$ فأصبحت النتيجة كالآتى حاصل ضرب بسط كل القيم ٣ وكل المقامات ٣٥ .

$$\frac{١}{٧} \times \frac{١}{٥} \times \frac{٣}{١} \times \frac{١}{١} = \frac{٣}{٣٥}$$

٣ - **القسمة** : عند قسمة أى كسر عشرى على كسر آخر عشرى ، اقلب الكسر العشرى المقسوم عليه بحيث يصبح بسطة مقاما ومقامه بسطا واقلب العلامة الحسابية الخاصة بالقسمة (÷) إلى العلامة الحسابية الخاصة بالضرب (×) ثم قم بالضرب حسب القاعدة السابقة للضرب ، بضرب قيم البسط معاً ، ثم قيم المقام معا ، أو بالاختصار ثم الضرب .

أمثلة :

$$\frac{٧}{١٦} \div \frac{١}{٢} = \frac{٧}{١٦} \times \frac{٢}{١} = \frac{٧}{٨}$$

$$\frac{٥}{١٣} \div \frac{١}{٣} = \frac{٥}{١٣} \times \frac{٣}{١} = \frac{١٥}{١٣} = ١\frac{٢}{١٣}$$

$$\frac{٧}{٩} \div \frac{٢}{٥} = \frac{٧}{٩} \times \frac{٥}{٢} = \frac{٣٥}{١٨} = ١\frac{١٧}{١٨}$$

وبالمثل فى القسمة الجبرية باستخدام الرموز بدلا من الأرقام .

مثال :

$$\frac{\text{س}}{\text{ص}} \div \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{س}}{\text{ص}} \times \frac{\text{ب}}{\text{أ}} = \frac{\text{س ب}}{\text{ص أ}}$$

$$\frac{\text{ع}}{\text{ك}} \div \frac{\text{ق}}{\text{ك}} = \frac{\text{ع}}{\cancel{\text{ك}}} \times \frac{\cancel{\text{ك}}}{\text{ق}} = \frac{\text{ع}}{\text{ق}}$$

جـ - الأرقام السلبية[1] :

١ - **الجمع** : عند جمع مجموعة من القيم السلبية (جميعها سلبية) قم بجمع كل القيم معا جمعا اعتياديا ثم ضع على يمينها إشارة السلب (-) .

Negative Numbers (١)

مثال : اجمع – ٥ ، – ٩ ، – ١٤

– ٥
– ٩
– ١٤
———
–٢٨

أما إذا كانت إشارات بعض القيم موجبة ، وبعضها الآخر سالبة فلدينا حالتين:

الحالة الاولى : إذا كنا نقوم بجمع قيمتين فقط أحدهما موجبة والأخرى سالبة فنقوم بطرح القيمة الصغرى من القيمة الكبرى ونضع إلى يمين النتيجة إشارة القيمة الكبرى .

أمثلة :

–١٤، + ٥	–٩، +١٦
تجمع كالآتى :	تجمع كالآتى :
–١٤	– ٩
+ ٥	+ ١٦
–٩	+ ٧

الحالة الثانية : إذا كنا نقوم بجمع سلسلة من القيم وليس قيمتين فقط فنقوم فى هذه الحالة بجمع القيم الموجبة على حدة ، والقيم السالبة على حدة ، لنحصل من هذه الخطوة على قيمتين فقط أحدهما موجبة والأخرى سالبة ثم نطبق القاعدة التى استخدمناها فى الحالة الأولى .

أمثلة :

٥ -	١١ +	٤ +
٣ +	٣ -	٦ +
٤ -	٦ -	٢ -
٦ -	١٩ +	٣ +
٧ +	٧ +	٥ -
١٥ -	٣٧ +	١٣ +
١٠ +	٩ -	٧ -
٥-	٢٨ +	٦ +

٢ - **الطرح** : لطرح قيمة سالبة من قيمة ما غير إشارتها ثم قم بعملية جمع ، مثال ذلك الآتى :

١٥	٢٤ -	٦.٤٢-
(٨-)-	(١٦-)-	(١٤.٢١-) -
٢٣	٨-	٧.٧٩ +

٣ - **الضرب** : عند ضرب قيمتين معا ، لهما نفس الإشارة فالنتيجة دائما موجبة .

٥	٥ -	٦.٣	٦.٣
٤ ×	(٤ -) ×	٢.٤	٢.٤ -
٢٠	٢٠	١٥.١٢	١٥.١٢

أما إذا كانت إشارة أحد القيمتين موجبة وإشارة الأخرى سالبة فتكون النتيجة سالبة .

أمثلة :

٦	٩ -	٢,٤ -	٣,٦
× (٣ -)	× ٤	× ٢,١	× (,٤ -)
١٨ -	٣٦ -	٥,٠٤ -	١,٤٤ -

٤ - القسمة : القاعدة العامة للقسمة هى نفس قاعدة الضرب ، فعند قسمة قيمة موجبة على قيمة اخرى موجبة ، أو عند قسمة قيمة سالبة على قيمة اخرى سالبة تكون النتيجة موجبة : أى أنه عندما تكون للقيمتين نفس الاشارة تكون النتيجة موجبة ، أما إذا اختلفت الاشارة فتكون النتيجة سالبة .

أمثلة :

(١٨ -) ÷ (٣ -) = ٦   (٢٥ -) ÷ (٥ -) = ٥   (٢٤ -) ÷ ٣ = ٨ -

٢٤ ÷ (٣ -) = ٨ -   (١٦ -) ÷ ٤ = ٤ -   ١٦ ÷ (٤ -) = ٤ -

د - استخدام الصفر :

لاتوجد مشكلة فى استخدام الصفر فى عمليات الجمع أو الطرح فاضافة صفر إلى قيمة معينة لايغير منها ، وطرح صفر من قيمة معينة لايغير منها أيضا ، كالآتى :

أمثلة :

٢٤	١٥	٢٢,٤	١,٥
+ صفر	- صفر	+ صفر	- صفر
٢٤	١٥	٢٢,٤	١,٥

أما فى الضرب ، فإن ضرب أية قيمة فى صفر يجعل ناتج الضرب صفر .

أمثلة :

١٥	صفر	١,٢٢
× صفر	× ٤	× صفر
صفر	صفر	صفر

٥٢ × صفر = صفر

وعند ضرب أى مجموعة من القيم معا وكان بينها صفر ، فإن النتيجة النهائية تصبح صفراً .

مثال :

(١,٢٢) (١٤.٠,) (صفر) (٢٢,٤) (١٧) = صفر

وعند القسمة نجد لدينا حالتين : الأولى قسمة الصفر على أى رقم ، وفيها تكون النتيجة دائما صفر .

مثال :

$$\frac{\text{صفر}}{٧} = \text{صفر} \qquad \frac{\text{صفر}}{٢,٤} = \text{صفر} \qquad \frac{\text{صفر}}{,٦٥} = \text{صفر}$$

الحالة الثانية عندما نحاول قسمة أى رقم على صفر ، وهذه حالة لا تجوز حيث النتيجة لا متناهية ولا يعبر عنها رقميا .

مثال :

$$\frac{٥}{\text{صفر}} = \infty \qquad \frac{٢,٤}{\text{صفر}} = \infty \qquad \frac{١٦}{\text{صفر}} = \infty$$

هـ - الأسس[1] :

استخدام الأسس محدود فى الإحصاء بصفة عامة ، ولكنه يمكن أن يكون مفيدا فى بعض الأحيان ، وعلى هذا فمن الضرورى التعرف على الأسس ومعناها . فاذا وجدنا الرقم $٢^{٢}$ فمعنى هذا أن الرقم ٢ (الأسفل) مرفوع إلى القوة الثانية أى

(١) Exponents

أن قيمته هى حاصل ضرب الرقم ٢ (الأسفل) فى نفسة أى أن $٢^٢$ = ٢ × ٢ = ٤ وبالمثل $٢^٣$ تعنى أن الرقم ٢ مرفوع للقوة الثالثة أى أنه حاصل ضرب ٢×٢×٢=٨ ويطلق على القيمة أو الرقم المرفوع إلى الأس ٢ اسم مربع والمرفوع إلى الأس أو القوة الثالثة اسم مكعب أو تكعيبى إذن فاثنين تربيع أى $٢^٢$ = ٢ × ٢ = ٤ ، اثنين تكعيب أى $٢^٣$ =٢ × ٢ × ٢ = ٨ .

وتستخدم الرموز الجبرية أيضا بنفس المعانى مثلا $س^٢$ = س × س ، $س^ل$ هى س مضروبة فى نفسها عدد من المرات قدره ل مرة . وهكذا .

و - فك الاقواس:

نحتاج أحيانا لتبسيط عدد من المعادلات أو القيم أو الصيغ الرقمية والجبرية المحاطة بأقواس عند إجراء عمليات حسابية أو القيام بحسابات إحصائية . وعلينا فى هذه الحالة أن نجرى العمليات المطلوبة داخل الأقواس أولا حتى نتمكن من فكها بعد ذلك .

مثال :

[(١٠ + ٤) ٥] - [(٢ + ٩) + (٦× -٥)]

نبدأ أولا باجراء العمليات داخل الأقوس الصغرى كالآتى :

[(١٤) ٥] - [(١١) + (-٣٠)]

قمنا فى الخطوة السابقة بحساب القيمة داخل أول قوسين صغيرين ، فجمعنا ١٠ + ٤ ، ثم جمعنا ثانيا ٢ + ٩ ، ثم ضربنا ثالثا ٦ × -٥ . نقوم بعد ذلك باجراء العمليات داخل الأقواس المربعة فنحصل على الآتى :

(٧٠) - (- ١٩) = ٨٩

قمنا فى الخطوة السابقة باجراء العمليات الآتية : وهى ضرب ١٤ × ٥ داخل القوس الأول وكانت نتيجتها (٧٠) ثم اجراء العملية التالية بالجمع داخل القوس الثانى وهى ١١ + (-٣٠) وكانت نتيجها - ١٩ ثم قمنا بالخطوة الأخيرة وهى :

(٧٠ - (-١٩)) = ٨٩

ر النسبة[1] والنسبة المئوية[2]

السبة مصطلح إحصائى يعنى جزء من كل فاذا قمنا بتقسيم كعكة إلى حمس قطع فان كل قطعة منها تمثل سبة من الحجم الكلى للكعكة قدرها خُمس أى $\frac{١}{٥}$ أو ٢ وإذا افترضنا أيضا. على سبيل المثال أننا أنفقنا ٤ قرش فى بعض المشتروات . وأنفقنا منها ٤ قرشا فى شراء أقلام . ١ قرش فى شراء كراسات ١٥ قرش فى شراء كتب . ٧ قرش فى شراء صور . ٤ قرش فى شراء مسطرة فان نسبة ما انفقناه على كل بند من هذه البنود هو ما يوضحه العمود للرابع من الجدول الآتى (١ ٣)

جدول رقم (١ : ٣)
النسب والنسبة المئوية

البند	القيمة	قيمته كجزء من مجوع	سبته	سبته المئوية /
أقلام	٤	$\frac{٤٠}{٤}$	١	١
كراسات	١	$\frac{١٠}{٤}$	٢٥	٢٥
كتب	١٥	$\frac{١٥}{٤}$	٣٧٥	٣٧ ٥
صور	٧	$\frac{٧}{٤}$	١٧٥	١٧ ٥
مساطر	٤٠	$\frac{٤٠}{٤}$	١	١
ن	٤		١	١

معنى هذا أن مجموع النسب أو مجموع الأجزاء يساوى دائما ١.٠ وعندما نرغب فى تحويل هذه النسب إلى نسب مئوية فنقوم بضرب كل نسبة فى ١٠٠ وبالتالى يكون مجموع النسب المئوية لأى قيمة هو ١٠٠.٠ بينما مجموع الأجزاء ١,٠ .

وعلينا أن نلاحظ أن تحويل أجزاء قيمة ما من نسب إلى نسب مئوية لا يكون مناسبا إذا كانت هذه القيمة صغيرة ، ذلك أن هذا التحويل يترتب عليه أن القيم الصغيرة يضخمها التحويل إلى نسب مئوية بشكل مضلل ، فاذا كانت لدينا قيمة قدرها ٢ فقط وكان ٢. من هذه القيمة تمثل شئ ما فان تحويل هذه ال ٢. إلى نسبة مئوية يجعلها ٢٠ ٪ وإضافة ١. إليها يحولها إلى ٣٠ ٪ وهو فرق يبدو كبيرا ويوحى بكميات كبيرة ، وعادة ما يوصى باقتصار تحويل المقادير الكبيرة أو القيم الكبيرة التى تفوق ١٠٠ إلى نسب مئوية ، على أن تستخدم النسب فقط فى حالة القيم التى تقل عن ١٠٠ ، ومن الأمانة العلمية الواجبة على الباحث أن يقدم للقارئ النتائج المحسوبة فى شكل نسب مئوية فى البحوث على أنها نسب مئوية . أى أن عليه أن يذكر فى تقريره ما إذا كانت نتائجه مجرد نسب ، أم نسب مئوية . ويمكننا أن نلاحظ أن تقريرا يتضمن مثلا زيادة فى درجة الأصالة طبقا لاختبار معين بلغت لدى عينه من الأفراد نسبه مئوية قدرها ٥٠٪ بينما لم تبلغ الزيادة فى الذكاء أكثر من ١٥ ٪ يمكن أن يكون مضللا إذا وضعنا فى اعتبارنا أن متوسط درجة الأصالة كان ٤ درجات ، بينما متوسط الذكاء لدى هذه المجموعة كان ١٠٠ وأن الزيادة فى الاصالة كانت درجتين بينما كانت فى الذكاء ١٥ درجة ، واستخدام النسب المئوية هنا رغم أنه سليم حسابيا إلا أنه يمكن أن يوحى بحقائق مختلفة عن الواقع الفعلى .

ح - تقريب الأرقام العشرية :

تتبع الإجراءات التالية عند تقريب الأرقام العشرية إلى أقرب رقم صحيح أو إلى أقرب رقم عشرى :

١ - التقريب لأقرب رقم صحيح :

٦,١ = ٦

٣,٩ = ٤

٨,١٦ = ٨,٢

٠,٠٩ = ٠,١

٢ - التقريب لأقرب رقم مئوى :

١٠.١٦٦ = ١٠.١٧

٠,٨٧٣ = ٠,٨٧

٢,٠٨٧ = ٢,١

القاعدة العامة فى المثالين السابقين هى أنه إذا كان الرقم العشرى الأخير أقل من ٥ فيلغى ، أما إذا كان الرقم العشرى الأخير أكبر من ٥ فيرفع الرقم العشرى السابق له برقم إضافى (أى الـ ٦ تصبح ٧ والـ ٣ تصبح ٤) ، إذا كان الرقم العشرى الأخير ٥ فالقاعدة العامة هى انه إذا كان الرقم السابق عليه فردى فيضاف له (١) وتحذف الـ (٥) أما إذا كان الرقم السابق عليه زوجى فتحذف الـ (٥) ولايضاف شيء وتوضح الأمثلة التالية هذه القاعدة (السيد ، ١٩٧٩ ، ص ٣٠).

٨.٢٤٥ = ٨.٢٤ حذفت الـ ٥ بدون زيادة فى الرقم الزوجى السابق

٩.٦٣٥ = ٩.٦٤ حذفت الـ ٥ وأضيفت ١ للرقم السابق

٨.٠٥ = ٨.٠

٩.١٥ = ٩.٢

٨.٤٥ = ٨.٤

٨.٣٥ = ٨.٤

ويلاحظ فى كثير من الأحيان أثناء إجراء حسابات إحصائية ، إمكان أجراء تقريب للأرقام بعد كل خطوة وأخرى ، غير أن هذا العمل يبدو متكررا ومستهلكا للوقت ، كما أنه لا يوفر ميزة معينة ، بل قد يؤثر فى صحة النتائج ، والأفضل فى هذه الحالة ، إذا كان المطلوب التعبير عن النتيجة النهائية فى صورة قيم ذات رقمين عشريين ، أن نقوم بكل العمليات الوسيطة بثلاث أرقام عشرية ، ثم نقوم بعملية التقريب لرقمين عشريين فى الخطوة الأخيرة من الحل . غير أنه يتبقى فى النهاية تساؤل حول العدد المناسب من الأرقام ذات المعنى أو الدلالة التى يجب أن نعبر بها عن حلولنا .

ط - العدد الدال من الأرقام فى النتيجة :

يعتقد البعض أن الحصول على نتائج لعملياتهم الإحصائية تتكون من قيم ذات أربعة أو خمسة أرقام يوفر احساساً بالدقة والصحة فى هذه النتائج ، غير أن هذه الفكرة غير سليمة ، فالعدد الكبير من الأرقام لا يمثل ميزة معينة ، والقاعدة العامة هى أن تتضمن نتائجنا عدداً من الأرقام أكبر برقم واحد من الأرقام الأصلية التى بدأنا بها حساباتنا ، فإذا كنا قد بدأنا مثلا فى حساب متوسطات وانحرافات معيارية لاختبارها ، وكانت الدرجات على هذا الاختبار مكونة من أحاد فقط مثل: ٧ ، ٤ ، ٢ ، ٣ ، ٩ ، ٥ فمن الأفضل أن لا تزيد الأرقام فى النتيجة عن رقمين فقط مثل ٤.٧ ، ٦.٥ وعندما تكون الدرجات الأصلية أو الخام مكونة من أحاد وعشرات مثل : ١٧، ١٢، ١٥ ، ١١ ، ٤٣ ، ....الخ فيفضل أن تكون النتيجة قيمة من ثلاث أرقام أى ٢٢٫٩ أو ٣٤٫١ وهكذا . ويجب ملاحظة أن القيمة تكون دالة وذات معنى لا بعدد الأرقام الصحيحة فيها ولكن بعدد الأرقام الصحيحة والعشرية معا . ويبين المثال التالى عدد الأرقام الدالة فى القيم الآتية :

٤٩ رقمين
٢٥٣ ثلاثة أرقام
٢٧٫٤ ثلاثة أرقام
٦..٣ أربعة أرقام
٥٣٦٣٫٤٦ ستة أرقام
٠٠٢٥ر رقمين (الصفرين فى هذه القيمة غير مؤثرين فى الدلالة)

ى - بعض العمليات الحسابية الضرورية :

يحتاج ممارس الإحصاء فى أغلب الأحوال لاجراء عدد من العمليات الحسابية فى القيم التى تتناولها مشكلاته المختلفة ويؤدى التوقف لإجراء مثل هذه العمليات الحسابية إلى إنفاق مزيد من الوقت والجهد ، والتعرض لأخطاء بسيطة يمكن أن تؤثر فى النتائج ، ومن أهم هذه العمليات الحسابية عمليات تربيع الأعداد أو استخلاص جذورها التربيعية أو حساب نسبة من القيمة أو حساب نسبة معينة من جذور القيمة ، وتيسيرا للباحث والدراس فقد أضفنا الملحق (ا) فى نهاية الكتاب والذى يوفر مرونة فى الحصول على نتائج هذه العمليات فى حدود الأعداد من ١ إلى ١٠٠٠ على الوجه الاتى:

١ - **تربيع الارقام** : قد نحتاج فى بعض العمليات الحصول على مربعات الأرقام وذلك عندما نقوم بحل المعادلات فقيمة مثل $(٩)^٢$ أو $(\text{ح ص})^٢$ تتطلب بعد تحديد قيمة ص بالتعويض عنها فى المعادلة أن نحسب مربع هذه القيمة ، ومربع الرقم هو حاصل ضربة فى نفسة فمربع ٤ = ١٦ (أى ٤ × ٤) ومربع ١٢ هو ١٤٤ (أى ١٢ × ١٢) غير أن المشكلة تظهر فى الأرقام الكبيرة التى لانستطيع حساب مربعاتها تلقائيا مثل ٢٤١ ، ٥١٦ الخ ... ولهذا فالعمود الثانى فى جدول الأعداد ومربعاتها .. الخ بالملحق (ا) يبين أمام كل عدد من ١ الى ١٠٠٠ مربع هذه كل عدد .

٢ - **جذور الاعداد** : وبالمثل كما نحتاج لمربعات الأعداد نحتاج لجذورها التربيعية أثناء إجراء عملياتنا الحسابية ، فمثلا قد تحصل على تباين مجموعة من القيم ولأن الانحراف المعيارى هو جذر التباين فلابد من استخراج جذر هذه القيمة فاذا كانت ٢١١ مثلا فان جذرها التربيعى هو ١٤٫٥٢٥٨ وهذه القيمة هى الإنحراف المعيارى ويبين العمود الثالث من أعمدة الجدول بالملحق (ا) الجذور التربيعية للأعداد من ١ الى ١٠٠٠ .

٣ - **حساب النسب** : يمثل حساب النسب ، وكذلك اختصار الكسور الاعتيادية عملية روتينية فى الحسابات الإحصائية المختلفة فاذا كان لدينا قيمة

مثل $\frac{٤}{٢٢١}$ مثلا وأردنا استخراج هذه القيمة فسنقوم فى العادة باجراء عملية قسمة الـ ٤ على الـ٢٢١ وهى عملية مرهقة ومطولة ، وسيكون أسهل منها بكثير أن نعرف قيمة الجزء الواحد من الـ٢٢١ أى $\frac{١}{٢٢١}$ ، فاذا عرفنا قيمة هذا الجزء فسيسهل ضربه مباشرة فى ٤ وهى عملية أبسط بكثير من عملية قسمة ٤ على ٢٢١ ويمثل العمود الرابع فى الملحق (ا) قيمة الجزء الواحد للأعداد من ١ الى ١٠٠ وأمام العدد ٢٢١ فى العمود الأول من هذا الجدول ، مثلا نجد فى العمود الرابع فى الصف نفسه القيمة ٤٥٢٥٠٠٠، فنضربها على الفور فى ٤ لتكون النتيجة ٤٥٢٥٠٠٠، × ٤ = ٠١٨١٠٠٠، .

٤ - **حساب نسبة من جذر تربيعى لقيمة :** نجد فى العمود الأخير من الجدول (ا) قيمة الجزء من الجذر التربيعى لعدد ما ويختلف هذا العمود عن العمود السابق فى أنه يعطينا قيمة الجزء لا من العدد أو القيمة ولكن من جذره كالآتى :

$\frac{١}{٢٠}$ العمود الرابع فى الجدول = ٠٥٠٠٠٠٠،

$\frac{١}{\sqrt{٢٠}}$ العمود الأخير فى الجدول = ٢٢٣٦،

أى أن العمود الرابع يمثل الجزء من القيمة أو $\frac{١}{ن}$ بينما يمثل العمود الأخير الجزء من جذر القيمة $\frac{١}{\sqrt{ن}}$ وذلك للأعداد من ١ إلى ١٠٠٠ أيضا .

الفصل الرابع
ترتيب وعرض البيانات

مهما كانت طبيعة البيانات المطلوب تحليلها إحصائيا ، فإننا لانجدها عادة فى صورة متناسقة أو معدة بشكل نموذجى منظم ، كما لا نجدها متاحة فى مصادرها الأولى دائما ويصبح المطلب الأول هو أن نقوم بتنظيم هذه البيانات بصورة ما . (Brookes & Dick, 1969, P . 6)

وحتى إذا كانت البيانات متاحة ويمكن الوصول إليها ، فقد توجد بصورة غير مناسبة ، أو قد يتعين استخلاصها بواسطة فرزها من خلال الوثائق القديمة وبصفة عامة تنقسم البيانات من حيث مصدرها إلى نوعين :

بيانات اولية[1] : وهى البيانات التى يتم جمعها من مصدرها الأصلى كأن نقوم بعد جميع الأفراد المتقدمين للالتحاق بوظيفة معينة ، فى كل يوم من أيام الفترة المعلن عنها للتقدم ، أو نقوم باختبار ذكاء مجموعة من الأفراد ، فنحصل على قائمة بدرجات ذكاء هؤلاء الأفراد . لأننا حصلنا على البيانات فى المثالين السابقين من مصادرهما فإن بياناتنا تعد أولية .

بيانات ثانوية[2] : وهى البيانات التى لا يتم جمعها من مصادرها الأصلية مباشرة بل نحصل عليها من مصدر تالٍ . كأن نعود إلى سجلات المواليد لنحصل على بيانات المواليد خلال فترة معينة وفى مدن أو مناطق معينة ، أو بيانات امتحان دراسى لنحصل على قائمة بدرجات الطلاب فى هذا الامتحان .

وسواء كانت البيانات أولية أو ثانوية ، فمن المؤكد أنها ستحتاج إلى ترتيبها وعرضها بصورة أو بأخرى قبل دراستها وتفسيرها (Yeomans, 1976, P. 33) .

---

(١) Primary

(٢) Secondary

وعادة لا نقتصر على عملية الترتيب والتصنيف هذه ، والتى تسمى توزيعا تكراريا يلخص البيانات ، ويوضح معالمها ، وما قد يوجد بينها من سمات وخصائص أو علاقات ، فنتقدم من التوزيعات التكرارية ، لوضع الرسوم البيانية المختلفة بهدف جعل بياناتنا قابلة للتفسير والاقناع (Downie & Heath, 1974, P.18) .

ورغم أننا نتعامل مع بيانات كمية من مجالات مختلفة مثل عدد أفراد الأسرة ، أو أسعار منتجات معينة ، أو دخول الأفراد ، أو درجات عينة من الطلاب فى اختبار للشخصية ، إلا أن كل هذه القيم تختلف فى طبيعتها ، ولهذا الاختلاف أهميته فى طريقة معالجتنا لها وفى طبيعة الفروض النظرية التى تقف خلفها ، ويمكننا تصنيف القيم العددية المختلفة فى فئتين محددتين .

القيم المتصلة(١) : يمكننا تمثيل القيم المتصلة بنقط متتابعة لاحصر لها على خط واحد . فبين كل قيمة والتى تليها عدد لا حصر له من القيم المتلاصقة بحيث لا ينقطع تتابعها مطلقا ، وبحيث يمكننا الحصول من هذا المتصل على أية قيمة مهما كان حجمها ، ومن أمثلة المتغيرات المتصلة الأطوال والأوزان . والقيم التى نخرج بها من قياس متغيرات متصلة تعنى أن أية درجة فى اختبار أو مقياس للطول مثلا يمكن النظر إليها على أنها مسافة بين نقطتين ، وهذه النظرة هى التى نعالج بها الدرجات على المقاييس النفسية ، فدرجة قدرها ٢٠ فى اختبار للتوافق النفسى يمكن اعتبارها مسافة على هذا الاختبار حدها الأدنى ١٩٫٥ وحدها الأقصى ٢٠٫٥ وأن التعبير عنها بالدرجة ٢٠ بدلا من الامتداد من ١٩٫٥ إلى ٢٠٫٥ ماهو إلا استخدام اصطلاحى للنقطة الوسطى فى هذه المسافة والتى تساوى ٢٠ ، ورغم أنه لا يوجد فى حقيقة الأمر أفراد يحصلون فى اختبار للتوافق أو أى اختبار نفسى أخر على درجات تتضمن كسورا عشرية ممتدة على مسافة معينة بين درجتين ، إلا أنه لا يوجد ما يمنع نظريا من حدوث ذلك .

القيم المتقطعة(٢) ، بينما نجد قيما متصلة فى الفيزياء أو علم النفس ، يمكننا أن نجد قيما متقطعة فى نظم علمية أخرى كالبيولوجيا أو علم الاجتماع ،

---

(١) Continous Values

(٢) Discrete Values

فالقيم المتقطعة عبارة عن قيم منفصلة لا يتصور وجود مسافات بين كل قيمة منها والأخرى . أو فروق عشرية محدودة بينها مثال ذلك إذا فتحنا قرن من البزلاء فسنجد فيه عدد من الحبات ٣ أو ٤ أو ٥ أو ٦ حبات ، إلا أننا لا نستطيع أن نتوقع أو نفترض نظريا إمكان وجود عدد من الحبات يقع بين ٢ و ٣ حبات ، وبالمثل عندما نحصل على معلومة عن عدد الأطفال فى أسرة معينة ، فيمكننا أن نجد أن عدد الأطفال ٣ أو ٤ أو ٥ أو ٦ ، ولا نتوقع أن نجد عدد من الأطفال بين ٤ و ٥ ، معنى هذا أن القيم المتقطعة عبارة عن قيم منفصلة كل قيمة تقف بذاتها وليست ملتصقة بقيم مجاورة على متصل واحد (Iversen, 1972, P.4) .

وعلينا أن نلاحظ أننا نُعبر ، فى القياس الواقعى للمتغيرات ، عن القيم المتصلة كما لو كانت منفصلة ، إذ أننا نحصل على قياس للسمات والخصائص النفسية المختلفة لأقرب رقم صحيح ، وهو نفس الأمر الذى نتبعه حتى عند قياس الأطوال ، فعند نمو طفل معين ، يتزايد طوله مارا بالمسافة من ١٣٠ سم إلى ١٣١ سم عبر المسافة ١٣٠,٠١ ، ١٣٠,٠٢ ، ١٣٠,٣ ، ١٣٠,٤ ، ١٣٠,٩ ، ... الخ ، ولكننا نحصل على قياسات مقربة إلى أقرب سنتمتر متجاوزين هذه الفروق الضئيلة المتصلة (خيرى ، ١٩٦٣، ص ٣٨ : Brookes & Diek, 1969.P 7) .

التوزيع التكرارى[1] :

يهدف التوزيع التكرارى لأية مجموعة من البيانات إلى تنظيمها وتبسيطها بصورة تسمح باجراء معالجات تالية لها ، أو بصورة تجعلها قابلة للفهم والاستيعاب ولنفترض أننا اختبرنا ٤٠ طالبا باختبار للشخصية ، وقمنا بتصحيح إجاباتهم وحصلنا على الدرجات الآتية لهم ، والتى يوضحها جدول رقم (١ : ٤) .

(١) Frequency Distribution

جدول رقم (٤:١)

درجات اربعون طالبا فى اختبار للشخصية

٥٦	٧٨	٦٢	٣٧	٥٤	٣٩	٦٢	٦٠
٢٨	٨٢	٣٨	٧٢	٦٢	٤٤	٥٤	٤٢
٤٢	٥٥	٥٧	٦٥	٦٨	٤٧	٤٢	٥٦
٥٦	٥٦	٥٥	٦٦	٤٢	٥٢	٤٨	٤٨
٤٧	٤١	٥٠	٥٢	٤٧	٤٨	٥٣	٦٨

وحتى يمكننا تحويل هذا الجدول الأصلى الذى يتضمن بيانات غير مرتبة أو غير مبوبة إلى جدول تكرارى ، فاننا نتبع فى ذلك عدد من الخطوات المتتالية على الوجة التالى :

١ - **تحديد مدى[١] الدرجات** ، ويقصد بالمدى الحد الأقصى والحد الأدنى الذى تتراوح بينه هذه الدرجات أو القيم . ويحدد المدى على الوجه الآتى . نفحص قيم الجدول للتعرف على أكبر قيمة وسنجد أنها ٨٢* (وقد وضعنا خطأ أسفلها فى الجدول رقم (١)) ونعود للفحص مرة أخرى للتعرف على أصغر قيمة ، وسنجد أنها ٢٨ (وقد وضعنا خطا أسفلها فى الجدول رقم (١)) ويحدد «المدى» الذى تتراوح بينه الأرقام بالمعادلة الآتية :

$$\text{المدى} = (س_{ق} - س_{د}) + ١ \qquad (٤:١)$$

حيث نشير بالرمز س للقيمة المفردة بين أى مجموعة من القيم ، ويعنى الرمز س قيمة ما من قيم الجدول ويعنى تذييلها بحرف ق أنها القيمة القصوى أى أنها أكبر قيمة بين قيم الجدول أى ٨٢ وبالمثل يشير الرمز س الآخر إلى قيمة أخرى فى الجدول ويعنى تذييلها بحرف د أنها القيمة الدنيا أو أصغر قيمة . وبذلك يكون

(١) Range

(*) لاحظ أنه قد تتكرر القيمة الكبرى أو الصغرى ولكن هذا لا يؤثر فى اعتبارها الحد الأقصى أو الأدنى .

المدى بتعبيرات لفظية عبارة عن الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة مضافا إليه ١ وبتطبيق هذه القاعدة يكون مدى الدرجات كالاتى :

المدى = (س ق - س و) + ١ = (٨٢ - ٢٨) + ١ = ٥٥

٢ - **تحديد طول الفئة**[١] : يقصد بالفئات عدد من الوحدات أو المسافات (مدى قصير) يقسم إليه المدى الذى قمنا بتحديده فى الخطوة السابقة . من ذلك أن مدى الدرجات الذى خرجنا به فى مثالنا والذى يبلغ ٥٥ يمكن تقسيمه إلى ١١ فئة أو أكثر أو أقل ، فإذا قسمناه لهذا العدد من الفئات (١١فئة) فيكون طول كل فئة ٥ درجات . كما يمكن تقسيم نفس المدى إلى عدد أكبر كأن نجعل طول الفئة ٣ درجات فقط والأمر يخضع لاختيارنا ، ولكن عادة مايقسم مدى الدرجات فى أى توزيع إلى عدد من الفئات يتراوح بين ١٠ فئات إلى ٢٠ فئة . وتقسيم مدى أية مجموعة من القيم لأقل من عشرة فئات يؤدى إلى توزيع يتميز بالخشونة وعدم إمكانية تعبيره بصورة مناسبة عن مجموعة القيم ، كما أن تقسيم المدى إلى عدد من الفئات يزيد عن ٢٠ فئة يؤدى إلى كمية عمل كبيرة لاتتضمن ميزة حقيقة ، ويترتب بالطبع على تحديد طول الفئة عدد الفئات التى سيقسم إليها هذا المدى.. ورغم أن أصغر قيمة فى توزيعنا كانت ٢٨ إلا أننا نستطيع أن نبدأ الفئة الأولى من قيمة أقل من ٢٧ مثلا أو من ٢٥ . وحسن تحديد نقطة البداية الأولى يساعد على تبسيط ويسر بدايات الفئات التالية وحدودها .

فاذا كنا نرغب فى توزيع درجات هؤلاء الطلاب فى عدد من الفئات يقترب من ٢٠ فئة ، فنستطيع أن نبدأ الفئة الأولى من ٢٧ لتنتهى فى ٢٩ فيكون طولها ٣ (حيث تتضمن أى درجات تقع بين ٢٧ ، ٢٩ أى الدرجات ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩) وتكون الفئة التالية من ٣٠ - ٣٢ بنفس الطول (حيث تتضمن الدرجات ٣٠ ، ٣١ ، ٣٢) وهكذا لننتهى بفئة تبدأ من ٨١ وتنتهى بـ ٨٣ . غير أننا نستطيع أن نجعل طول الفئة أكبر وبالتالى يقل عدد الفئات ويقترب من ١٠ فئات فقط وهو الحل الأفضل ، ويمكننا بهذا أن نجعل طول الفئة ٥ فى هذه الحالة كى تبدأ

---

(١) Interval

الفئة الأولى من ٢٥ لتنتهى فى ٢٩ (حيث تتضمن الدرجات الخمس ٢٥ ، ٢٦ ، ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩) وتبدأ الفئة الثانية من ٣٠ وتنتهى : ٣٤ (حيث تتضمن الدرجات الخمس ٣٠ ، ٣١ ، ٣٢ ، ٣٣ ، ٣٤) .

ومن حسن السياسة - كما سبق أن ذكرنا - أن نقسم المدى إلى عدد من الفئات بين ١٠ ، ٢٠ فئة وأن تكون أدنى فئة متضمنة لأقل قيمة ، أو تبدأ من قيمة أقل من القيمة الدنيا ، وأن تنتهى الفئات بما يتجاوز أقصى قيمة فى المجموعة . من ذلك أنه رغم أن أدنى قيمة فى الجدول رقم (١) هى ٢٨ إلا أن الفئة الأولى يمكن أن تبدأ من ٢٧ ، مع أنه لا توجد فعلا القيمة ٢٧ ، وبالمثل ننتهى بفئة من ٨١ - ٨٣ أو من ٨٠ - ٨٤ رغم أنه لا توجد لدينا قيم تزيد عن ٨٢ ويلاحظ أن مهارة تحديد الطول المناسب للفئة وعدد الفئات يمكن اكتسابه من خلال الممارسة ، بالإضافه إلى هذا فمن الأفضل أن يكون طول الفئة عدداً فرديا حتى يسهل تحديد مركز ومنتصف الفئة ، فمركز أو منتصف فئة تبدأ بـ ٤٥ وتنتهى بـ٤٧ (طولها ٣) هو ٤٦ . ومركز فئة تبدأ بـ ٥٠ وتنتهى بـ ٥٤ (طولها ٥) هو ٥٢ . وهكذا* . بالإضافة إلى هذا فإن أحد النقاط الهامة هنا ليست فقط فى أن تبدأ أدنى فئة برقم أقل من أى قيمة فى الجدول ، بل أن تحدد بداية الفئة بصورة تيسر العمل . ومن خلال الممارسة يمكننا أيضا أن نلاحظ أنه من الأفضل أن تكون بداية الفئة قيمة تمثل حاصلا لضرب طول الفئة فى رقم ما ، ففى مثالنا السابق ، إذا افترضنا أن طول الفئة ٤ ، ورغبنا فى أن تبدأ فئاتنا بقيمة تقل عن ٢٤ . فإن البداية تكون ٢٤ لأول فئة (حيث ٢٤ حاصل لضرب (٤ × ٦) أما إذا أخترنا طول الفئة ليكون ٥ ورغبنا فى أن تبدأ أولى فئاتنا بقيمة تقل عن ٢٨ أيضاً ، فإن ٢٥ بدايه مناسبة (حيث ٢٥ حاصل ضرب ٥ × ٥) .

٣ - **تحديد تكرارات كل فئة** : بعد أن قمنا بتحديد طول الفئة بادئين بفئة يقل حدها الأدنى عن أصغر قيمه ، ومنتهين بفئة يزيد حدها الأقصى عن أكبر قيمة

(*) لاحظ فى ضوء ماذكرناه عن القيم المتصلة والمتقطعة أن الفئة التى تبدأ مثلا بـ ٢٧ وتنتهى بـ ٢٩ إنما تضم القيم من ٢٦.٥ إلى ٢٩.٥ ولأن طول الفئة ٣ ونصف الفئة ١.٥ + ٢٦.٥ (أى البداية الحقيقية للفئة)يجعل منتصف الفئة أو مركزها ٢٨ وهو نفسه مانجده عادة فى هذه الأحوال .

نضع هذه الفئات فى جدول جديد ، بادئين بأصغر فئة فى أعلاه والأكبر منها أسفلها، وهو ما يبينه العمود الأول والذى نرمز له بالرمز (ف) أى الفئات فى الجدولين الآتيين أرقام (٢:٤) ، (٣:٤) .

وتكون الخطوة الثانية هى أن نفحص جدول القيم الأصلى (جدول رقم ١) بنظام « فنجد أن القيمة الأولى أو درجة أول طالب هى ٥٦ فنضع علامة مائلة (/) أمام الفئة التى تقع الدرجة ٥٦ فى حدودها ، وهى الفئة العاشرة (من أعلى فى جدول ٣ وهو الجدول الذى يمثل توزيعنا للمدى فى فئات طولها ٣ درجات) . وسنجد أن ٥٦ تقع فى الفئة ٧ (من أعلى فى جدول ٣ وهو الجدول الذى يمثل توزيعنا للمدى فى فئات طول كل منها ٥ درجات)* . ثم ننتقل إلى القيمة الثانية فى جدول رقم (١) وهى ٧٨ ونضع علامة مائلة / أمام الفئة التى تقع هذه الدرجة بين حدودها . وهكذا فى بقية قيم جدول رقم (١) ، وعلينا أن نلاحظ أنه كلما تجمعت ٤ علامات مائلة وكانت هناك علامة خامسة فعلينا أن لا نضعها بنفس الشكل ولكننا نستخدم العلامة الخامسة فى «تحزيم» العلامات الأربع السابقة ، بأن نضعها فوقهم معكوسة ~~////~~ بحيث تمثل كل حزمة ٥ تكرارات وهو ما يسهل عملية جمع تكرارات كل فئة فى نهاية العمل . والآن ، ماذا يعنى توزيع درجات الجدول الأول فى فئات على شكل تكرارات ؟ أنه يعنى أننا قمنا بتصنيف وتلخيص مجموعة القيم أو الدرجات التى بدأنا بها ، فنحن نتعامل الآن مع عدد محدود من الفئات ، ويشبة هذا الأمر دخولى إلى مبنى منظمة دولية مثل الأمم المتحدة حيث أجد مئات من الموظفين من جنسيات مختلفة وعندما أسأل سكرتير عام الأمم المتحدة عن جنسيات الموظفين فلن تكون إجابته : جون أمريكى وأحمد مصرى ، وبو عبيد جزائرى ، وبتروف روسى ، . . . ، . . . ، ويستمر فى ذكرهم جميعا واحدا بعد الآخر ولكن إجابته ستكون أنهم ٦٠ أمريكى ، ٤٠ روسى ، ٧ مصريين ، و٣ جزائريين ، ٢٠ فرنسيين ، وهكذا . وماذكره السكرتير العام كان نتيجة لتوزيع

(*) نحن نضع بالطبع جدولا واحدا بطول محدد للفئات فيه ، أما وجود جدولين هنا أحدهما بفئات طولها ٣ والآخر بفئات طولها ٥ فبغرض الإيضاح وللاحظة الفروق التى يمكن أن تنتج عن طول الفئة وعدد الفئات فى توزيع تكرارى معين .

هؤلاء الموظفين وتكرارتهم فى فئات هى فئة الأمريكيين والروس والمصريين والجزائريين والفرنسيين* الخ . نتقدم الآن لاستكمال العمل فى الجدول التكرارى .

الجدول رقم (٢ : ٤)

مثال لجدول تكرارى طول فئته ٣

ف**	/	ك
٢٩	/	١
٣٢	-	صفر
٣٥	-	صفر
٣٨	//	٢
٤١	//	٢
٤٤	~~////~~	٥
٤٧	///	٣
٥٠	////	٤
٥٣	///	٣
٥٦	/// ~~////~~	٨
٥٩	/	١
٦٢	////	٤
٦٥	/	١
٦٨	///	٣
٧١	-	صفر
٧٤	/	١
٧٧	-	صفر
٨٠	/	١
٨٣	/	١
		ن = ٤٠

(*) لاحظ فى هذا المثال أن فئات مثل الأمريكيين ، روس ، مصريين هى فئات منفصلة وليست متصلة كالدرجات على اختبار الشخصية وبالتالى فليس لها طول معين وليس لفئاتها حدود. وإن كانت هناك فئات عديدة منفصلة تنظم تسلسلا بحدود قاطعة ومسافات منتظمة.

(**) يفضل عادة وضع نهاية الفئات فى الجدول التكرارى وليس البداية والنهاية ، والفئة ٢٩ تعنى فى حقيقة الأمر ٢٧-٢٩ وهكذا مع بقية الفئات .

بعد أن وضعنا فى العمود الثانى العلامات المائلة الخاصة بتكرارات كل فئة نضع فى الجدول عموداً ثالثاً نشير إليه بالرمز «ك» أى التكرارات نضع فيه مجموع العلامات المائلة أمام كل فئة طبقاً للمبين فى جدول (٣ : ٤) . للتوزيع التكرارى لبيانات جدول (١ : ٤) :

وفيما يلى جدول توزيع تكرارى لبيانات جدول (١:٤) نفسه ولكن بطول قدره (٥) للفئة .

جدول رقم (٣ : ٤)

مثال لجدول تكرارى طول فئة ٥

ف *	/	ك
٢٩	/	١
٣٤	-	صفر
٣٩	///	٣
٤٤	//// /	٦
٤٩	//// /	٦
٥٤	//// /	٦
٥٩	//// //	٧
٦٤	////	٤
٦٩	////	٤
٧٤	/	١
٧٩	/	١
٨٤	/	١
		** Σ ك = ٤٠

(*) هنا أيضا وضعنا نهاية الفئات فقط ومع ذلك فالفئة - ٢٩ تعنى ٢٥-٢٩ ، والفئة - ٨٤ تعنى من ٨٠ - ٨٤ .

(**) لاحظ أن الرمزين ن أو Σك لهما نفس المعنى فإن ن تعنى مجموع الحالات ، Σك تعنى مجموع التكرارات ، ومجموع التكرارات ومجموع الحالات شئ واحد .

بهذا الشكل نكون قد وضعنا القيم الخام التى بدأنا بها فى مجموعات أو فى فئات ، بطريقة تجعها مناسبة للمعالجات التى تستخدم فيها معادلات البيانات المبوبة أو المصنفة .

ملخص خطوات عمل الجدول التكرارى

١- حدد مدى الدرجات .

٢ - اختر طولا مناسبا للفئة .

٣ - اقسم المدى على طول الفئة الذى اخترتة .

٤ - ضع الفئات بحدودها فى جدول مبتدئا من أعلى بأصغر فئة ، واجعل بداية الفئة حاصل ضرب طولها فى رقم ما .

٥ - ضع التكرارات فى شكل علامات مائلة فى عمود ثانى .

٦ - لخص العلامات المائلة فى العمود ك (سجل عددها رقميا) .

٧ - اجمع التكرارات وضع المجموع أسفل العمود ك .

التمثيل البياني للبيانات[1]

يوضح الجدول التكراري الذى قمنا باعداده فى الخطوة السابقة تمثيل بيانات ال ٤٠ طالبا فى اختبار الشخصية ، ويمكننا أن نلاحظ أن أحد مميزات هذا الجدول ليست فقط فى تصنيفه وتلخيصه لبيانات هذا العدد الكبير من الأفراد ، بل فى إظهاره أن توزيع درجاتهم يتبع نمطا خاصاً ، فاذا لحصنا بنظرة سريعة الجدول رقم (٢:٤) فسنلاحظ أن العلامات التكرارية المائلة تبدو قليلة فى الفئات الخاصة بالدرجات الصغيرة ثم تتزايد تدريجيا ويتجمع أغلبها فى وسط الجدول حيث الفئات الوسطى ، ثم تعود مرة أخرى لتنخفض التكرارات فى الفئات الكبرى ، ونجد نفس الظاهرة فى الجدول رقم (٣:٤) ومثل هذه الظواهر لها دلالات هامة فى فهمنا لتوزيع مجموعه من القيم أو الدرجات .

ويتميز التمثيل البيانى للتوزيعات المختلفة بابراز خصائص هذه التوزيعات بصورة أفضل ، كما يساهم فى إيضاحها ومعرفة سماتها من النظرة الأولى دون حاجة لفحص عميق . ولهذا يميل أغلب الباحثون إلى تمثيل توزيعاتهم التكرارية المختلفة فى صورة مضلعات ومدرجات ، وسنتناول الآن كيفية عمل مثل هذه الرسوم البيانية مستخدمين فى ذلك بيانات الجدولين (٢ : ٤ ، ٣ : ٤) .

المضلع التكرارى[2] : يتميز المضلع التكرارى بعدد من المميزات الهامة التى تجعله مفضلا فى تمثيل بيانات الجداول التكرارية ، ومن أهم هذه المميزات .

١ - سهولة رسمه وتحديد التكرارات عليه .

٢ - أنه سهل التفسير ولا يتضمن أية تعقيدات تعوق فهم بياناته .

٣ - أنه يسمح بالتعبير عن أكثر من توزيع على المضلع نفسه وباستخدام نفس المحاور مما يساعد على مقارنة التوزيعات المختلفة .

ونتبع الخطوات الآتية فى رسم المضلع التكرارى ونستخدم فيه بيانات الجدول رقم (٢:٤) .

---

(١) Graphs

(٢) Polygon

الخطوة الأولى : يستخدم فى رسم كل التمثيلات البيانية محورين ، والمحور عبارة عن خط مستقيم مقسم إلى مسافات متساوية ، والمحور الأول هو المحور الأفقى ، ويطلق عليه اسم المحور س ، أو المحور السينى وهو يأخذ الشكل الآتى (شكل رقم ١:٤) .

شكل رقم (١ : ٤)

محور افقى او محور سينى س

س ــ

وتستخدم النقط المحددة على مسافات منتظمة على المحور الأفقى للتعبير عن الفئات المختلفة . فكما سبق أن ذكرنا فان مركز الفئة هو القيمة المتوسطة بين حدى الفئة .

المحور الثانى هو المحور الرأسى ويطلق عليه اسم المحور ص ، أو المحور الصادى وهو يأخذ الشكل الآتى (٢ : ٤) . وعلينا أن نتوخى أن يكون المحور السينى أطول من المحور الصادى الذى يكون بنسبة الـ $\frac{٢}{٣}$ من المحور السينى .

شكل رقم (٢ : ٤)

محور راسى او محور صادى

ص

وقد عرفنا من خلال تصميمنا للجداول التكرارية أن هناك حدا أدنى وحدا أعلى لكل فئة من فئات الجدوال ، ولأن القيم بعد توزيعها فى فئات فى صورة تكرارات لا يمكن معرفة قيمتها الحقيقية (إذ أصبحت تكرارات بين حدود كل فئة) ، فاننا نفترض هنا عند تمثيلها بيانيا أنها تقع فى مركز الفئة .

ونحدد مركز الفئة كالاتى :

١ - نحدد البداية الحقيقية للفئة . فمثلا الفئة الأولى فى الجدول رقم (٤:٢) نبدأ من ٢٧ ولكن بدايتها الحقيقية هى ٢٦٫٥ لأنه فى حالة افتراض وجود قيم بها كسور عشرية مثل ٢٦٫٤ ، ٢٦٫٥ ، ٢٦٫٦ فإننا سنضع ٢٦٫٤ فى الفئة السابقة عليها (إذا وجدت مثل هذه الفئة أو كنا سنضيف فئة أخرى للجدول) ولكننا سنضع القيمتين ٢٦٫٥ ، ٢٦٫٦ وما يزيد عن ذلك حتى ٢٩ فى الفئة من ٢٧ - ٢٩ فالبداية الحقيقية للفئة هى ٢٦٫٥ .

٢ - نحدد نصف طول الفئة ، وبما أن فئات هذا الجدول كلها لها طول منتظم للفئات هو ٣. إذن فنصف طول الفئة يساوى ١٫٥ .

٣ - نجمع البداية الحقيقية للفئة الأولى على نصف طول الفئة لنحدد مركز الفئة الأولى أى ٢٦٫٥ + ١٫٥ = ٢٨.

٤ - ولأن الفرق منتظم والمسافة موحدة بين كل فئات الجدول وهى ٣ (أى طول الفئة) إذن فمركز الفئة التالية سيزيد عن مركز الفئة الأولى بـ ٣ فيكون ٣١ ، والتالية لها ٣٤ وهكذا .

وبالمثل عندما نحدد مراكز الفئات وفقا لبيانات جدول (٤:٣) فالفئة الأولى ٢٥ - ٢٩ بدايتها الحقيقية ٢٤٫٥ وطول الفئة فى الجدول ٥ ، إذن فمركز الفئة الأولى ٢٤٫٥ + ٢٫٥ = ٢٧ والتالية لها ٣٢ ثم ٣٧ وهكذا .

ويقسم المحور الصادى إلى أجزاء متساوية ، وبوحدات مناظرة للتكرارات فى الجدول التكرارى الذى نقوم بتمثيل بياناته فى هذا المضلع ، فاذا كانت التكرارات فى فئات الجدول المختلفة قليلة ولا تزيد عن ١٠ تكرارات فيمكننا أن نقسم المحور الصادى لوحدات صغيرة مثل صفر (فى نقطة الاصل أى نقطة التقاء المحورين) ثم ١ ، ٢ ، ٣ ، .... الخ على مسافات متساوية . أما إذا كانت التكرارات فى فئات الجدول كبيرة وتقترب من ١٠ فى حدها الأدنى فى أى فئة ، وتصل إلى ٦٠ أو ٧٠ فى حدها الأقصى فيمكننا أن نجعل الوحدات المنتظمة على المحور الصادى صفر ، ٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ... الخ ، أو صفر ، ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ... الخ . ولسنا

فى حاجة لأكثر من وحدة إضافية على المحور الصادى حتى لا يخرج أقصى تكرار عن طول المحور ويتصل المحور الصادى بالطرف الأيسر للمحور السينى فى نقطة الأصل (نقطة الصفر لكل منهما وبزاوية قائمة ٩٠درجة) وتستخدم المساحة الواقعة أعلى المحور السينى وأيمن المحور الصادى فى وضع النقط (أو الاحداثيات) المعبرة عن تكرارات كل فئة . ويلاحظ أن المحور الصادى أو الرأسى يخصص دائما للتعبير عن التكرارات ولهذا نضع على يساره حرف ك لنرمز به للتكرارات .

الخطوة الثانية : نبدأ فى وضع مراكز الفئات بالصورة التى ذكرناها على المحور السينى ، ونضع كذلك تدرج المحور الصادى* ونبدأ بأقل فئة من فئات الجدول (٤:٢) وهى الفئة من ٢٧ - ٢٩ ومركزها ٢٨ وفوق النقطة المعبرة عن مركز الفئة فى المحور السينى ومناظر تماما للوحدة (١) على المحور الصادى نضع نقطة بالقلم الرصاص ، ثم نتحرك إلى مركز الفئة الثانية وهى الفئة من ٣٠ - ٣٢ ومركزها ٣١ وتكرارها فى الجدول (٤ : ٢) صفر فنضع النقطة المعبرة عن تكرارها الصفرى على المحور السينى نفسه ، وبالمثل فى الفئة التى تليها حيث تكرارها صفر أيضاً، ثم ننتقل إلى الفئة الرابعة وهى الفئة من ٣٦ - ٣٨ ومركزها ٣٧ وتكرارها ٢ وفوق منتصف الفئة بالضبط ومقابل الوحدة ٢ من تدرج المحور الصادى نضع نقطة بالقلم الرصاص . وهكذا بالنسبة لبقية التكرارات فى الفئات المختلفة .

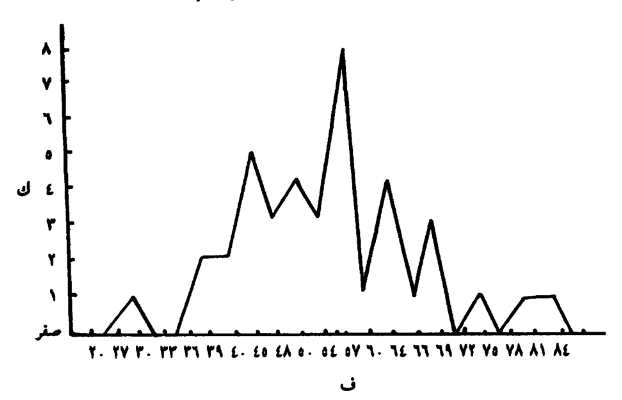
الخطوة الثالثة : نقوم بتوصيل النقط المختلفة التى قمنا بتحديدها لتعبر عن التكرارات الخاصة بجدول (٤:٢) بأن نقوم بمد النقطة الأخيرة فى أقصى يمين المحور السينى بخط مستقيم إلى نقطة معبرة عن مركز فئة إضافية ، تكرارها صفر على المحور السينى نفترضها لاغلاق المضلع من الجانب الأيمن ونقوم بالعمل نفسه فى الجانب الأيسر للمحور السينى حيث نقوم بمد خط مستقيم من إول تكرار إلى مركز فئة فرضية أدنى صفرية التكرار لإغلاق ضلع المضلع .

ويمثل الشكل الآتى رقم (٤:٣) المضلع التكرارى لبيانات جدول (٤:٢) .

(*) عادة مايكون من الأفضل والأكثر يسرا أن نستخدم ورق الرسم البيانى المقسم إلى سنتيمترات ومليمترات وفى هذه الحالة من الأفضل أيضا أن نستخدم طول الصفحة لرسم المحور السينى وهو الأطول دائما ، ونستخدم عرض الصفحة لرسم المحور الصادى .

شكل رقم (٣ : ٤)

المضلع التكراري لبيانات الجدول رقم (٢ : ٤)

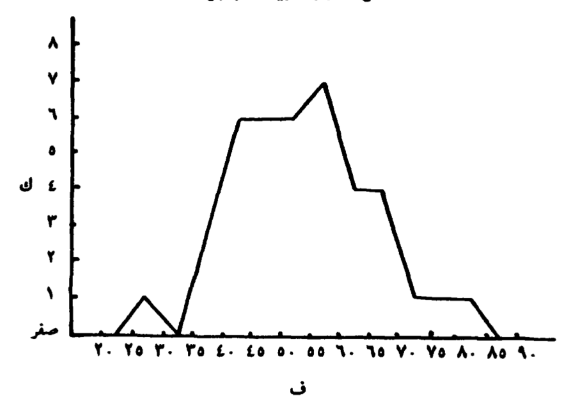


ويمكننا بالمثل أن نرسم مضلعا تكراريا لبيانات جدول (٣ : ٤) ورغم أن جدولى (٢ : ٤) ، (٣ : ٤) يصنفان المجموعة نفسها من البيانات ، وهى درجات الـ ٤٠ طالبا فى استبيان الشخصية ، إلا أننا نستطيع أن نلاحظ الفرق بين المضلعين ، وهو الفرق الناتج عن الاختلاف فى عدد الفئات فى الحالتين . ويمثل الشكل الآتى رقم (٤ :٤) المضلع التكرارى لبيانات جدول (٣ : ٤) .

علينا أن نتوقف قليلا هنا لنجيب على سؤال يتعلق بدقة تعبير هذه المضلعات عن الدرجات الخام التى بدأنا بها . وإذا اعتمدنا فى مناقشتنا على بيانات جدول (٣ : ٤) فسنلاحظ أن القيم الخام فى أية فئة تحولت فى حقيقة الأمر من درجات دقيقة إلى عدد من الدرجات المتشابهة (أى تكرارت) تتراوح بين حدين ، حد أعلى وحد أدنى .

شكل رقم (٤:٤)

المضلع التكرارى لبيانات جدول (٣ : ٤)



من ذلك على سبيل المثال الدرجات ٦٥ ، ٦٨ ، ٦٦ ، ٦٨ فى جدول (١:٤) والتى بدأنا أولا بتمثيلها فى شكل ٤ تكرارات فى الفئة التى تتراوح بين ٦٥ - ٦٩ ثم مثلناها فى المضلع (شكل ٤ : ٤) باعتبارها تكرارات لمركز فئة هو ٦٧ (أى كما لو كنا اعتبرنا كل قيمة منها = ٦٧) . فهل ابتعدنا بهذه الخطوات المتتالية عن الدقة فى التعبير عن هذه القيم الأربع (٦٥ ، ٦٨ ، ٦٦ ، ٦٨) .

الواقع لا ، ذلك أن استخدامنا لمركز الفئة فى رسم المضلع إنما هو استخدام لمتوسط قيم الفئة ، فإذا قمنا على سبيل المثال بحساب متوسط هذه القيم الأربعة فستجد أنه ٨ و ٦٦ حيث $\frac{٦٥ + ٦٨ + ٦٦ + ٦٨}{٤}$ وهو لا يبتعد كثيرا عن مركز الفئة وهو ٦٧ . وهى درجة مقبولة من الدقة هنا وبذلك يمكننا أن نطمئن إلى أن تحويل الدرجات إلى تكرارات فى فئة ، ثم استخدام مركز الفئة لا يوثر تأثيرا ملموسا فى القيم الأصلية التى بدأنا بها .

التكرار النسبي واستخدام المضلع :

ذكرنا من قبل أن أحد مميزات المضلع التكرارى أنه يمكن استخدامه للتعبير عن أكثر من توزيع تكرارى للظاهرة نفسها ، غير أننا عندما نتعامل مع ظاهرة واحدة لدى مجموعات مختلفه من الأفراد أو عينات مختلفة ، وليس مجموعة واحدة أو عينة واحدة نادرا ما يحدث أن تكون العينات متساوية وهنا تواجهنا مشكلة واضحة ، وعلينا أن نتبين معالم هذه المشكلة فى المثال التالى :

قام أحد الباحثون باختيار ثلاث مجموعات بحثية باختبار للذكاء وكان عدد أفراد المجموعة (أ) ١٨٠ طفلا ، وكان عدد أفراد المجموعة (ب) ٥٠٠ طفلا ، بينما كان عدد أفراد المجموعة (ج) ٢٧٥ طفلاً وحصل على الدرجات الآتية لهذه المجموعات الثلاث والتى قام بتفريغها فى جدول تكرارى يضم بياناتها .

وقد التزم الباحث بأن يكون مدى الدرجات واحد بالنسبة لنسب ذكاء المجموعات الثلاث لنفس الفئات وأن الفئات لها الطول نفسه فى كل مجموعة منها .

جدول رقم (٤:٤)

درجات ثلاث مجموعات من الأطفال

على اختبار للذكاء مصنفة فى جدول تكرارى

الفئات	$ك_أ$	$ك_ب$	$ك_ج$
٦٩	١	٥	١٠
٧٩	٤	٥	١٧
٨٩	١٨	١٠	٢١
٩٩	٣٢	١٠	٢٧
١٠٩	٦٩	٥٠	٦٣
١١٩	٣١	١٨٠	٥١
١٢٩	١٢	١٧٠	٤٥
١٣٩	٨	٤٠	٢٤
١٤٩	٤	٢٠	١٢
١٥٩	١	١٠	٥
	Σك = ١٨٠	Σك = ٥٠٠	Σك = ٢٧٥

فإذا حاول هذا الباحث رسم تكرارات هذه المجموعات الثلاث فى مضلع واحد ، فانه سيجد أن التوزيع سيختل ، وان إمكانية المقارنة بين مجموعاته لن تتوفر نتيجة لإختلاف حجم العينات الثلاث . والحل الأمثل فى هذه الحالة هو أن يقوم بتحويل تكرارات كل مجموعة إلى تكرارات مئوية ، وهو إجراء يساوى تحويل حجم كل عينة إلى ١٠٠ وبذلك نحصل على تكرارات فى الفئات المختلفة فى شكل نسب مئوية من التكرار الكلى لكل عينة على حدة . وعلينا أن نتبع الخطوات الأتية فى هذا الاجراء :

تحويل التكرارات الخام لتكرارات مئوية :

١ - نبدأ بالمجموعة الأولى وعدد أفرادها ١٨٠ (ن=١٨٠) ، فنقسم تكرار الفئة الأولى (من أعلى) على ١٨٠ ثم نضرب فى ١٠٠ (أى $\frac{١}{١٨٠}$ × ١٠٠).
وقد ذكرنا فى الفصل السابق أننا نستطيع اختصار مثل هذه العملية بالاستعانة بالجدول (أ) فى الملحق حيث نجد أن $\frac{١}{١٨٠}$ = ٠٠٥٥٦, . ولأننا سنضرب فى ١٠٠ بعد ذلك فيمكننا أن نعتبر أن $\frac{١ × ١٠٠}{١٨٠}$ = ٠٠٥٥٦, . وبذلك يكون التكرار المئوى للفئة الأولى ٥٥٦ر (وإذا قمنا بالتقريب فيمكننا اعتباره ٦ر.) ويكون تكرار الفئة التالية كالآتى ٤ × ٥٥٦ر = ٢ر٢ والفئة الثالثة ١٨×٥٥٦ر = ١٠ وهكذا .

٢ - ننتقل للمجموعة الثانية وعدد أفرادها ٥٠٠ (ن = ٥٠٠) وبنفس الطريقة نجد أن الجزء المئوى = ٢ر فيكون تكرار الفئة الأولى (من أعلى أيضا) ٥ × ٢ر = ١ والفئة الثانية مثلها ، والفئة الثالثة ١٠ × ٢ر = وهكذا .

٣ - نقوم بنفس العمل فى المجموعة الثالثة وعدد أفرادها ٢٧٥ (ن=٢٧٥) وبالرجوع إلى الجدول (أ) بالملحق نجد أن الجزء المئوى = ٣٦٤و ، ١٠ × ٣٦٤ر = ٣٦٤، فيكون تكرار الفئة الأولى (من أعلى) ١٠ × ٣٦٤ر = ٣ر٦ والفئة الثانية : ١٧ × ٣٦٤ر =٦.١ ، والفئة الثالثة ٢١ × ٣٦٤ ، = ٧.٦ وهكذا .

٤ - نبدأ فى وضع جدول جديد للتكرار النسبى نضع فيه هذه التكرارات بدلا من التكرارات الخام وهو ما يبينه جدول رقم (٥ : ٤)

جدول رقم (٥ : ٤)

جدول التكرارات المئوية لثلاث مجموعات من الأطفال

فى اختبار للذكاء

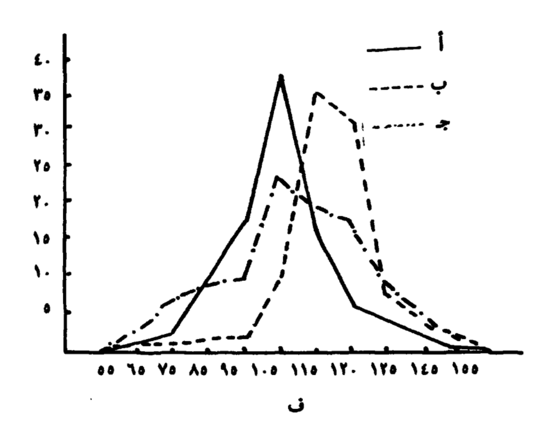
الفئات	ك أ ٪	ك ب ٪	ك جـ ٪
٦٩	.٦	١,٠	٣,٦
٧٩	٢,٢	١,٠	٦,٢
٨٩	١٠,٠	٢,٠	٧,٦
٩٩	١٧,٨	٢,٠	٩,٨
١٠٩	٣٨,٣	١٠,٠	٢٣,٠
١١٩	١٧,٢	٣٦,٠	١٨,٥
١٢٩	٦,٧	٣٤,٠	١٦,٤
١٣٩	٤,٤	٨,٠	٨,٧
١٤٩	٢,٢	٤,٠	٤,٤
١٥٩	.٦	٢,٠	١,٨
	١٠٠	١٠٠	١٠٠

ثم نتبع الخطوات التى سبق أن اتبعناها فى رسم المضلع التكرارى ، فنضع أولا المحورين س ، ص ثم نحدد إحداثيات المجموعة الأولى ونرسم مضلعها وبعد أن ننتهى نرسم على نفس المحورين (بلون آخر أو بخطوط متقطعة) إحداثيات المجموعة ب ، ثم المجموعة جـ ، وهو ما يوضحه الشكل الآتى رقم (٥ : ٤) .

شكل رقم (٥ : ٤)

مضلعات توزيع درجات ثلاث مجموعات من الأطفال

فى اختبار للذكاء



من خلال هذا الشكل تسهل مقارنة التوزيعات الخاصة بالعينات الثلاث حيث لا تكون التكرارات فى كل فئة عددا مطلقا بل نسبة من العدد الكلى للحالات ، والمقارنة بين النسب المئوية مقارنة بين كميات ذات أساس واحد وهو ما يبدو مشروعا هنا .

ملخص خطوات عمل المضلع التكرارى

١ - ارسم محورين متعامدين فى نقطة الصفر هما س ، ص على أن يكون س هو الأكبر .

٢ - استخدم المحور س مقسما إلى وحدات متساوية فى تحديد مراكز فئات الجدول التكرارى .

٤ - ضع فئتين إضافيتين ، فئة فى كل طرف على المحور س .

٥ - ضع إحداثيات موازية للمحور ص مساوية لتكرار كل فئة فوق مركز الفئة تماما .

٦ - وصل بخطوط مستقيمة الاحداثيات واغلق طرفى المضلع بتوصيلهما للتكرار الصفرى للفئتين الاضافيتين .

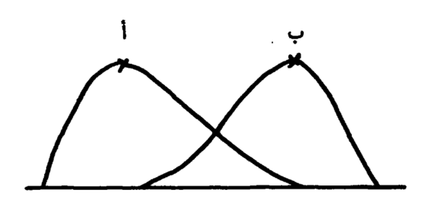
انواع المنحنيات[1]

يسمى أى مضلع من المضلعات التى استخدمناها للتعبير عن التكرارات المختلفة ، منحنى ، ولأن التكرارات التى نقوم بتمثيلها بهذه المنحنيات هى التى تحدد شكل التوزيع واتجاه الالتواء الذى نجده فى المنحنى ، يصبح من الضرورى أن نتعرف على أشكال المنحنيات المختلفة ، وما يمكن أن نستشفه من منحنى ذا شكل معين ، ما دمنا نرغب فى التعرف على طبيعة البيانات التكراريه من خلال هذه التمثيلات البيانية .

١- الالتــواء :

تميل بعض المنحنيات إلى الانتفاخ والتضخم من الناحية اليسرى للرسم مع امتداد ذيل المنحنى وانخفاضه متجها إلى الناحية اليمنى ، وهى الحالة التى يوضحها المنحنى (أ) فى الشكل (٦:٤) وتسمى هذه الحالة التواء[2] ، وهناك نوعين من الالتواء : التواء موجب[3] وهو الحالة التى يمثلها الشكل (أ) حيث يتجه ذيل المنحنى إلى اليمين ، والتواء سالب[4] وهو الحالة التى يمثلها الشكل (ب) حيث يتجه ذيل المنحن إلى اليسار ، ويلاحظ أن مايحدد كون المنحنى موجبا أو سالبا هو اتجاه الذيل ، وليس تراكم التكرات موضع انتفاخ المنحنى .

شكل رقم (٦:٤)
انواع الإلتواء فى المنحيات

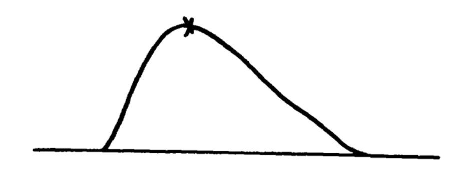


---

(١) Curves
(٢) Skew
(٣) Positive Skewness
(٤) Negative Skewness

فاذا افترضنا أن لدينا مجموعة من درجات الأفراد على اختبار يقيس «الفصام» وكانت الدرجة المرتفعة على الاختبار تشير إلى سيادة الأعراض الفصامية وكانت العينة التى اختبرناها عينة من الأسوياء ، فسنجد بعد توزيع درجات هؤلاء الأفراد فى جدول تكرارى ، وتمثيل بيانات هذا الجدول فى مضلع أن هذا المضلع سيكون ملتويا وإن الالتواء سيكون موجبا ، ويعنى الإلتواء الموجب هنا أن أغلبية الأفراد يقعون فى الفئات التى تمثل الدرجات المنخفضة ، فكما ذكرنا يمثل المحور الأفقى أو السينى مراكز الفئات (أى فئات الدرجات) بدءا من اليسار إلى اليمين، وهذا الإلتواء الموجب متوقع بالطبع طبقا لفروضنا النفسية النظرية التى تؤكد أن للسمات المختلفة وجودا كميا لدى كل الأفراد ولأننا نختبر عينة من « الأسوياء » فسنجد أن أغلب أفراد هذه العينة يحصلون على درجات منخفضة على الاختبار الذى يقيس سمات الفصام ، وبالتالى ستقع درجات أغلبهم فى الفئات الدنيا (فى أعلى الجدول التكرارى وقليل منهم سيحصلون على درجات مرتفعة ونادرا ما نجد من بينهم من يحصل على درجات عالية على هذا الاختبار ويمثل الشكل رقم (٧:٤) هذه الحالة .

شكل رقم (٧ : ٤)
يمثل حالة التواء موجب

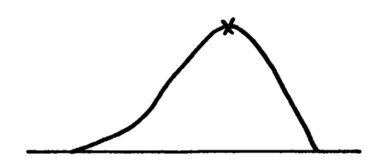


أما أذا طبقنا نفس الاختبار على عينة أخرى ، ولتكن هذه العينة من المرضى المقيمين فى مستشفى للأمراض العقلية ، والتى يكون أغلب نزلائها من الفصاميين فيمكننا أن نتوقع أن أغلب أفراد العينة سيحصلون على درجة مرتفعة

على هذا الاختبار وأن الأقليـة منهم سيحصلون على درجة منخفضة كما سيكون من النادر أن نجد من بينهم من يحصل على درجة منخفضة للغاية ، وعلى ذلك فعندما نقوم بتصنيف درجاتهم فى فئات فى جدول تكرارى فسنجد أن أغلب الدرجات تقع فى فئات الدرجات الكبرى (أسفل الجدول) وأن التكرارات تنخفض بوضوح بعد ذلك من فئة إلى فئة حتى أعلى الجدول . وسنجد أن المضلع التكرارى ملتوى التواء سالبا ، حيث الانتفاخ من الجانب الأيمن والميل ممتد إلى اليسار معبرا عن تراكم أكبر للتكرارات فى فئات الدرجات المرتفعة وهى الحالة التى يمثلها الشكل رقم (٨:٤).

شكل رقم (٨ : ٤)

يمثل حالة التواء سالب



وعلى هذا نستطيع أن نميز بين حالات الالتواء الموجب والالتواء السالب ، باعتبارالألتواء الموجب هو الذى تتجمع فيه أكبر التكرارات فى فئات الدرجات المنخفضة ، بينما الالتواء السالب هو الذى تتجمع فيه أكبر التكرارات فى فئات الدرجات المرتفعة .

(*) علينا أن نلاحظ أن تحديد كون الالتواء موجب أو سالب من خلال اتجاه الذيل وليس موضع الانتفاخ فى المنحنى .

ويلاحظ أن حالات الالتواء هذه قد تكون تعبيرا عن سمة حقيقية فى المجتمع كسيادة السمات الفصامية فى مجتمع المرضى العقليين ، وندرتها فى مجتمع الأسوياء ، أو قد تكون نتيجة لخصائص الاختبار المستخدم فى القياس كأن أقيس القدرة الحسابية لأطفال ببنود مقياس وكسلر للراشدين ، ونتيجة لصعوبته بالنسبة لهم أحصل على منحنى موجب الالتواء تتركم فيه أغلب التكرارات فى فئات الدرجات المنخفضة أو اختبر طلاب من كلية الهندسة باختبار الحساب فى الوكسلر ، ولأنه سيكون شديد السهولة بالنسبة لهم فان تكرارات الدرجات ستتجمع فى الفئات الممثلة للدرجات المرتفعة ، ولهذا السبب عندما نستخدم اختبارا متوسط الصعوبة على مجتمع الاسوياء فاننا نحصل على ما نطلق عليه اسم « المنحنى الاعتدالى » والذى تتجمع أغلب تكرارته فى الوسط . ويكون التواءة مساو للصفر (أى بدون التواء موجب أو سالب) وهو المنحنى الذى سنعود له ولخصائصه مرة أخرى بالتفصيل .

ب - التفرطح :

تميل بعض المنحنيات لان تأخذ أشكال أخرى مختلفة عما ذكرناه منذ قليل . فتأخذ شكلا تبدو به ضيقة من أسفل ومدببة مرتفعة من أعلى . ويعبر هذا المنحنى المدبب[1] عن توزيع يضيق فيه التباين بين درجات الأفراد ، مع ميل لتراكمها أو تجمعها حول المركز . فإذا كان لدينا مقياس تتراوح فيه الدرجات بين ٥ درجات و ٣٠ درجة على سبيل المثال فإننا نجد أن أغلب الافراد يحصلون على درجات تتراوح بين ١٣ ، ١٧ أو ١٢ ، ١٨ مثلا بحيث يتزاحمون جميعا فى فئتين أو ثلاث فى وسط الجدول التكرارى .

وعلى العكس من المنحنى المدبب نجد المنحنى المفرطح[2] ، والذى يأخذ شكلا متناسقا فى الوسط مع ميل للانخفاض فى الجانبين ، وهى حالة تعبر عن أن التكرارات تتدرج ببطء فى قيمها الكبيرة والصغيرة ، وهو ما يعنى أن التباين متسع بين الأفراد إلى حد ما .

---

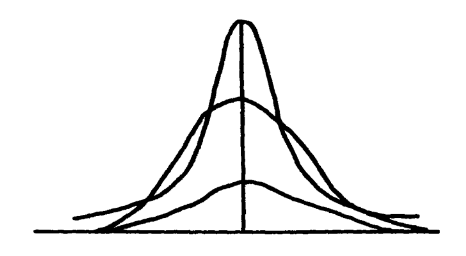
(١) Leptokurtic

(٢) Mesokurtic

غير أن هناك حالات أخرى نجد فيها المنحنى مستوى[1] قليلا وتنخفض فيه الدرجات المتوسطة ويتزايد تباينها مع انخفاض ملحوظ فى المتوسط بالنسبة لأقصى الدرجات التى يحصل عليها الأفراد فى الاختبار الذى يمثله هذا المنحنى ، ويوضح الشكل رقم (٩ : ٤) أنواع هذه المنحنيات الثلاثة .

شكل رقم (٩:٤)

المنحنيات المفرطحة والمدببة والمستوية



جـ- نماذج اخرى من المنحنيات :

يوجد بالإضافة إلى النماذج السابقة من المنحنيات ، نماذج أخرى نادرة الظهور فى مجال الظواهر النفسية ، وإن كان هذا لا يمنع من وجودها أحيانا .

١ - المنحنى ثنائى القمة :

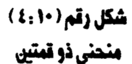
من أهم المنحنيات نادرة الحدوث فى مجال علم النفس المنحنى ثنائى القمة[2]. والذى نجد فيه قمتين وليس قمة واحدة .

---

(١) Mosokutic

(٢) Bimodal

وقد يظهر مثل هذا المنحنى عند قيامنا بتمثيل فئات الدخل لعينة واحدة تضم أصحاب الأعمال وعمالهم فى الوقت نفسه فى جدول تكرارى . وحيث لا نجد فى هذه الحالة تدرجا فى هذه الدخول يسمح بتوزيعها فى فئات الجدول التكرارى بصورة معتدلة تتجمع فيها أغلب التكرارات بل يتجمع جزء منها فى الفئات الدنيا ويتجمع الجزء الآخر فى الفئات العليا ، وهو ما يؤدى إلى ظهور هذا المنحنى ثنائى القمة ، وقد نجد الأمر نفسه فى قياس الاتجاهات نحو قضايا معينة ، فإذا كانت الآراء متعارضة بشدة فسنجد أن جزءا كبيرا من التكرارات يتجمع حول فئات الرفض . متراوحا بين الرفض إلى حد ما والرفض بشدة ، والجزء الثانى من التكرارات يتجمع حول فئات القبول متراوحا بين مجرد القبول والقبول بشدة ، مع ندرة من يكونون محايدين ، يوضح الشكل رقم (١٠ : ٤) المنحنى ذو القمتين .



شكل رقم (١٠:٤)
منحنى ذو قمتين



٢ - المنحنى متعدد القمم[1] :

قد نجد أيضاً منحنى متعدد القمم وليس ثنائى القمة فقط ، وينتج مثل هذا المنحنى من توزيعات تكرارية لعينة غير متجانسة تتضمن عينات فرعية أصغر لكل منها متوسط خاص بها دون وجود تباين مشترك يتضمنها جميعها ، ويعد المنحنى ذو القمتين من هذه الفئة .

---

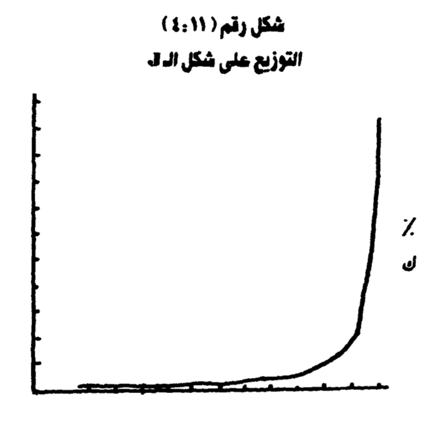
(١) Multimodel

٣ - التوزيع على شكل الـ J :

توجد بالاضافة إلى ذلك بعض التوزيعات الأخرى الأقل ظهوراً فى البحوث النفسية والاجتماعية ومنها التوزيع المستطيل[1] ويمكن الحصول على هذا التوزيع من تمثيل جدول تكرارى تتساوى فيه التكرارات فى الفئات المختلفة بحيث نجد أن خط التوزيع يكون موازيا للمحور السينى . ومن التوزيعات المألوفه فى مجال التعلم التوزيع الذى يأخذ شكل حرف ل (حرف J الانجليزى)حيث يسير التعلم بطيئا فى المحاولات الأولى إلى أن يصل إلى نقطة معينة يرتفع بعدها ارتفاعا واضحا مشيرا إلى نجاح عملية التعلم واكتساب الخبرة أو المهارة ، أو يأخذ المنحنى هكس حرف الـ J حيث تشير التكرارات إلى عدد المحاولات أو عدد الأخطاء بينما يشير المحور السينى إلى مستوى التعلم . والذى يتضح منه أن عدد المحاولات فى المرات الأولى أو فى المستويات الأولى للتعلم (عند بداية التعلم) ترتفع ارتفاعا ملحوظا ، ولكنها لا تلبث أن تنخفض بشدة ، ويبين الشكل الآتى رقم (١١:٤) هذا الشكل من التوزيع .

شكل رقم (١١:٤)

التوزيع على شكل الـ J



---

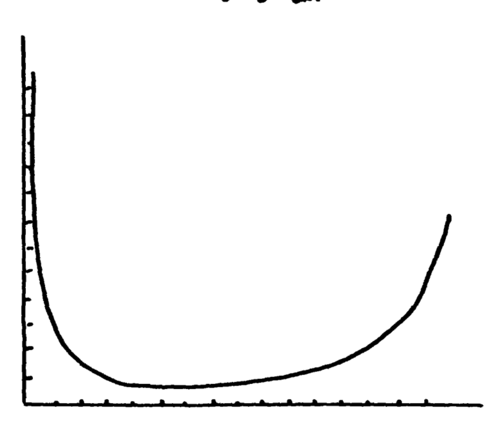
(١) Rectangular Distribution

٤ - التوزيع على شكل الـ U :

النموذج الأخير الذى نلتقى به نادرا أيضاً هو التوزيع الذى يأخذ شكل حرف U . ورغم ندرة وجود مثل هذا التوزيع إلا أنه يظهر أحيانا فى الحالات المماثلة للتوزيع ذو القمتين والتى سبق أن أشرنا إليها ، ويبين شكل (١٢:٤) هذا الشكل من التوزيع والذى يمكن توقعه فى بعض حالات التدريب التى تستغرق فترات طويلة فيبدأ المفحوصون بعدد كبير من الأخطاء يشير لها ارتفاع الخط البيانى إلى اليسار تنخفض نتيجة للتدريب ولكن مع استمرار التدريب وتزايد التعب تعود الأخطاء للظهور مرة أخرى فى آخر مراحل التدريب ويبدأ المنحنى فى الارتفاع من جديد ليأخذ الشكل المبين .

شكل رقم (١٢:٤)

توزيع على شكل U



المدرج التكرارى

شكل آخر من أشكال تمثيل البيانات بالرسم هو المدرج التكرارى . وتبدأ خطوات المدرج التكرارى بنفس الخطوات التى تبدأ بها خطوات المضلع التكرارى أى بتحديد الفئات فى الجدول (ونستخدم هنا جدول (٣:٤) الذى سبق أن مثلنا بياناته فى رسم المضلع التكراى) وحيث نستطيع رسم مدرج تكرارى . ونتبع فى ذلك الخطوات التالية :

١ - نبدأ برسم المحورين السينى والصادى بالطريقة المعتادة ووضع بدايات الفئات على الأول ووحدات التكرار على الثانى .

٢ - نبدأ بالفئة الأولى على المحور السينى والتى تمثل الفئه ٢٥ - ٢٩ وعند نقطة البداية الفعلية لهذه الفئة* . أى ٢٤٫٥ نضع نقطة واضحة على المحور السينى .

٣ - بما أن تكرار هذه الفئة هو ١ فنرتفع بموازاة المحور الصادى بمقدار وحدة واحدة ، ونضع نقطة واضحة ، ونقوم بتوصيل النقطتين (من المحور السينى حتى النقطة الممثلة للتكرار الموازية للمحور الصادى) بخط مستقيم .

٤ - بما أن تكرار الفئة الثانية ٣٠ - ٣٤ هو صفر فنضع نقطة على المحور السينى عند البداية الفعلية لهذه الفئة أى ٢٩٫٥ . وننتقل إلى الفئة الثالثة وهى الفئة ٣٥ - ٣٩ فنضع نقطه عند بدايتها الفعلية وهى ٣٤٫٥ ونقطة موازية للمحور الصادى تمثل عدد تكرارات هذه الفئة وهى فى مثالنا هذا ٣ ونقوم بتوصيل خط من هذه النقطة المقابلة على المحور السينى وهكذا فى بقية الفئات حتى نهاية الجدول التكرارى .

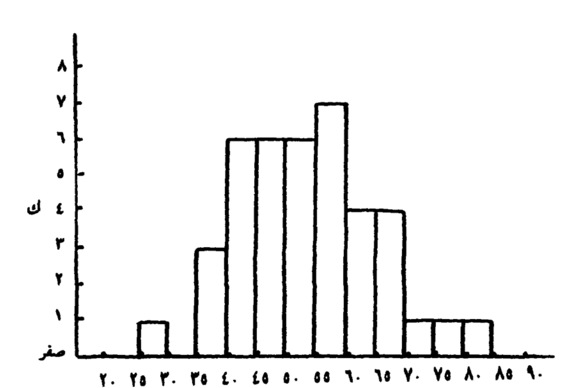
(*) لاحظ هذا الاختلاف بين المنحنى والمضلع ، ففى المنحنى تكون وحدات المحور السينى هى مراكز الفئات بينما الوحدات فى حالة المضلع عبارة عن بدايات الفئات .

٥ - نقوم فى الخطوة الأخيرة بإغلاق المساحات بين المستطيلات التى تكونت من هذه الخطوط المستقيمة وذلك بتوصيل قمة كل خط مستقيم بالنقطة المناظرة لها على الخط المستقيم الذى يقع على يمينه* وهكذا .

ويوضح الشكل رقم (١٣ : ٤) المدرج التكرارى لبيانات جدول (٣ : ٤) .

شكل رقم (١٣ : ٤)

المدرج التكرارى لبيانات جدول (٣ : ٤)

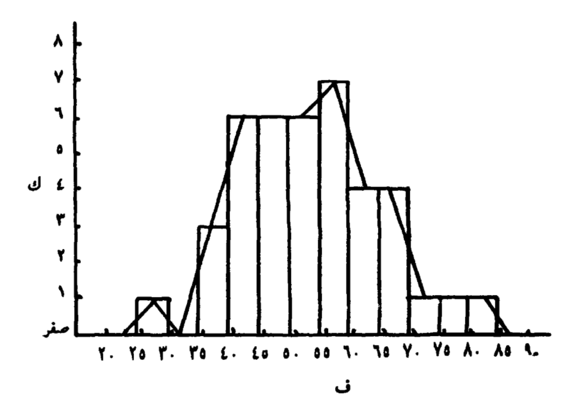


(*) لاحظ بالنسبة للفئة الثانية ٣٠ - ٣٤ ولأنه لاتوجد بها تكرارات فإننا بعد رسم الخط الأفقى فوق الفئة السابقة موازيا للمحور السينى ولاغلاق هذا المستطيل نسقط من نهايته خطاً على المحور السينى لاكمال المستطيل .

ويلاحظ إننا فى حالة توصيل منتصف قمة كل مستطيل فى هذا المدرج بخطوط جديدة فإننا نحصل على المضلع التكرارى الذى سبق أن أعددناه لبيانات نفس الجدول وهو ما يوضحه شكل رقم (١٤ : ٤) .

شكل رقم (٤:١٤)

تطابق المضلع والمدرج التكرارى للبيانات نفسها

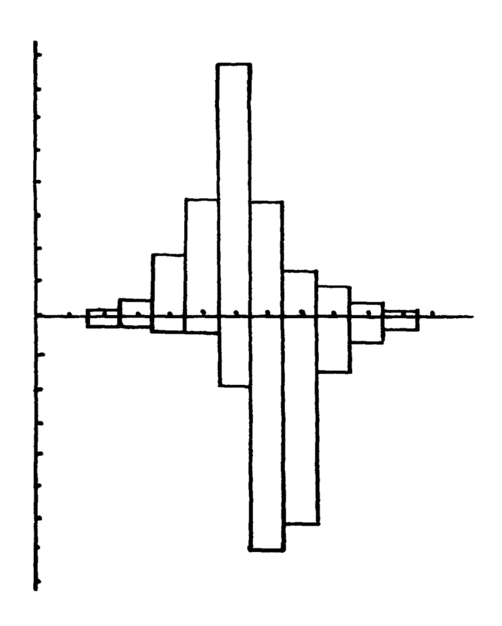


ورغم سهولة التعبير التى يمثلها المدرج التكرارى ، بالنسبة لغير المتخصصين على وجه الخصوص ، إلا أنه يستنفذ قدرا أكبر من الوقت فى رسمه ، كما أنه أقل مرونة من المضلع التكرارى من حيث تمثيل بيانات أكثر من عينة على الشكل نفسه، وإن كان هذا القصور يمكن التغلب عليه بمد المحور الصادى بمسافة مساوية له لأسفل المحور السينى ، والتعبير عن بيانات العينة الثانية بمدرج يرسم فى المسافة الواقعة تحت المحور السينى وعلى يمين المحور الصادى الإضافى وهو ما يوضحه شكل رقم (٤:١٥) والذى يمثل بيانات العينتين أ ، ب من جدول رقم (٤:٥) .

شكل رقم (٤:١٥)

المدرج التكرارى للتكرارات المئوية للعينتين

ا ، ب فى جدول (٤:٥)



التكرار المتجمع[1]

تبينا مقدار الفائدة التى نحصل عليها من تصنيف درجات مجموعة من الأفراد على اختبار ما فى جدول تكرارى ، حيث أصبح فى مقدورنا أن نعرف كيف تتوزع درجات هذه المجموعة من الأفراد ، هل تتقارب درجات أغلبهم فى فئات الدرجات المتوسطة ، ونجد أعدادا قليلة منهم يحصلون على درجات متطرفة الارتفاع ، وقليلون يحصلون على درجات متطرفة الانخفاض ، أم أن هذا التوزيع يختلف فى سماته عن ذلك ، بحيث يأخذ أحد الصور المختلفة للمنحنيات أو التمثيلات البيانية ، الملتوية ، أو المفرطحة ، أو المستطيلة ، أو متعددة القمم . وما يعنيه كل منحنى من هذه المنحنيات من معانى .

ويقدر قيمة هذه الفائدة إلا أنها لاتمكننا من الإجابة على سؤال هام كثيرا ما نطرحه على أنفسنا ونحتاج للحصول على إجابته ، وهذا السؤال هو :

إذا كان لدينا اختبار للقدرة العقلية العامة مثلا ، اختبرنا به عينة من الأفراد ، وكانت الدرجات على الاختبار تتراوح بين صفر ، ٧٠ درجة . فكم من الأفراد حصلوا على درجة تقل عن ٢٠ ؟ أو كم منهم حصل على درجات تقل عن ٣٠ درجة ؟ وحتى نحصل على مثل هذه الأجابة فإننا نحسب التكرار المتجمع على الوجه الآتى مستخدمين فى ذلك بيانات توزيع درجات عينة من ٣٧٦ مفحوصا طبق عليهم أختبار القدرة العقلية العامة وصنفت درجاتهم فى جدول تكرارى عدد فئاته ١٢ فئة طول الفئة ٥ وتبدأ من ٥-٩ ، ١٠-١٤ ، ... وتنتهى بالفئة ٦٠-٦٤ . ويوضح العمودين الأول والثانى من الجدول رقم (٦ : ٤) الفئات والتكرارات الخاصة بدرجات أفراد هذه العينة ، ومن هذه البيانات نقوم بحساب التكرار المتجمع، ويقصد بالمتجمع ، إننا نقوم فيه بجمع تكرارات كل فئة على تكرارات الفئات السابقة عليها ، فمثلا إذا كانت تكرارات الفئة ٣٠ - ٣٤ تبلغ ٦٤ فإننا فى التكرار المتجمع نحسب تكرارات هذه الفئة مضافا إليها تكرارات

---

(١) Cumulative Frequency

الفئات السابقة عليها أى الفئات الخمس السابقة عليها والتى تبلغ تكراراتها ١٤٢ فيكون التكرار المتجمع فى الفئة ٣٠ - ٣٤ هو ١٤٢ + ٦٤ = ٢٠٦ ، ونتبع فى ذلك الخطوات الآتية* :

١ - نضيف إلى الجدول ثلاثة أعمدة جديدة الأول عمود التكرار المتجمع (ك م) ويصبح هو العمود الثالث (بعد العمود الأول الخاص بالفئات والثانى الخاص بالتكرارات) والثانى عمود للتكرار المتجمع النسبى (ك م ن) ونرصد فيه نسبة التكرار المتجمع فى كل فئة للمجموع الكلى للتكرارات ويصبح العمود الرابع، أما العمود الأخير فنخصصه لرصد التكرار المتجمع المئوى (ك م ٪) وفيه نحول التكرارات النسبية إلى تكرارات مئوية بضرب كل تكرار منها فى ١٠٠ لكى يصبح مجموعها الكلى ١٠٠ .

٢ - نبدأ من أعلى الجدول فنفحص تكرار الفئة الأولى ٥ - ٩ وسنجد أنه ٤ ونسأل أنفسنا كم عدد التكرارات التى تقع تحت الحد الأقصى للفئة ؟ ولأن الحد الأقصى لهذه الفئة هو ٩ ولأنه لاتوجد تكرارات فى فئات سابقة فنرصد ٤ تحت العمود الثالث (ك م) على يمين الـ ٤ الممثلة التكرار البسيط لهذه الفئة المبين فى العمود الثانى . ونتقدم إلى الفئة الثالثة لنسأل نفس السؤال : كم عدد التكرارات التى تقع تحت الحد الأقصى للفئة ؟ ولأن الحد الأقصى لهذه الفئة هو ١٤ ، فإن التكرارات المتجمعة تحت هذا الحد الأقصى هى كل التكرارات فى الفئات السابقة ، فنرصد تحتها مجموع كل التكرارات فيها وفى الفئات السابقة عليها أى ٤ بالاضافة إلى تكرارها هى وهو ١٥ فيكون عدد التكرارات التى تقع تحت حدها الأقصى هو ٤ + ١٥ = ١٩ فنرصد ١٩ تحت العمود (ك م) على يمين الـ١٥ الممثلة للتكرار البسيط لهذة الفئة المبين فى العمود الثانى .

(*) سنحسب فى نفس الوقت التكرار المتجمع النسبى والتكرار المتجمع المئوى تمهيدا للخطوة التالية لحساب المئينات .

٣ - تستمر فى هذه الخطوات فتجمع فى كل فئة مجموع ما قبلها من تكرارات على تكرارها وهكذا حتى الفئة الأخيرة فى الجدول . وسنجد فى النهاية أن التكرار المتجمع فى هذه الفئة الأخيرة يساوى مجموع الحالات أى ٣٧٦ لأن الـ ٣٧٦ فردا حصلو بلا استثناء على درجات تقع تحت الحد الاقصى للفئة الاخيرة .

٤ - نبدأ فى حساب قيم العمود الرابع أى التكرار المتجمع النسبى (ك م ن) ونبدأ من أعلى أيضا فنجد أن التكرار المتجمع فى العمود الثالث ٤ والتكرار النسبى هو نسبة الـ٤ إلى العدد الكلى من الحالات (أى ٤ ÷ ٣٧٦) وقد سبق أن ذكرنا أن عملية القسمة بهذا الشكل تستهلك قدرا كبيرا من الوقت بالاضافة إلى احتمالات الخطأ ، وأن الاسهل فى هذه الحالة أن نحصل على قيمة الجزء من هذا العدد أى $\frac{١}{ن}$ أو $\frac{١}{٣٧٦}$ والذى يسمى مقلوب العدد[١] .

وبالرجوع إلى جدول رقم (١) فى الملحق نجد أن $\frac{١}{٣٧٦}$ = ٠٠٢٧, تقريبا ، ونستخدم هذه القيمة كثابت[٢] نقوم بضربه على التوالى فى التكرار المتجمع فى كل صف من صفوف العمود الثالث ونرصد النتيجة فى العمود الرابع . بأن نبدأ بالفئة الأولى وتكرارها ٤ فنضرب ١٩ × ٢٧..ر = ١١.ر فنرصدها وننتقل للفئة التالية وتكرارها المتجمع ١٩ فنضرب ١٩ × ٠٠٢٧, = ٠٥٠, ٠ فنرصدها وننزل إلى الفئة التالية وتكرارها المتجمع ٤٢ فنضرب ٤٢ × ٠٠٢٧ر = ١١٢ر وهكذا حتى نصل إلى الفئة الاخيرة فنجد أن تكرارها ٠٠ر١ .

٥ - نحسب قيم العمود الأخير أى التكرار المتجمع المئوى (ك م ٪) ولأن التكرار المتجمع المئوى عبارة عن تحويل للتكرار النسبى إلى نسب مئوية أى بضرب هذه النسب فى ١٠٠ فيمكننا أن نقوم بنقل نفس قيم العمود الرابع مع تحريك العلامة العشرية إلى اليمين بمقدار رقمين فتصبح الـ ٠١١, بعد تحريكها ١.١

(١) Receprocal

(٢) Constant

وتصبح الـ ٥٠,٠ ، بعد تحريكها ٥,٠ وهكذا ويبين الجدول الآتى رقم (٤:٦) خطوات ونتائج هذا الإجراء :

جدول رقم (٤:٦)

التكرار المتجمع النسبى والمتجمع المئوى

ف	ك	ك م	ك م ن	ك م ٪
٩	٤	٤	,٠١١	١,١
١٤	١٥	١٩	,٠٥٠	٥,٠
١٩	٢٣	٤٢	,١١٢	١١,٢
٢٤	٤٢	٨٤	,٢٢٣	٢٢,٣
٢٩	٥٨	١٤٢	,٣٧٧	٣٧,٧
٣٤	٦٤	٢٠٦	,٥٥٦	٥٥,٦
٣٩	٥٨	٢٦٤	,٧٠٢	٧٠,٢
٤٤	٤٦	٣١٠	,٨٢٤	٨٢,٤
٤٩	٣٢	٣٤٢	,٩٠٧	٩٠,٧
٥٤	٢٠	٣٦٢	,٩٦٣	٩٦,٣
٥٩	١٢	٣٧٤	,٩٩٥	٩٩,٥
٦٤	٢	٢٧٦	١,٠٠٠	١٠٠,٠
	ن = ٣٧٦			

يمكننا الآن بفحص هذا الجدول الإجابة على السؤال الأول الذى بدأنا منه وضع جدول التكرار المتجمع الصاعد ، وهو كم من الأفراد حصلوا على درجة ٢٩ فأقل على الاختبار مثلا ؟ وستكون الإجابة : أنهم ١٤٢ . وبالمثل كم من الأفراد حصلوا على ٤٩ فأقل وستكون الإجابة : أنهم ٣٤٢ فردا .

وقد يكون السؤال خاصا بالنسب أو النسب المئوية ، فإذا كان خاصا بالنسب كأن يكون : كم تبلغ نسبة من حصلوا على ٣٤ درجة فأقل ؟ فستكون الإجابة أنهم ٥٥٦. ، أما أذا كان السؤال : ما هى النسبة المئوية لعدد الأفراد الحاصلين على ٣٤ درجة فأقل فستكون الإجابة أنهم ٥٥,٦ ٪

ويلاحظ أننا نستطيع أن نضع جدولا مماثلا للتكرار المتجمع الهابط أو النازل بدلا من هذا التكرار المتجمع الصاعد . وفى مثل هذه الحالة سيكون السؤال كم تبلغ التكرارات التى تقع فوق الحد الأدنى للفئة ؟ ونبدأ هنا من أكبر فئة أى الفئة ٦٠ - ٦٤ فإذا فعلنا ذلك واستخدمنا نفس الخطوات التى أشرنا إليها فى حساب التكرار المتجمع الصاعد فسنحصل على عمود التكرار المتجمع النازل وستكون قيمه كالآتى (من أسفل إلى أعلى) .

٢ ، ١٤ ، ٣٤ ، ٦٦ ، ١١٢ ، ١٧٠ ، ٢٣٤ ، ٢٨٢ ، ٣٢٤ ، ٣٥٧ ، ٣٧٢ ، ٣٧٦ ، ثم نقوم ببقية الخطوات لحساب التكرار النسبى والتكرار المئوى .

المنحنى المتجمع الصاعد

عندما نتجه إلى توزيع درجات عينة من الأفراد فى شكل توزيع تكرارى متجمع فإننا غالبا لا نتوقف عند هذه الخطوة وإنما نتقدم نحو رسم المنحنى المتجمع الصاعد[1] لنعبر بالرسم عن هذا التوزيع ومن أهم المزايا التى يحققها لنا رسم هذا المنحنى هى أنه يوضح لنا أن هناك تدرجا معياريا على امتداده يستخدم بوصفه سلما لقياس موضع الفرد (فى ضوء درجته) بالنسبة لبقية أفراد المجموعة وهو ماسنشير إليه عند الحديث عن المئينات فى الخطوة التالية . وعند رسم المنحنى المتجمع نستخدم النسب أو النسب المئوية فى أغلب الأحوال بدلا من استخدام التكرارات المتجمعة وعلى هذا يقسم المحور الصادى إلى عشرة أجزاء طول كل منها يشير إلى ١٠ ٪ من التوزيع ، وذلك لأننا نعرف منذ البداية أن المجموع المئوى للتكرار يساوى ١٠٠ ٪ ، وأن التكرار فى كل فئة هو نسبة مئوية من العدد الكلى للتكرارات .

يقسم المحور السينى كذلك ليناظر فئات الدرجات على الاختبار ، والفرق الوحيد هنا عن ماكنا نقوم به عند رسم المضلع التكرارى والمدرج التكرارى ، هو أننا نضع الإحداثيات الخاصة بالمحور السينى لتعبر عن نهايات الفئات وليس منتصفها أو بداياتها . والمنطق الذى يحكم هذا الفرق فى طريقة الرسم هو أننا فى المنحنى المتجمع نسأل أنفسنا كم من الحالات توجد حتى نهاية الفئة ، أى ما هى نسبة الحالات التى تقع تحت الحد الأقصى لدرجة معينة ، بينما يكون السؤال فى حالة المضلع التكرارى هو كم من الحالات تقع فى الفئة معبرا عنها بنقطة هى مركزها . نقوم بعد ذلك بالخطوات المعتادة فى رسم المنحنيات ، فإذا كنا سنستخدم النسب المئوية فسنضع فوق النقط المعبرة عن نهايات الفئات إحداثيات معبرة عن التكرار المتجمع المئوى فى الجدول مقابلة للتدرج المئوى للمحور الصادى . ثم نقوم فى

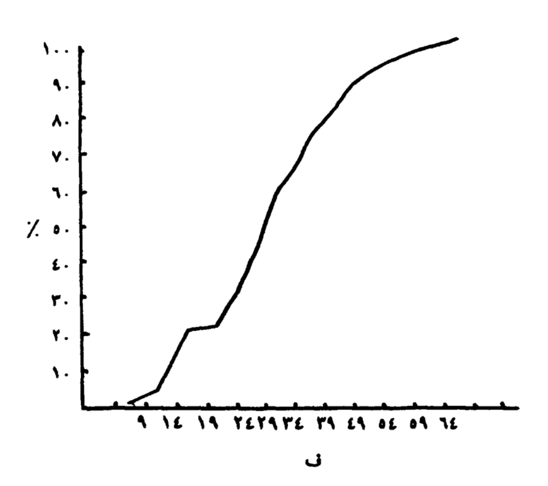
---

(١) Ogive

الخطوة الأخيرة بتوصيل هذه النقاط أو الاحداثيات بخط متصل ينتهى من الناحية اليسرى فى نقطة التقاء المحور السينى بالمحور الصادى ، أى أننا نقوم بتوصيل الخط إلى نهاية فئة صفرية التكرار . ويحدث فى أحيان كثيرة أن نلاحظ أن الخط ليس سلساً من أول نقطة إلى آخر نقطة وأن به بعض الانحناءات المحدودة و يمكننا فى هذه الحالة أن نقوم بتهذيب المنحنى أى بتقريبة إلى صورة تقترب من شكل حرف الـ S المنفرج من الناحيتين . ويبين الشكل الأتى رقم (١٦ : ٤) المنحنى المتجمع الصاعد لبيانات الجدول رقم (٦ : ٤) .

شكل رقم (١٦:٤)

المنحنى المتجمع الصاعد لبيانات جدول رقم (٦:٤)



المئينـات[1]

يعرف المئين ، أو الدرجة المئينية ، بأنه نقطة محددة على امتداد توزيع تحولت فيه التكرارات إلى نسب مئوية من المجموع الكلى للحالات ، فإذا قلنا أن الدرجة ٣٠ تساوى « المئين ٧٠ » ، فمعنى هذا أن ٧٠ ٪ من الحالات حصل أصحابها على درجات أقل من ٣٠ ، وبالمثل فإن المئين ٩٠ يعنى أن هناك ٩٠ ٪ من الحالات تقع تحت هذه النقطة وتستخدم المئينات عادة بوصفها شكل من أشكال التقسيمات المعيارية التى يمكن أن تُفهم بها الدرجات المختلفة ، فعندما نختبر عينة من الأفراد باختبار ما ، ونحول تكرارات الدرجات إلى توزيع مئينى فمن السهل فى هذه الحالة أن نقول أن شخصا معينا حصل على المئين ٨٢ أو أن رتبته المئينية ٨٢ وهو ما يعنى أن درجة هذا الشخص تفوق الدرجات التى حصل عليها ٨٢ ٪ من أفراد هذه المجموعة . أو ما يعنى بتعبيرات أخرى أنه واحد من أصحاب أعلى ١٨٪ من الدرجات . وتفيد الدرجات المئينية بهذه الصورة فى توضيح موضع الفرد النسبى فى توزيع معين ، ولهذا أصبح لها استخدام واسع نتيجة لقرب معناها من الدرجة على ١٠٠ فعندما نقول أن درجة هذا الشخص تساوى مئين ٩٠ فإن كثيرين يفهمونها على أنها مساوية لقولنا أن هذا الشخص حصل على ٩٠ درجة من ١٠٠ . ورغم أن هذا التفسير غير صحيح ، إلا أنه يقرب لأذهان غير المتخصصين المعنى ، باعتبار صاحب المئين ٩٠ أفضل من صاحب المئين ٨٠ ، وأنه لا يوجد أحد يتجاوز المئين ١٠٠ كما أن أقل درجة فى التوزيع يمكن الإشارة إليها هى المساوية للمئين صفر .

تحديد المئين من الرسم :

إذا عدنا للشكل السابق رقم (١٦ : ٤) والذى يمثل المنحنى المتجمع الصاعد لبيانات جدول (٦ : ٤) فسنجد أن هذا الشكل يمكن استخدامه فى الحصول على

---

(١) Centile

النقط أو المثينات المختلفة المقابلة للدرجات الخام . وقد سبق أن لاحظنا أن أى نقطة على المنحنى المتجمع الصاعد تحتجز تحتها نسبة مئوية من الحالات ، فالنقطة المناظرة لـ ٧٠ على المحور الصادى تحجز تحتها ٧٠ ٪ من الحالات* والنقطة المناظرة لـ ٥٠ على المحرر الصادى تحجز تحتها ٥٠ ٪ من حالات ، وتحتجز فوقها ٥٠ ٪ . ويمكننا فى حالة ما إذا قمنا برسم المنحنى المتجمع الصاعد على ورق مليمترات وبعناية شديدة أن نحسب مئين أية درجة من الدرجات الخام وذلك باتباع الخطوات الآتية :

١ - ضع المسطرة موازية للمحور السينى (الأفقى) وارتفع بها حتى النقطة المئينية التى تريدها ولتكن المئين ٧٥ .

٢ - صل خط بالقلم الرصاص من النقطة ٧٥ على المحور الصادى موازية للمحور السينى حتى تلامس المنحنى .

٣ - اسقط خط عمودى (زاوية ٩٠ درجة على المحور السينى) من هذه النقطة على المنحنى حتى تلامس المحور السينى . وتمثل هذه النقطة على المحور السينى الدرجة الخام المساوية للمئين ٧٥ وهو ما يوضحه الشكل رقم (١٧ : ٤) والذى حددنا عليه كل من المئين ٧٥ ، ٥٠ ، ٢٥ ويلاحظ أن المئين ٥٠ هو النقطة التى يوجد أسفلها ٥٠ ٪ من الحالات ويوجد أعلاها ٥٠ ٪ من الحالات ويطلق على هذه النقطة اسم الوسيط(١) كما يسمى المئين ٢٥ والذى يحتجز أسفله ٢٥٪ من الحالات باسم الربيع الأدنى أو الربيع الأول(٢) ويسمى المئين ٧٥ والذى يحتجز أعلاه ٢٥٪ من الحالات باسم الربيع الأعلى أو الربيع الثالث(٣) .

(*) لاحظنا أننا قمنا أثناء رسم المنحنى المتجمع الصاعد بوضع التكرارات المتجمعة المئوية أعلى نهايات الفئات وليس فى منتصفها وهو مايبرر قولنا أن تحت أى نقطة تحتجز نسبة مئوية من الحالات بقدر القيمة العددية لهذه النقطة .

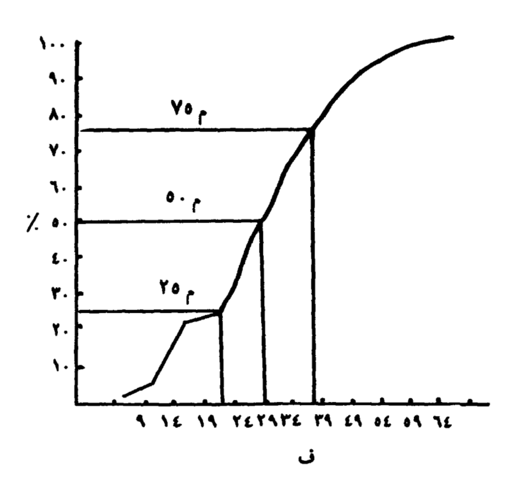
(١) Median

(٢) First Quartile

(٣) Third Quartile

شكل رقم (٤:١٧)

المنحنى المتجمع الصاعد وتحديد الدرجات المئينية عليه



حساب المئينات:

لا يعد الرسم هو الوسيلة الوحيدة لتحديد المئينات المقابلة لدرجات خام معينة فى أى توزيع تكرارى ، بل توجد طرق حسابية لتحديد المئينات ، ولنبدأ كمثال بالمئين ٥٠ والذى ذكرنا منذ قليل أنه يسمى الوسيط ، وأنه بحكم التعريف يوجد أعلاه ٥٠ ٪ من الحالات كما يوجد تحته ٥٠٪ من الحالات ، بمعنى آخر نحن نرغب فى تحديد قيمة الدرجة التى تمثل هذا الوسيط أى الدرجة المئينية ٥٠ ويطلق عليها اسم م٫٥ ، وبما أن مجموع الحالات فى هذا التوزيع الذى نستخدمه كمثال يبلغ ٣٧٦ حالة (أى ن = ٣٧٦) فنقوم بقسمة ٣٧٦ على ٢ أو نقوم بحساب ٥٠ ٪

من الـ٣٧٦ ، وفى كلتا الحالتين ستكون النتيجة ١٨٨ أى أنه توجد ١٨٨ حالة تحت الوسيط ، ١٨٨ تقع فوق الوسيط ، بمعنى أنه الدرجة التى تقع بين ١٨٨ حالة الأعلى، والـ١٨٨ حالة الأدنى* ومن هذه المعلومة نبدأ فى حساب قيمة الوسيط كالآتى :

١ - نبدأ فى عد التكرارات من أسفل إلى أعلى حتى نصل إلى ١٨٨ تكرار .

٢ - سنجد أنه حتى الحد الأقصى للفئة ٢٥ - ٢٩ لدينا ١٤٢ تكرار فقط وإذا توقفنا عند هذه الفئة فلن نكمل الـ ١٨٨ تكرار المطلوبة ، وإذا تقدمنا نحو الفئة التالية وهى ٢٠ - ٢٤ والتى تتضمن ٦٤ تكرار (راجع جدول ٦ : ٤) فستتجاوز العدد المطلوب من التكرارات وهو ١٨٨ تكرار حيث أن عدد التكرارات المتجمعة التى تقع تحت الحد الأقصى لهذه الفئة يبلغ ٢٠٦ تكرارا وهو مايزيد بكثير عن العدد المطلوب الوقوف عنده .

٣ - الحل الأمثل فى هذه الحالة هو أن نتوقف عند نهاية الفئة ٢٥ - ٢١ ونحسب كم تكرارا ينقصنا للوصول إلى العدد المطلوب من التكرارات ونحتاج لاستكماله من الفئة التالية ؟ وسنجد الآتى : ١٨٨ - ١٤٢ = ٤٦ تكرارا أى أن الوسيط فى لهذه الحالة هو النقطة التى تقع بعد الحد الأقصى للفئة ٢٥ - ٢٩ بعدد من التكرارات يبلغ ٤٦ تكرارا .

٤ - بما أن تكرارات الفئة التالية (الفئة ٣٠-٣٤) عددها ٦٤ تكرارا وبما أن طول هذه الفئة (من ٣٠ - ٣٤) فمعنى أن هذا الوسيط يقع فى نقطة تمثل نسبة ما على امتداد طول الفئة (٣٠ - ٣٤) مقدارها $\frac{٤٦}{٦٤}$ أى طول ممتد فى هذه الفئة بهذه النسبة .

(*) الوسيط فى هذه الحالة قيمة فرضية طالما أن مجموع القيم أسفله وأعلاه تساوى مجموع الحالات وبالتالى لاتناظره قيمة حقيقية .

أو هو نسبة من طول الفئة التالية (طول الفئة هنا هنا ٥) مقدارها $\frac{٤٦}{٦٤}$ من ال ٥ .

٥ - بما أن الفئة ٢٥ - ٢٩ نهايتها الفعلية ٢٩.٥ إذن يمكننا أن نحدد الوسيط باعتباره : النقطة التى تتجاوز الحد الأقصى أو النهاية الفعلية لهذه الفئة + طول نسبى مقداره $\frac{٤٦}{٦٤}$ من طول الفئة التالية . ويمكننا أن نضع هذه التحديدات فى صورة حسابية على الوجه الآتى :

$$\text{الوسيط} = ٢٩.٥ + \frac{٤٦}{٦٤} (٥)^*$$

$$= ٢٩.٥ + \frac{٤٦}{٦٤} = ٢٩,٥ + ٣,٥٩ = ٣٣,١$$

وبهذا يكون وسيط هذه المجموعة من الدرجات أى م ٥٠ (المئين ٥٠) يساوى ٣٣,٠٩ وقد نلاحظ فى بعض الحالات (كما نلاحظ فى هذه الحالة) أنه لا يوجد بين كل الدرجات الخام فى هذا التوزيع درجة ٣٣,٠٩ وعلينا أن نعرف هنا أنها قيمة الوسيط عبارة عن قيمة حسابية أو تقدير حسابى له وليس درجة فعلية يمكننا أن نجدها بين درجات الأفراد فى الجدول التكرارى .

ويمكننا أن نضع الخطوات الحسابية لأى درجة مئينية فى المعادلة أو الصيغة الرمزية الآتية والتى تلخص الخطوات السابقة :

$$\text{د}_\text{م} = \text{ح أ س} + \frac{(\text{ن})\ (\text{م}) - \text{ت ج}}{\text{ت}_\text{م}} (\text{ف}) \qquad (٤:٢)$$

(*) لاحظ أنه عند ضرب النسبة من طول الفئة $\frac{٤٦}{٦٤}$ فى طول الفئة (أى ٥) فإننا نقوم هنا بضرب ٤٦ × ٥ ثم نضع النتيجة على المقام ٦٤ أو نقوم باختصار $\frac{٤٦}{٦٤}$ أولا ثم نضرب النتيجة فى ٥ وفى كلا الحالتين نحصل على القيمة ٣,٥٩ .

حيث دم = الدرجة المئينية المطلوب تحديدها

ح أس = الحد الأقصى للفئة السابقة للمئين المطلوب

ن = التكرار الكلى أو عدد الحالات فى التوزيع

م = المئين المطلوب تحديد درجته

ت ج = التكرار المتجمع للحالات الواقعة تحت الفئة السابقة على المئين

ف = طول الفئة فى التوزيع

ف م = تكرارات الفئة المئينية

وبتطبيق هذه المعادلة لاعادة حساب المئين ٥٠ نحصل على الآتى :

$$م_{٥٠} = ٢٩,٥ + \frac{١٤٢ - (,٥٠ \times ٣٧٦)}{٦٤} (٥)$$

$$= ٢٩,٥ + \frac{١٤٢ - ١٨٨}{٦٤} (٥)$$

$$= ٢٩,٥ + \frac{٤٦}{٦٤} (٥)$$

$$= ٢٩,٥ + \frac{٢٣٠}{٦٤}$$

$$= ٢٩,٥ + ٣,٥٩ = ٣٣,٠٩$$

فإذا أردنا أن نستخدم المعادلة (٢ : ٤) فى حساب الربيع الأدنى أو المئين ٢٥ فسنجد الآتى :

$$م_{٢٥} = ٢٤,٥ + \frac{٨٤ - (,٢٥ \times ٣٧٦)}{٥٨} (٥)$$

$$= ٢٤,٥ + \frac{٨٤ - ٩٤}{٥٨} (٥)$$

$$= ٢٤,٥ + \frac{١٠}{٥٨} (٥)$$

$$= ٢٤,٥ + \frac{٥٠}{٥٨}$$

$$= ٢٤ر٥ + ٨٦ر = ٢٥ر٣٦$$

وبالمثل إذا أردنا حساب المئين ٧٥ أو الربيع الأعلى . فسنحل على الآتى :

$$م_{٧٥} = ٣٩,٥ + \frac{٢٦٤ - (,٧٥ \times ٣٧٦)}{٤٦} (٥)$$

$$= ٣٩,٥ + \frac{٢٦٤ - ٢٨٢}{٤٦} (٥)$$

$$= ٣٩,٥ + \frac{١٨}{٤٦} (٥)$$

$$= ٣٩,٥ + \frac{٩٠}{٤٦}$$

$$= ٣٩ر٥ + ١ر٩٦ = ٤١ر٤٦$$

حساب المئين من البيانات غير الموزعة تكراريا :

قد نجد أننا نتعامل فى بعض الأحيان مع درجات خام لمجموعة من الأفراد اختبرناهم باختبارما ، وقد نرغب فى حساب أية درجة مئينية لهذه البيانات وبافتراض أننا نريد حساب وسيط هذه الدرجات . فيمكننا أن نتبع الآتى :

نقوم بترتيب الدرجات أو القيم من الأصغر إلى الأكبر أو العكس . وسنجد أن عدد الدرجات إما زوجى أو فردى ، ولكل حالة معالجة خاصة .

ففى حالة إذا ما كان عدد القيم فرديا مثل :

٤٢ ، ٤٤ ، ٤٧ ، ٥١ ، ٥٦ ، ٥٩ ، ٦٢ ، ٦٩ ، ٧١ يتحدد الوسيط بسهولة ، باعتباره الدرجة التى تقسم عدد قيم المجموعة إلى نصفين متساويين ، نصف أكبر منها ونصف أصغر منها ، وسنجد فى مثالنا أن الدرجة ٥٦ (خامس درجة) هى الوسيط إذا يقع قبلها أربع قيم ويقع بعدها أربع قيم ، مع ملاحظة ترتيب القيم من الأصغر إلى الأكبر أو العكس قبل تحديد الوسيط .

وفى حالة إذا ما كان عدد القيم زوجيا مثل :

٢٥ ، ٢٩ ، ٣٣ ، <u>٣٨ ، ٤٢</u> ، ٤٦ ، ٥١ ، ٥٤ فسنجد أننا لا نستطيع تحديد درجة منها تقسم المجموعة إلى نصفين متساويين ، أو تقع هى فى المنتصف تماما ، ولكننا نستطيع أن نجد قيمتين ، وهما اللتان تحتلان الرتبة الرابعة والخامسة فنجمعهما ونقسمهما على اثنين ، وبذلك نعتبر أن الوسيط هو متوسطهما أى

$$\frac{٤٢ + ٣٨}{٢} = ٤٠$$

وعلينا أن نلاحظ أننا دائما مانقوم أولا بترتيب القيم تصاعديا أو تنازليا قبل تحديد موقع وقيمة الوسيط .

غير أنه يحدث فى أحيان أخرى أن نجد قيمة مكرره ثلاث مرات فى وسط مجموعة زوجية من القيم مثال ذلك :

٢٤ ، ٢٦ ، ٢٩ ، ٣١ ، ٣٣ ، ٣٣ ، ٣٧ ، ٤١ ، فإذا اتبعنا الطريقة المعتادة ، باعتبار الوسيط هو متوسط القيمتين الواقعتين وسط المجموعة أى

$$\frac{٣٣ + ٣٣}{٢} = ٣٣$$

، فلن يكون هذا الحل مقبولا لأن الوسيط فى هذه الحالة سيساوى درجة تالية عليه (هى القيمة ٣٣ السادسة) والحل الأمثل هنا هو أن نفترض أن الدرجات الثلاث ٣٣ تتوزع بشكل منتظم فى المسافة التى تعبر عنها كل درجة منهما ونحن نعلم أن درجة ٣٣ تعبر عن قيمة تتراوح بين ٣٢٫٥، ٣٣٫٥ ، وبما أننا نريد استخدام قيمتين فقط من هذه القيم الثلاث فيكون نصيبهما $\frac{٢}{٣}$ هذه المسافة التى يتراوحون بينها وبذلك يكون الوسيط

$$\frac{٣٢٫٥ + ٣٢٫٥ + ٦٧٫٠}{٢}$$

أى ٣٢٫٥ + ٠٫٦٧ = ٣٣٫١٧

الرتبة المئينية[١] :

تختلف الرتبة المئينية عن الدرجة المئينية فى الآتى : الدرجة المئينية هى الدرجة «الخام» (مثل درجة المفحوص على مقياس معين) المقابلة لمئين معين ، كأن نسأل ماهى الدرجة الخام المقابلة للمئين ٢٠ بمعنى آخر يكون سؤالنا : ما هى الدرجة على المقياس المناظرة للمؤشر الإحصائى الذى نسميه المئين ٢٠ .

أما الرتبة المئينية فهى المئين المقابل لدرجة خام معينة ، أو بمعنى آخر نحن نبحث عند حساب الدرجة المئينية عن درجة خام ، أما عندما نبحث عن رتبة مئينة فإننا نقوم بحساب مئين درجة خام ، وتستخدم الرتب المئينية فى عدد من الاختبارات النفسية ، حيث تحول الدرجات الخام لعينة التقنين إلى توزيع مئينى وتوضع الجداول التى تحدد الرتبة المئينيه الموازية لكل درجة خام . وتستخدم المئينات بهذه الصورة فى اختبار المصفوفات المتدرجة[٢] للذكاء ، مثال ذلك فى

---

(١) Centile Rank

(٢) Progressive Matrices

اختبار هكسى - نبراسكا غير اللفظى للذكاء حيث تستخدم باعتبارها معايير مناسبة لتفسير درجة أى فرد[٣] ، غير أن الاتجاه العام يميل إلى استخدام أساليب أكثر تطورا ودقة فى التعبير عن مواضع الأفراد بالنسبة لعينة تقنين كبيرة ومن هذه الأساليب الدرجات المعيارية المعدلة والتى سنشير إليها فيما بعد .

وتحسب الرتبة المئينية لأية درجة بخطوات عكسية تماماً للخطوات التى استخدمناها فى حساب الدرجة المئينية . أما فى حالة استخلاصها من المنحنى المتجمع الصاعد ، فنقوم بتحديد الدرجة التى نرغب فى حساب رتبتها المئينيه على المحور السينى ، ثم نقيم خط مستقيما بزاويه ٩٠ درجة على هذه النقطة إلى أن يلتقى بالمنحنى المتجمع ، وعند نقطة لقاءه نمد خط بزاوية قائمة (٩٠ درجة) حيث يقطع المحور الصادى عند نقطة معينة تساوى الرتبة المئينية لهذه الدرجة .

وعلينا أن نلاحظ أن الفرق بين أى رتبتين مئينيتين ورتبتين مئينتين أخريتين حتى إذا تساوى ، فإنه لا يعنى فروقا متساوية فى الدرجات الخام للأفراد أصحاب هذه الرتب من ذلك أنه إذا كان الفرق بين أ ، ب ٥ نقط أو وحدات مئينية والفرق بين ج ، د أيضا ٥ نقط أو وحدات مئينية ، فقد يكون الفرق فى الدرجات الخام بين أ ، ب ١٠ درجات بينما قد يكون الفرق فى الدرجات الخام بين ج ، د ٣ درجات فقط ، أو ٧ أو ١٠ درجات لهذا يصبح من الضرورى أن نضع فى اعتبارنا باستمرار أن الفروق المتساوية بين الرتب المئينية لا تعنى فروقا متساوية فى الدرجات الخام (فرج ، ١٨٠ ، ص ٢٤٠) .

---

(٣) Hiskey-Nebrask Test of Learning Aptitude

تمارين على الفصل الرابع

١ - حدد المدى المناسب لطول الفئة فى التوزيعات التكرارية المبينة أدنى درجاتها وأقصى درجاتها :

ف	أدنى درجة	أعلى درجة
أ	١	١٢
ب	٣	٢٥
جـ	٤٠	٩٠
د	١٠	٦٠
هـ	٢٢	٨١

٢ - فيما يلى درجات ٥٠ طالبا فى اختبار للمفردات :

٤٢	٤٥	٤٥	٥٠	٤٨	٦٣	٦٠	٤٥	٤٧	٤٤
٤٩	٣٦	٦١	٣١	٤٨	٦٢	٥٢	٥٤	٥١	٥٣
٦٤	٥٣	٦٨	٦٧	٥٢	٥٦	٥٥	٥٩	٦٥	٣٩
٦٥	٣٠	٥٢	٧١	٤٢	٦٨	٦٣	٤٢	٣٦	٥٠
٣٧	٥١	٥٩	٣٦	٤٢	٥٧	٤٤	٤٢	٥٤	٥٦

أ - ضع القيم السابقة فى توزيع تكرارى طول الفئة فيه ٥ .

ب - ضع المجموعة نفسها من القيم فى توزيع آخر طول الفئة فيه ٤ .

جـ - ارسم مضلع تكرارى لهذه المجموعة من القيم الموزعة فى فئات طولها ٥ .

د - ارسم على نفس المحورين السابقين مدرجا تكراريا لنفس الجدول الذى رسمت له المضلع .

٣ - احسب التكرار المتجمع الصاعد للتوزيع السابق (بطول فئة ٤) ثم :

أ - احسب الدرجات المئينية للمئينات الآتية ٢٥ ، ٥٠ ، ٧٥

ب - احسب الرتبة المئينة للدرجات ٤٣ ، ٥٥ ، ٦٣

٤ - اذكر مزايا واستخدامات كل من طريقتى التمثيل بالرسم للبيانات للمضلع التكرارى والمدرج التكرارى ، موضحا إجابتك بمثال من توزيع لمجموعة من الدرجات .

٥ - حدد الحدود الفعلية لمراكز الفئات التالية :

٥ - ٩	١٠ - ١٤
٢ - ٤	٥ - ٧
١ - ٣	٤ - ٦

٦ - اذكر بعض أنواع الإلتواء فى المنحنيات المختلفة مستخدما أمثلة سيكولوچية توضح مجالات ظهورها .

٧ - وضح الفرق بين « الرتب المئينية » و « الدرجات المئينية » وبين الحالات التى تتطلب حساب كل نوع منها .

٨ - اشرح ما يلى :

أ - معنى حصول شخص على درجة رتبتها المئينية ٢٥ على اختبار للذكاء .

ب - لماذا قد لا يتساوى الفرق بين درجتى أ ، ب الحاصلين على الرتب المئينية ٢٥ ، ٣٠ والفرق بين درجتى حـ ، د الحاصلين على الرتب المئينية ٦٥ ، ٧٠ .

الفصل الخامس

المتوسطـــات

المتوسطات[1] صيغ إحصائية تستخدم فى وصف مجموعة كبيرة من البيانات باستخدام قيمة واحدة فقط . معنى ذلك أن المتوسط صيغة تلخيصة لبيانات متعددة وصيغة وصفية فى الوقت نفسه إذ يصف هذه البيانات . كما أنه بالإضافة إلى هذا مفهوم ذو أهمية كبيرة فى الإحصاء الاستدلالى والعينات (Peatman, 1963, P.15)، ونحن نستخدم المتوسطات فى حياتنا اليومية بشكل مستمر سواء سميناها بأسمها أو استخدمناها استخدامات ضمنية . فالأطفال يجمعون معا قطع الحلوى الخاصة بهم جميعا ليعيدوا تقسيمها بالتساوى فيما بينهم ، فخمسة أطفال لديهم ٧ ، ٥ ، ٨ ، ٩ ، ١١ قطعة ، يقسمونها فيما بينهم ، فيجمعونها ، ثم يقسمونها على عددهم : $\frac{٧ + ٥ + ٨ + ٩ + ١١}{٥} = \frac{٤٠}{٥} = ٨$ ، وحصول كل منهم على عدد متساو - يمثل المتوسط - يوضح لنا أن هذا المتوسط هو فى الحقيقة قيمة واحدة نستخدمها للتعبير عن أى قيمة فى المجموعة ، وقد يتشاجر هؤلاء الأطفال فينتهون إلى أن (أ) قدم ٧ قطع وحصل على ٨ فكانت قطعة أقل من المتوسط بواحد (-١) وأن (ب) قدم ٥ وحصل على ٨ فكان أقل من المتوسط بثلاثة (-٣) . أما (جـ) فقد قدم ٨ وحصل على ٨ فالفرق صفر بين ماقدمه وما حصل عليه ، و(د) قدم ٩ وحصل على ٨ فكان ما قدمه أكثر بواحد (+ ١) ، و(هـ) قدم ١١ وحصل على ٨ فكان ما قدمه أكثر من المتوسط بثلاثة (+٣) .

وما هو أكثر أو أقل مما قدمه كل منهم عن المتوسط يسمى انحرافا عن هذا المتوسط .

---

(١) Averages

فإذا قمنا بعملية جمع جبرى لهذه الانحرافات عن المتوسط فسنجد النتيجة كالآتى :

- ١
- ٣
صفر
+ ١
+ ٣
———
صفر

معنى هذا أن مجموع الانحرافات عن المتوسط تساوى صفراً ، وهذا صحيح فما قدمه أحدهم من حلوى أكثر من المتوسط ذهب لمن قدم أقل من المتوسط ليتساووا جميعا فى مقدار ما حصلوا عليه .

نحن نتعامل كل يوم إذن بمفهوم المتوسط حتى فى مستوى لعب الأطفال وعبثهم وكثيرا ما نستمع إلى صديق ذهب إلى الأسكندرية بسيارته ، ويخبرنا أثناء حديثه أن سرعته تعدت خلال الطريق ١٠٠ كم فى الساعة ، ولكنه يعود ليذكر أثناء حديثه أنه قطع المسافة فى ٣ ساعات ، ولكننا لانتحير كثيرا من هذا التناقض إذ أن مايقوله يعنى أن المسافة ٣٠٠ كم تقريباً فإذا فكر أحدنا أن يسأله: ولكن المسافة ٢٢٠ كم فقط ، فسيجيب أنه كان يسير بسرعة ٧٥ كم فى المتوسط، وهو ما يعنى أنه أحيانا ما كان يصل بسرعته إلى ١٠٠ كم وأحيانا ما كان ينزل بها إلى ٦٠ كم ، وأن متوسط سرعته كان ٧٥ كم والفروق بالزيادة والنقص (الانحرافات) عن هذه الـ ٧٥ كم سيكون مجموعها الجبرى صفرا .

نستخدم المتوسطات أيضاً فى المقارنات فيقول المدرس أن طلاب الفصل (أ) أحسن « فى المتوسط » من طلاب الفصل (ب) فى الرياضيات . كما نقول أن متوسط طول الأمريكيين أكبر من متوسط طول اليابانيين . ويعنى حديث المدرس أن طلاب الفصل (أ) ليسوا جميعا فى مستوى واحد ، وأن طلاب الفصل (ب) ليسوا معا فى هذا المستوى الأقل ، وأننا يمكننا أن نجد فى الفصل (أ) طالبا يقل

بكثير عن آخر فى الفصل (ب) والعكس صحيح . ويعنى حديثنا أيضاً أننا قد نجد أمريكيا أقصر من أحد اليابانيين أو يابانيا أطول بكثير من بعض الأمريكيين. ولكن المقارنة قامت لا على المستوى المحدد لكل الأفراد ولكن على أساس قيمة فرضية هى المتوسط .

ونقصد بكون المتوسط قيمة فرضية أنه ناتج عن عملية حسابية وليس حالة مختارة من بين الحالات التى نجمعها ونقسمها ، من ذلك أنه إذا كانت الدرجات الآتية تمثل الزمن بالثوانى لأداء خمسة أشخاص على اختبار : ١٨٠ ، ١٧٥ ، ١٩٥ ، ١٤٠ ، ١٤٢ فإن متوسط أدائهم سيكون ١٦٦ر٤ ثانية .

$$\text{حيث} \quad \frac{١٨٠ + ١٧٥ + ١٩٥ + ١٤٠ + ١٤٢}{٥} = ١٦٦,٤$$

فإذا فحصنا زمن أداء كل شخص من هؤلاء الأشخاص فلن نجد أن زمن أداء أحدهم يبلغ ١٦٦ر٤ ثانية ، معنى هذا أن المتوسط قيمة حسابية وليس قيمة حقيقية من بين مجموعة القيم التى نحسب متوسطها .

وهناك ثلاثة أنواع من المتوسطات تستخدم لوصف أى مجموعة من الدرجات وتسمى مقاييس النزعة المركزية[١] ، أى مقاييس للنقطة التى تتمركز حولها هذه المجموعة من الدرجات . وهذه المقاييس هى المتوسط الحسابى[٢] والمنوال[٣] والوسيط[٤] . ومن بين هذه المقاييس الثلاثة يعد المتوسط الحسابى أكثرها ألفة وانتشاراً فى معالجة مجموعات البيانات الكبيرة ؛ فبالاضافة إلى سهولة حسابه ، فانه يعد خطوة ضرورية فى عدد من المعالجات التالية التى نستخدمها ونقوم بها لتحليل بيانات البحوث .

المتوسط الحسابى :

لا تخرج طريقة حساب المتوسط الحسابى عن الخطوات السابقة التى ذكرناها عند الحديث عن قطع الحلوى بين الأطفال أو أطوال زمن أداء مجموعة الرجال ،

---

(١) Central Tendency
(٢) Arithematic Mean
(٣) Mode
(٤) Mediam

فالمتوسط الحسابى عبارة عن « مجموع القيم مقسوما على عددها » . وإذا أردنا تحويل هذه الصيغة اللفظية إلى صيغة رمزية ، وأشرنا لكل قيمة بالرمز س وللمتوسط بالرمز س (س شرطة) أو م فسنجد الآتى :

$$\bar{س} \text{ (أو م) } = \frac{س_1 + س_2 + س_3 + س_4 + س_5 + \dots + س_ن}{ن}$$

أما الأرقام الصغيرة التى استخدمناها لتذييل كل س فى هذه المجموعه فنعنى بها الآتى : $س_1$ هى القيمة الأولى ، $س_2$ هى القيمة الثانية ... الخ . وقد سبق أن استخدمنا الرمز (ن) للاشارة إلى عدد الحالات فى أى توزيع .

ويمكننا اختصار الصيغة السابقة بصورة أفضل كالآتى :

$$\bar{س} \text{ (أو م) } = \frac{\sum س}{ن} \qquad (5:1)$$

ويشير الرمز ($\sum$) إلى مجموع ، أى مجموع ، $س_1 + س_2 + س_3$ ... الخ. وبذلك تعنى هذه الصيغة المعنى نفسه وهو أن المتوسط يساوى مجموع القيم مقسوما على عددها .

الانحـــراف :

ذكرنا فى بداية حديثنا عن المتوسطات ، أن عدد قطع الحلوى التى قدمها كل طفل يبتعد عن المتوسط أو ينحرف عنه بقدر ما إن زيادة أو نقصانا ، وعرفنا أن المجموع الجبرى لهذه الانحرافات يساوى صفر . وبذلك نستطيع استخدام هذه الانحرافات فى تعريف المتوسط بشكل آخر باعتبار القيمة التى تكون مجموع الانحرافات السالبة والموجبة عنها مساوية للصفر . ويمكننا هذا التعريف من مراجعة حسابنا للمتوسط من خلال الانحرافات .

طرق حساب المتوسط

١- حساب المتوسط للبيانات غير المصنفة تكراريا :

عادة ما تكون البيانات التى نتعامل بها مصنفة فى جدول تكرارى له عدد مناسب من الفئات ، غير أنه يحدث أحيانا أن نتعامل مع بيانات خام دون تصنيفها وذلك عندما يكون عدد القيم محدودا لا يتطلب منا إنفاق قدر من الجهد الإضافى لتصنيفها فى جدول تكرارى .

مثال ذلك حسابنا لمتوسط القدرة اللفظية مقاسة باختبار للمفردات لعشرة أفراد ومن الواضح أن القيم العشرة (للأفراد العشرة) ليست بالكبيرة العدد بما يسمح بتصنيفها فى جدول تكرارى ، وهنا نقوم بتطبيق المعادلة الخاصة بحساب المتوسط من الدرجات الخام وهى المعادلة (١ : ٥) فإذا كانت قيم هؤلاء الأفراد العشرة كالآتى :

٢٤ - ١٨ - ٣١ - ٤٦ - ٢٨ - ٣٢ - ٣٩ - ٤٢ - ٢٧ - ٢٣ فنبدأ بالحصول على $\sum$ س وتساوى مجموع هذه القيم أى

$\sum$ س = ٣١٠ .

ثم نقسم $\sum$ س على ن و ن هنا هى عدد هذه القيم (أى عدد الأفراد فى المجموعة وذلك لنحصل على $\bar{س}$ أو م أو المتوسط كالآتى :

$$\bar{س} = \frac{٣١٠}{١٠} = ٣١$$

٢ - حساب المتوسط باضافة او حذف ثابت :

تعد الطريقة السابقة من أسهل وأبسط الطرق لحساب المتوسط من البيانات غير المصنفة . غير أن هناك مشكلة تظهر أحيانا فى مثل هذه الحالات . وتتلخص هذه المشكلة فى اضطرارانا فى بعض الأوقات للتعامل مع قيم كبير كأن تكون القيم بالمئات أو الألوف (القيم نفسها وليس عددها) مثال ذلك ٢٦٤ ، ٥٤٩ ، ٨٨١

وقد يكون عدد القيم أيضا كبيرا ، ويؤدى هذا إلى التعامل مع أعداد ضخمة ، وما يمكن أن يترتب على ذلك من زيادة احتمالات الخطأ فى إجراء العمليات الحسابية .

والحل المناسب هنا هو أن نستخدم الخصائص التى يوفرها لنا إضافة أو حذف ثابت للقيم .

يقصد بالثابت قيمة يمكن حذفها من كل القيم التى يجرى حسابها ثم إعادة أضافتها للنتيجة بعد ذلك ، دون أن يؤثر هذا الإجراء على النتيجة ، ولكنه يؤدى ألى تيسيط العمليات الحسابية المختلفة للحصول على المتوسط ، فإذا كانت لدينا مجموعة من الدرجات لعشر أفراد على اختبار يقيس الاستعدادات الدراسية للالتحاق بالكليات ، وكانت هذه الدرجات هى التى يمثلها الجدول رقم (١:٥) فإن حساب متوسط هذه القيم يتسم بهذه الصعوبة الراجعة لكبر القيم ، أما إذا حذفنا مقدارا ثابتا من كل درجة من هذه الدرجات ، فستتم العمليات الحسابية بسهولة أكبر .

وحتى نقوم بهذه الخطوة ، علينا أن نفحص الجدول لنرى أصغر قيمة فيه وسنتبين أنها القيمة التاسعة وتساوى ٧٢٠ فاذا أخترنا ثابتا يساوى هذه القيمة أو أقل منها قليلا وطرحنا هذا الثابت من كل القيم فستصبح أصغر قيمة لدينا تساوى صفر أو أكثر قليلا وأكبر قيمة بعد الحذف وهى القيمة الخامسة تساوى ٤٣ إذا حذفنا أصغر قيمة بالكامل وتساوى ٦٣ إذا حذفنا ٧٠٠ فقط وهذه القيم صغيرة ولا تمثل مشكلة فى عمليات الجمع أو الطرح أو غيرها .

نقوم إذن بحذف ثابت مقداره (٧٠٠) من كل القيم ثم نحصل على ∑ س بعد الحذف ونقسم على ن ثم نعود لنضيف الـ ٧٠٠ مرة أخرى وهى القيمة التى سبق حذفها فى البداية إلى المتوسط الذى نحصل عليه لنحدد المتوسط الحقيقى للمجموعة .

جدول رقم (١:٥)
تأثير حذف ثابت من القيم وإعادة إضافته
عند حساب المتوسط

مسلسل	القيم الأصلية	القيم بعد حذف ٧٠٠
١	٧٢٣	٢٣
٢	٧٤٦	٤٦
٣	٧٥١	٥١
٤	٧٣٤	٣٤
٥	٧٦٣	٦٣
٦	٧٢٢	٢٢
٧	٧٥٦	٥٦
٨	٧٣٢	١٢
٩	٧٢٠	٢٠
١٠	٧٢٥	٣٥

($\sum$س - الثابت) = ٣٧٢

$\bar{س}$ (قبل اضافة الثابت) = ٣٧,٢

$\bar{س}$ = ٧٣٧,٢

ومن الواضح أن طريقة حذف أو إضافة ثابت تعتبر أسهل وأسرع من جمع درجات كبيرة ، وتظهر فائدة هذه الطريقة عندما نتعامل مع مجموعة من الدرجات السالبة والموجبة ، وحيث نعالج هذا الموقف من خلال إضافة ثابت للقيمة المطلقة (بدون إشارة) لأكبر قيمة سالبة ، وبذلك تتحول كل القيم إلى درجات موجبة ، وبعد أن ننتهى من حساب المتوسط نعود لإضافة هذا الثابت مرة أخرى ، فمثلا إذا كانت القيم فى المجموعة كالآتى : ١٤ ، -١١ ، ٢٥ ، ١٣ ، -٢٢ ، ١٠ ، ٤ ، ١٦ ، -٢٣ ، ١٥ ، -١٢ فان إضافة ثابت يساوى أكبر قيمة سالبة أى ٢٣

سيؤدى إلى النتيجة الآتية : (مع ملاحظة أننا نضيف هذا الثابت لكل القيم الموجبة والسالبة) ٢٧ ، ١٢ ، ٤٨ ، ٣٦ ، ١ ، ٣٣ ، ٢٧ ، ٣٩ ، صفر ، ٣٨ ، ١١ .

حساب المتوسط من البيانات المصنفة :

كما ذكرنا من قبل فان اللجوء إلى تصنيف البيانات المختلفة فى فئات إنما يهدف إلى تبسيط عرض هذه البيانات ، والتعرف على خصائص التباين بين هذه المجموعة من البيانات أو القيم ، غير أننا لا نتمكن من التحقق من خصائص هذا التوزيع أو معرفة الشكل الذى تتباين به الدرجات إذا كان حجم العينة كبيرا ، إلا فى حالة توزيع القيم فى عدد قليل من الفئات .

وعندما نستخدم مركز الفئة[١] للتعبير عن تكرارات هذه الفئة فاننا نتعرض أحيانا لقدر محدود من الأخطاء أو نقبل درجة من التقريب اللازمة . ومع ذلك فنحن نستخدم هنا مركز كل فئة فى ضوء افتراض أنه يمثل أفضل تقريب ممكن لمتوسط قيم عينات كبيرة فى هذه الفئة المعينة ، وهو ما لايكون صحيحاً دائما ، وبصفة عامة فاننا نتمكن عند توزيع القيم فى جداول تكرارية من استخراج المتوسطات بطريقة سهلة ، وهى طريقة تمثل مزايا من حيث كمية الوقت والعمل ، وتوجد لهذا الغرض طريقتان لحساب المتوسط الطريقة الأولى مطولة والطريقة الثانية مختصرة . ولا تتضمن الطريقة المطولة مزايا إضافية عن الطريقة المختصرة سواء فى دقة النتائج أو صحتها ، وعلى هذا يوصى دائما باتباع الطريقة المختصرة، (Peatman, 1963, P. 58) وسنعرض فيما يلى الطريقتين لنتبين خطواتهما وميزة الطريقة المختصرة .

ا - الطريقة المطولة :

سنستخدم فى مثالينا للطريقتين المطولة والمختصرة بيانات ٥٠ طالبا اختبروا باختبار المصفوفات المتدرجة لقياس الذكاء ، وحصل كل منهم على درجة وصنفت الدرجات فى جدول تكرارى هو الذى يمثله الجدول رقم (٢ : ٥) وسنقوم بحساب

---

(١) Midvalue

المتوسط . من بيانات هذا الجدول . يمثل العمود الأول الفئات والعمود الثاني التكرارات ، ونضع فى العمود الثالث مراكز الفئات ، ونضع فى العمود الرابع حاصل ضرب مراكز الفئات فى التكرارت (أى حاصل ضرب القيمة فى عمود ٣ فى نظيرتها فى عمود ٢) ونتناول الآن خطوات حساب المتوسط من هذه الأعمدة الأربعة فى الجدول .

جدول رقم (٢:٥)

خطوات حساب المتوسط بالطريقة المطولة

ف (١)	ك (٢)	م ف (٣)	م ف × ك (٤)
٣٤	٢	٣٢	٦٤
٣٩	٤	٣٧	١٤٨
٤٤	٧	٤٢	٢٩٤
٤٩	٧	٤٧	٣٢٩
٥٤	١١	٥٢	٥٧٢
٥٩	٧	٥٧	٣٩٩
٦٤	٦	٦٢	٣٧٢
٦٩	٥	٦٧	٣٣٥
٧٤	١	٧٢	٧٢
	ن = ٥٠		Σ ٢٥٨٥

الخطوة الأولى هى أن نحسب مراكز الفئات ، ومركز الفئة الأولى (٣٠-٣٤) هو ٣٢ ، والفئة الثانية (٣٥ - ٣٩) هو ٣٧ ويمكننا بعد تحديد مركز الفئة الأولى أن نضيف ٥ (أى طول الفئة) على هذا المركز لنحصل على الفئة التالية (أى ٣٢ + ٥ = ٣٧) طالما أن طول الفئة ثابت ومنتظم وهكذا فى الفئة الثالثة ثم الرابعة ... الخ . نقوم فى الخطوة الثانية بحساب العمود الرابع بأن نضرب بالنسبة

لكل فئة : مركزها الذى قمنا بحسابه فى الخطوة السابقة فى عدد تكرارتها والتى رصدناها فى العمود رقم ٢ فنحصل على قيم العمود الرابع الذى يساوى التكرارات × مراكز الفئات .

نقوم فى الخطوة الثالثة بحساب مجموع قيم هذا العمود وهى حسب الجدول ٢٥٨٥ ، ونقسم هذا المجموع على عدد الحالات (أى ن أو $\sum$ ك) وهو هنا ٥٠ فنحصل على المتوسط والذى يساوى ٧٠ ر ٥١ حيث :

$$م = \frac{٢٥٨٥}{٥٠} = ٥١,٧$$

وبذلك تكون معادلة حساب المتوسط للبيانات المبوبة أو المصنفه عبارة عن مجموع التكرارات مضروبة فى مراكز الفئات، مقسومة على مجموع التكرارات أى:

$$م = \frac{\sum م_ف \times ك}{ن} \quad (٢ : ٥)$$

حيث م = المتوسط

$\sum$ = مجموع

م ف = مركز الفئة

ك = التكرار

ب - الطريقة المختصرة:

لا تختلف النتائج التى نتوصل إليها من الطريقة المختصرة عن تلك التى نخرج بها من الطريقة المطولة ، وبهذا تتميز الطريقة المختصرة بقلة الوقت والجهد المبذول فيها وعدم تعدد العمليات الحسابية اللازمة لها . فإذا بدأنا هذه الطريقة باستخدام العمود الأول والثانى لنفس البيانات وهما عمودا الفئات والتكرارت فسنحتاج بعد ذلك عمودين فقط وسنجد عمليات حسابية أصغر وأبسط ، وهى ما يعرضها الجدول التالى رقم (٣ : ٥) .

جدول رقم (٣ : ٥)

حساب المتوسط للبيانات المصنفة بالطريقة المختصرة

ف (١)	ك (٢)	حَ (٣)	ك حَ (٤)
٢٤	٢	-٤	-٨
٢٩	٤	-٣	-١٢
٤٤	٧	-٢	-١٤
٤٩	٧	-١	-٧
← ٥٤	١١	صفر	صفر
٥٩	٧	١	٧
٦٤	٦	٢	١٢
٦٩	٥	٣	١٥
٧٤	١	٤	٤
	مج ٥٠		+ ٣٨
			-٤١
			-٣

الخطوة الأولى فى حساب المتوسط هى أن نختار فئة فى وسط الجدول تقريبا ، ومن الأفضل أن نختار الفئة صاحبة أكبر تكرار ونعتبر أن مركزها يساوى صفراً ثم نبدأ من هذه النقطة بوضع مراكز لبقية الفئات باستخدام وحدة واحدة أى أن يكون مركز الفئة التالية على هذه الفئة الصفرية فى الترتيب يساوى (١) ومركز الفئة التى بعدها يساوى (٢) والفئة التالية لها يساوى (٣) وهكذا ، ثم نجعل مركز الفئة السابقة على الفئة الصفرية (-١) والتالية (-٢) وما قبلها (-٣) وهكذا ، ونضع هذه المراكز الفرضية للفئات فى العمود الثالث حَ .

الخطوة التالية هى ضرب التكرارات فى الانحرافات الفرضية فى كل فئة ، مثال ذلك : الفئة الأولى (من أعلى) تكرارها (٢) وانحرافها الفرضى (أى

المركز الفرضى للفئة) هو (-٤) فنضع فى العمود الرابع القيمة -٨ (أى ٢ × -٤) وفى الفئة التالية (-١٢) أى ٤ × -٣ وهكذا . ويلاحظ أننا سنجد أن كل القيم الخاصة بالفئات ذات الانحرافات الفرضية السالبة فى هذا العمود بالسلب لأنها ناتجة عن ضرب التكرارات فى مراكز سلبية للفئات ، ونستخدم المعادلة الآتية (٣:٥) لحساب المتوسط وذلك بالتعويض عن رموزها .

م = م ح + (ط × ف)	(٣ : ٥)

حيث م ح = المركز الحقيقى للفئة الصفرية

ط = طول الفئة

ف = $\frac{(\text{ك حَ})}{\text{ن}}$ (أى متوسط العمود الرابع فى الجدول)

ونحسب أولاً قيمة ف والتى تساوى $\frac{-٣}{٥٠}$ = - ٠٦ ,

وبالتعويض فى المعادلة نحصل على الآتى :

م = ٥٢ + (٥ × -٠٦ر)

= ٥٢ + (-٣٠ر)

= ٥٢ - ٣ر = ٥١٫٧

وهى نفس النتيجة التى خرجنا بها من الطريقة المطولة مع اختصار فى الوقت والعمليات الحسابية .

متوسط المتوسطات :

يحدث أحيانا أن يقوم الباحث باختبار عدد من العينات الفرعية باختبار ما ، مثال ذلك أن يختبر أطفال من مناطق مختلفة باختبار للادراك البصرى ، ويجد بعد ذلك أنه فى حاجة لحساب المتوسط العام لهذه العينات الفرعية ، التى حسب لكل منها متوسطه على حدة . ولهذا الأمر أهميته إذا كانت للباحث اهتمامات استدلالية.

ويسهل حساب متوسط المتوسطات لأى مجموعة من العينات الفرعية إذ يساوى هذا المتوسط مجموع قيم كل هذه العينات مقسوما على عددها الكلى وصيغة المعادلة الخاصة بمتوسط المتوسطات كالآتى :

$$م_ع = \frac{\sum س_1 + \sum س_2 + ... + \sum س_ن}{ن_1 + ن_2 + ... + ن} \quad (٤ : ٥)$$

حيث $م_ع$ = المتوسط العام

$س_1$ ، $س_2$ ... الخ = مجموع قيم العينة الأولى والثانية ... الخ

$ن_1$ ، $ن_2$ ... الخ = مجموع أفراد العينة الأولى والثانية ... الخ

فإذا افترضنا أن هذا الباحث اختبر خمس مجموعات من شرائح اجتماعية مختلفة باختبار الإدراك البصرى ، وكان مجموع القيم (أو الدرجات) فى هذه المجموعات الخمس كالآتى : ١٤٠ ، ١٣٦ ، ٢١٥ ، ٣٢٠ ، ١٨٠ وكان عدد أفراد هذه العينات الخمس كالآتى : ٢٠ ، ١٠ ، ١٨ ، ٢٢ ، ١٧ ؛ فإن متوسط المتوسطات لهذه العينات جميعها يصبح كالآتى :

$$م_ع = \frac{١٤٠ + ١٣٦ + ٢١٥ + ٣٢٠ + ١٨٠}{٢٠ + ١٠ + ١٨ + ٢٢ + ١٧}$$

$$= \frac{٩٩١}{٨٧} = ١١,٣٩$$

وقد يفكر الباحث فى حساب متوسط عام لعدد من العينات المنشورة فى بحث ما ، كل عينة منها مستقلة عن الأخرى ، ولها متوسطها المختلف ، ولا تتوفر له البيانات الخاصة بمجموع قيم كل عينة بل متوسطاتها وعدد حالاتها فقط . وهنا يمكنه أن يقوم بحساب مجموع القيم من هذه البيانات حيث $\sum$ س أو مجموع القيم يساوى فى حقيقة الأمر م × ن أو المتوسط فى عدد القيم ، وبذلك تكون المعادلة فى الصورة الآتية :

$$\text{م ع} = \frac{(\text{م}_{1} \times \text{ن}_{1}) + (\text{م}_{2} \times \text{ن}_{2}) + \dots (\text{م}_{\text{ك}} \times \text{ن}_{\text{ك}})}{\text{ن}_{1} + \text{ن}_{2} + \dots + \text{ن}_{\text{ك}}} \qquad (5 : 5)$$

حيث م ع = المتوسط العام

م_{1} ، م_{2} ... $\text{م}_{\text{ك}}$ = متوسط العينات الفرعية

ن_{1} ، ن_{2} ...$\text{ن}_{\text{ك}}$ = عدد حالات العينات الفرعية

وفى حالة ما إذا كانت العينات الفرعية متساوية الاعداد ، أى أن ن واحدة فى كل عينة فان حساب المتوسط العام يصبح أسهل فى هذه الحالة إذ أنه سيكون مجموع المتوسطات مقسوما على عددها . مثال ذلك إذا كانت لدينا أربع عينات فرعية وكان عدد أفراد كل عينة منها ٢٥ وكانت متوسطات هذة العينات الأربع كالآتى ٢٢٫٤ ، ٢٥٫٦ ، ٣٢٫١ ، ١٨٫٦ فان المتوسط العام يحسب وفقا للمعادلة الآتية :

$$\text{م ع} = \frac{(\bar{\text{س}}_{1} + \bar{\text{س}}_{2} + \bar{\text{س}}_{\text{ن}})}{\text{ك}} \qquad (5 : 6)$$

حيث س_{1} ، س_{2} ... الخ = متوسط العينات المختلفة

ك = عدد العينات الفرعية

وبالتعويض فى هذه المعادله يكون المتوسط العام لهذه المجموعات الأربع كالآتى :

$$\text{م ع} = \frac{22.4 + 25.6 + 32.1 + 18.6}{4}$$

$$= \frac{98.7}{4} = 24.67$$

المنـوال[1] :

إذا استخدم اخصائى نفسى اختباراً لقياس الميول العصابية لدى عمال أحد المصانع الكبيرة وحصل على درجة لكل عامل على هذا الاختيار ، فإن أحد الاسئلة الهامة التى توجه اليه احيانا تتعلق بالدرجة الشائعة ، أو أكثر الدرجات تكرارا ، أو الدرجة التى يحصل عليها نسبه كبيرة من العمال على هذا الاختبار ، وهنا لا تكون الاجابة بحساب المتوسط أو الوسيط ، بل بحساب المنوال والذى نعنى به فى هذه الحالة القيمة الشائعة أو القيمه الأكثر ظهورا بين القيم المختلفه (Mulholand & Jones , 1969 , P .86)

ويسهل من خلال ملاحظة مجموعة القيم غير المبوبة التعرف على المنوال ، غير أن الموقف يصبح مختلفا فى حالة البيانات المبوبة أو المصنفة فى جدول تكرارى، إذ لدينا فى هذه الحاله جدول يتضمن تكرار كل درجة من الدرجات ، فاذا كانت فئات الجدول ذات طول مداه درجة واحدة فلن نجد صعوبة فى تحديد المنوال مثال ذلك أن تكون درجات هؤلاء العمال موزعة فى الجدول الآتى رقم (٤ :٥)

جدول رقم (٤:٥)

توزيع درجات ٢٣٠ عاملاً على اختبار للميول العصابية

الدرجة	التكرار
١٢	٢٤
١٣	٢٧
١٤	٣٤
١٥	٣٧
١٦	٤٥
١٧	٢٢
١٨	٢٥
١٩	١٤
٢٠	١٦
	ن = ٢٤٤

(١) Mode

وفى هذه الحالة سنجد أن المنوال أو الدرجة المنوالية هى ١٦ إذ إنها أكثرالدرجات شيوعا فى هذه المجموعة بمعنى أنها الدرجة صاحبة أكبر تكرار ، وعلينا أن نلاحظ دائما الفرق بين المصطلحات الثلاثة : المنوال والمتوسط والوسيط ، فالمنوال : هو القيمة الاكثر شيوعا (أى الأكثر تكرارا أو الأكثر ظهورا) بينما المتوسط هو القيمة الفرضية التى تعبر عن النقطة التى تكون مجموع انحرافات القيم الاكبر منها والاصغر منها مساوية للصفر ، أما الوسيط فهو النقطة التى تنقسم عندها مجموعة القيم إلى مجموعتين مجموعة القيم الأكبر منها ومجموعة القيم الأصغر منها .

وبينما يبدو تحديد النوال ميسوراً فى هذا المثال ، إلا أننا لا نواجه دائما حالات واضحه بهذه الصورة ، ويظهر قدر من الصعوبة عندما نتعامل مع توزيع غير منتظم للدرجات على اختيار ما ، مثال ذلك التوزيع الذى يوضحه جدول رقم (٥:٥) الذى يبين درجات ١٧٦ طالبا فى الاستعدادات الميكانيكيه :

جدول رقم (٥:٥)

توزيع درجات ١٧٦ طالب على اختيار للاستعدادات الميكانيكيه

ف	ك
أقل من ١٠	١٥
١٠ - ١٩	٢٣
٢٠ - ٢٩	٤٧
٣٠ - ٣٩	٤٢
٤٠ - ٤٩	٣١
٥٠ فأكثر	١٨
	$\sum$ ك = ١٧٦

إذا فحصنا هذا الجدول بعناية فسنتبين أن الدرجة المنوالية ستكون واقعة فى مدى الفئة من ٢٠ - ٢٩ ، ومع ذلك فهناك أيضا درجات كثيرة فى الفئة

٣٠ - ٣٩ وهى أكبر من الدرجات التى تقع فى مدى الفئة ١٠- ١٩ ، ويعنى ذلك أن الدرجة المنوالية التى تقع فى الفئه ٢٠ - ٢٩ ستكون أقرب إلى النصف الأعلى من الفئة (أى من ٢٥ إلى ٢٩) منها إلى النصف الأدنى من الفئة (أى من ٢٠ - ٢٤)* . ويجعلنا هذا الموقف لاتعتمد على فروضنا السابقة التى كانت تنتهى بنا لقبول مركز الفئة باعتباره قيمة ممثلة لتكراراتها وباعتبار أن التكرارات موزعة على امتداد طول الفئة لاننا فى الحقيقة نبحث عن اكثر الدرجات شيوعا وليس اكثرها توسطا . وتقودنا هذه المناقشة إلى استخدام المعادلة الآتية لحساب القيمة المنوالية : (Yeomans, 1976, P.102)

$$\text{المنوال} = ح + ط \left(\frac{ك_م - ك_{م-١}}{٢ ك_م - (ك_{م-١} + ك_{م+١})} \right) \qquad (٧ : ٥)$$

حيث ح = الحد الأدنى للفئة المنوالية

ط = طول الفئة المنوالية

$ك_م$ = تكرار الفئة المنوالية

$ك_{م-١}$ = تكرار الفئة قبل المنوالية

$ك_{م+١}$ = تكرار الفئة بعد المنوالية

وبالتعويض فى هذه المعادلة نحصل على القيمة المنوالية للجدول السابق كالآتى :

$$\text{المنوال}^{**} = ١٩,٥ + ١٠ \; \frac{٤٧ - ٢٣}{٢ \times ٤٧ - (٢٣ + ٤٢)} = ٢٧,٨٦ \text{ درجة}$$

(*) ذلك أن طول الفئة ١٠ ونصفها الأعلى سيكون ٢٥ فأكثر ونصفها الأدنى سيكون ٢٤ فأقل. وقد تختلف الحالة إذا قمنا بتصنيف نفس المجموعة من الدرجات فى فئات طولها ٥ مثلا .

(**) لاحظ أننا نستخدم هنا الحد الأدنى للفئة أى البداية الفعلية لها .

وعلينا أن نلاحظ عند اجراء العمليات الحسابية إننا نقوم بضرب ط (طول الفئه) فى القيمه بين القوسين ($\frac{\text{ك}_{\text{م}} - \text{ك}_{\text{م}-1}}{2\,\text{ك}_{\text{م}} - (\text{ك}_{\text{م}-1} + \text{ك}_{\text{م}+1})}$) وبعد الحصول على قيمتها نجمع عليها فى الخطوة الاخيرة القيمة ح .

الوسيط :

ذكرنا فى الفصل السابق عند حديثنا عن المنحنى المتجمع أن الوسيط هو نفسه المئين ٥٠ وعرفنا كيفية حسابه سواء من الدرجات الخام أو من الجداول التكرارية ويعد الوسيط أحد المقاييس الهامة للنزعة المركزية ويقصد به القيمة الفرضية فى مجموعة من القيم التى تحتجز أسفلها عددا من القيم مساو لما تحتجزه أعلاها ويعنى ذلك ضرورة ترتيب القيم المختلفة تصاعديا أو تنازليا ، وفى حالة ما إذا كان لدينا عددا محدودا من القيم وكانت غير مصنفة فى جدول تكرارى وكان عددها فرديا فان القيمة الوسطى فى هذه المجموعة هى وسيطها .

أما إذا كان عدد القيم زوجيا فإن متوسط القيمتين الوسيطتين تمثل الوسيط وقد درسنا الحالة التى تتساوى فيها القيمتين الوسيطيتين مع قيمة سابقة أو تالية لهما فى الترتيب وكيفية معالجة هذه الحالة .

وتستخدم المعادلة رقم (٢ : ٤) لحساب الوسيط من الجداول التكرارية كما سبق أن أوضحنا .

وباستخدام هذه المعادلة لحساب الوسيط من بيانات الجدول رقم (٢ : ٥) فإننا نتتبع الخطوات الآتية :

اولا : نحدد قيم رموز المعادلة وفقا لبيانات الجدول وحيث :

ح ا س = ٤٩ر٥

ن = ٥٠

م = ر٥

ت ج = ٧

ف = ٥

ف م = ١١

وبالتعويض فى المعادلة (٢ : ٤) نحصل على قيمة الوسيط كالآتى :

$$و = ٤٩,٥ + \frac{٥٠ \times ٥, - ٢٠}{١١} \qquad (٥)$$

$$= ٤٩,٥ + \frac{٢٥ - ٢٠}{١١} \qquad (٥)$$

$$= ٤٩,٥ + ٤٥٥, = ٤٩,٩٥٥$$

مقارنة بين مقاييس النزعة المركزية الثلاثة :

إذا افترضنا إننا نتعامل مع توزيع اعتدالى مثالى فى خصائصه ، فسنجد أن المقاييس الثلاثة تتطابق فى نقطة واحدة ففى هذا التوزيع الاعتدالى سنجد أن خط الوسط هو الذى يحدد القيمة المتوسطة فيه أى المتوسط وسنجد أن اقصى ارتفاع له يمثل أعلى تكرار عند نقطة معينة فى هذا المنحنى أى المنوال . كما أن الخط نفسة هو الذى يقسم المنحنى الاعتدالى إلى نصفين متماثلين يقع نصف الحالات قبله ونصف الحالات بعده أى أنه الوسيط .

غير أن هذه الحالة لا توجد دائما إذ كثيرا ما نجد لدينا توزيعات مفرطحة أو ملتوية تؤدى إلى اختلاف المقاييس الثلاثة على امتداد التوزيع ، فإذا عدنا لحالات الالتواء الموجب و السالب التى عرضنا لها فى الفصل السابق فسنجد الآتى :

١- **فى حالة الالتواء الموجب :** وحيث يتجه ذيل المنحنى إلى اليمين مقتربا من المحور السينى، ستكون أكبر التكرارات (حيث المنوال) اقرب إلى مركز الجزء المنتفخ فى المنحنى يليها الوسيط الذى يحتل موقعا اقرب إلى منتصف التوزيع متحركاً نحو اليسار نتيجة لدخول القيم المتطرفة الكبيرة وقليلة العدد التى يمثلها ذيل المنحنى الموجب الالتواء ويقع المتوسط على يسار الوسيط معبرا عن القيمة المتوسطة حسابيا لمجموعة القيم التى يعبر عنها المنحنى(السيد، ١٩٧٩، ص ص ١٢٥-١٢٦) .

ب - في حالة الالتواء السالب : وحيث يتجه ذيل المنحنى إلى اليسار مقتربا من نقطة الصفر على المنحنى السينى ، نجد انطباق نفس النمط من التوزيع ولكن مع اختلاف فى الاتجاه فالمنوال يقع فى مركز الجزء المنتفخ من التوزيع (أى على اليمين هذه المرة وليس على اليسار) يليه الوسيط ثم المتوسط .

ويترتب على اختلاف شكل التوزيع ، أو كونه معتدلا أو ملتويا مزايا معينة فى استخدام أحد هذه المقاييس الاحصائية دون الاخرين ، ويلخص خيرى (المصدر السابق : ١٩٦٢ ، ص ١٠٥) هذه المزايا فى الآتى :

ا - المتوسط : هو اكثر هذه المقاييس ثباتا وقابلية للاستخدام فى المعالجات الاحصائية التى تتلوه سواء لحساب تشتت التوزيع أو للخروج باستدلالات معينة من البيانات التى يحسب لها هذا المتوسط ، كما يعد أفضل هذه المقاييس إذا كان التوزيع اعتداليا أو أقرب إلى الاعتدال .

ب - الوسيط : اسلوب سريع يوفر الجهد والوقت فى حالة الرغبة فى التوصل إلى مؤشر للنزعة المركزية دون كثير من التدقيق - كما أنه يفضل المتوسط فى حالة التوزيعات الملتوية التواء واضحا (Peatman , 1963, P.72) عندما يكون ذيل المنحنى ممتدا لمسافة طويلة معبرا عن وجود قيم شديدة التطرف . بالاضافة إلى أن الوسيط يساعد فى تحديد موقع قيمة معينة على التوزيع ، وما إذا كان هذا الموقع مرتفعا أو منخفضا وهى الحالة التى تعكسها المثينات ، كما تظهر ميزة اخرى للوسيط عندما يكون الحد الأدنى للفئة الصغرى غير معروف أو غير محدد ، أو إذا كان الحد الاقصى للفئة العليا غير معروف أو محدد أيضا ، بينما يتاثر المتوسط بشدة إذا وجدت إحدى هاتين الحالتين أو كلاهما .

جـ - المنوال : يصبح هاما إذا كانت لدينا رغبة فى الحصول على تقدير لقيمة مركزية بسرعة دون اعتبار للدقة ، أو إذا كان هدف الباحث معرفة القيمة الشائعة أو التى يتفق فيها عدد كبير من افراد المجموعة .

العلاقة النسبية بين المقاييس الثلاثة :

قد يحسب الباحث أحد المقاييس الثلاثة لتوزيع معين ، ثم يحسب مقياساً آخراً ، ويمكن الاكتفاء بحساب أى مقياسين من الثلاثة ، واستنباط المقياس الثالث من خلال العلاقة النسبية بينهم وهى علاقة تقريبية لاتختلف الا اختلافات ضئيلة من حالة لأخرى وبصفة عامة نجد دائما أن الفرق بين المتوسط الحسابى والمنوال يعادل ثلاثة أمثال الفرق بين المتوسط الحسابى و الوسيط ويؤدى هذا إلى امكان حساب أى منهما من الاثنين الاخرين كالآتى :

$$\text{المتوسط} = \frac{٣}{٢}\text{الوسيط} - \frac{١}{٢}\text{المنوال}$$

$$\text{الوسيط} = \frac{١}{٣}\text{المنوال} + \frac{٢}{٣}\text{المتوسط}$$

$$\text{المنوال} = ٣ \times \text{الوسيط} - ٢ \times \text{المتوسط}$$ (خيرى ، ١٩٦٣ ، ص ١٠٦)

تمرينات على الفصل الخامس

١- احسب المتوسط باستخدام معادلات القيم الخام لبيانات الجدول الآتى والذى يمثل درجات مجموعة من الطلاب فى اختبار لسرعة الاداء الحركى :

٤٤	٤٢	٤٠	٣٨	٣٨
٢٢	٢٠	١٨	١٦	١٠
٣٧	٣٦	٣٥	٣٤	٣٢
٢٨	٢٧	٢٧	٢٦	٢٤
٣٠	٣٠	٢٩	٢٨	٣٠

٢- احسب التواء التوزيع السابق لبيانات اختبار سرعة الاداء الحركى .

٣- احسب المتوسط بالطريقة المختصرة لبيانات المجوعة الآتية من الافراد والتى تمثل درجاتهم على اختبار للقلق :

٥٢	٤٤	٣٨	٢١	٣١	٣٦
٢١	٦٢	٥١	٣٢	٢٢	٢٢
٢٨	٣١	١٦	٤٦	٢٨	٣١
١٦	١٥	١٢	١٧	١٤	١٤
٣١	٥٤	٣٤	٢٨	٥٢	٢٨

٤- احسب متوسط المتوسطات للمجموعات الخمس المتساوية من الاطفال واللذين يبلغ حجم كل مجموعة منهم ٢٧ واللذين كانت متوسطاتهم على اختبار للقراءة كالآتى :

٢٢ر٤ ، ٢٧ر٣ ، ١٨ر٦ ، ٢١ر٠٤ ، ١٩ر٨

٥- قارن بين طريقة حساب المتوسط بالطريقة المطولة والطريقة المختصرة من خلال المثال الآتى مع توضيح مقدار الوفر فى الوقت و العمليات الحسابية :

جدول درجات ٦٠ طالبا فى اختبار للقدرة المكانية

٢٦	٣١	٢٢	١٨	٢٤	٣٦
٤١	٢٢	٣١	٢٢	٤١	٣١
٣٤	١٥	٤٢	٣٥	٢٢	١٦
٤١	٣١	٣٣	٣٥	٤١	٢٤
٢٦	١٨	١٩	٣٨	٣٦	٣٢
٣٥	١٦	٢٧	٤١	١٩	٤١
٢٢	١٩	٢٤	٢٧	٢١	١٩
٣١	٤١	١٩	٢٢	٣٥	٣٢
١٦	٣٢	٣٢	٣٤	١٩	١٧
٢٣	١٨	٣٠	٣٩	٢٢	١٩

٦- حدد الفئة المنوالية واحسب المنوال ، وقارنه بالوسيط لبيانات الجدول السابق ثم استخرج من هذه البيانات المتوسط الحسابى ، وقارن قيمته بالقيمة المحسوبة فى التمرين السابق .

٧- طُبق اختبار القبول فى الكليات على مجموعة من ١٢ طالبا حصلوا فيه على الدرجات الآتية :

٤١٦ ، ٣٤١ ، ٤٩١ ، ٢١٩ ، ٣١٢ ، ٣٨٧ ، ٤٣٩ ، ٢٨٢ ، ٣٤٧ ، ٤٣٩ ، ٢٨١ ، ١٨٩ .

احسب متوسط هؤلاء الطلاب بحذف أو اضافة ثابت حسبما يقتضى الأمر ثم احسب المتوسط العام لهذه المجموعة ومعها المجموعات الاربع الآتى بيانها والخاصة بطلاب آخرين على الاختبار نفسه :

(ا) $م_{1} = ٣٢٢$ ، $ن_{1} = ٣٦$

(ب) $م_{2} = ٤١٢$ ، $ن_{2} = ٢٢$

(ج) $م_{3} = ٣٥٤$ ، $ن_{3} = ١٦$

(د) $م_{4} = ٣٢٢$ ، $ن_{4} = ٥٤$

الفصل السادس

التباين ومقاييسه

درسنا فى الفصل السابق مقاييس النزعة المركزية[١] والتى نقصد بها المقاييس التى توفر لنا استخدام تعبير احصائى واحد ، يشير إلى قيمة متوسطه تصف توزيع مجموعة من الدرجات أو القيم ، وعرفنا خلال دراستنا هذه انه توجد مقاييس متعددة للنزعة المركزية ، منها المتوسط والمنوال و الوسيط وان المتوسط يعد أهمها على الاطلاق نظرا لدقته ، ولضرورة تقديره بهدف استخدامه فى معالجات إحصائية تالية .

وبينما توفر لنا مقاييس النزعة المركزية تقديرا لقيمة وسطى تعبر عن المجموعة ، الا انها لاتوفر لنا فهما كاملا عن مدى تشتت قيم هذه المجموعة عن المتوسط ، لذا نحتاج بالإضافة إليها إلى تقدير آخر للتباين[٢] ، أو التشتت ، الذى تتوزع فى مداه مجموعة الدرجات ، وعلينا الآن أن نناقش هذا المفهوم : التباين أو التشتت[٣] ، والمقاييس التى تعبر عنه .

١ - المدى المطلق :

لنبدأ اولا بافتراض اننا اخترنا مجموعتين صغيرتين من الاطفال باختبار للمفردات وكانت درجات المجموعة الاولى كالآتى :

١٤ ، ١١ ، ٩ ، ١٠ ، ٨ ، ١٠ ، ١٤ ، ١٥ ، ٨ ، ١١ ، ومتوسطها ١١ ، بينما كانت درجات المجموعة الثانية كالتالى :

٢ ، ٤ ، ٣ ، ١ ، ٤ ، ٣٠ ، ١٢ ، ٢٨ ، ٣ ، ٢٣ ومتوسطها ١١ أيضا .

---

(١) Central Tendency

(٢) Dispersion

(٣) Variability

يتضح هنا أن المقارنة بين المجموعتين بحكم متوسطيهما ستكون مضللة ، فالمتوسطان متساويان (١١ فى الحالتين) غير أن مدى الدرجات فى المجموعة الأولى من الاطفال يتراوح بين ٨ ، ١٥ (أى أن المدى = ١٥-٨ +١=٨) بينما المدى الخاص بالمجموعة الثانية يتراوح بين ١ ، ٣٠ (أى أن المدى = ٣٠-١ +١ = ٣٠) ويعنى هذا اننا نتعامل فى حقيقة الامر مع مجموعتين غير متشابهتين رغم أن لهما نفس المتوسط ، ولهذا السبب يعد استخدام المتوسط وحدة كمقياس احصائى لوصف مجموعة من الدرجات ، أو المقارنة بين مجموعتين من الدرجات مصدر خطورة وعدم دقة .

فاذا استفدنا من هذه المعلومة الجديدة عن خصائص هاتين المجموعتين من الأطفال فسيكون أقرب إلى الصواب أن نقول أن متوسط الاولى ١١ ومداها ٨ بينما متوسط الثانية ١١ ومداها ٣٠ .

ويعنى استخدام هذا المفهوم الوصفى الجديد (المدى) أن المجموعة الأولى مجموعة متجانسة[١] ، لدى الأطفال فيها قدرة لفظية متقاربة بحكم عدد ما يعرفه كل منهم من مفردات فجميعهم شديد القرب من المتوسط ، أما المجموعة الثانية فغير متجانسة[٢] إذ أن الاطفال فيها متفاوتين فى قدرتهم تفاوتا كبيرا ، فالفرق أو المدى بين قدرة أضعفهم وقدرة اقواهم كبيرا ومتسعا للغاية . يقدم لنا "المدى" اذن مقياسا للتشتت ، مقياسا لاتساع المسافة التى تحتلها القيم ، فى مقابل مقياس المركز الذى يعبر عنه المتوسط ، غير أن المدى يبدو مناسبا لتوضيح مفهوم التباين أو التشتت اكثر من مناسبته لقياس هذا التباين أو التشتت ، إذا لو فحصنا حالة افتراضية اخرى فسنجد أن المدى مضلل أحيانا بما يجعله قليل القيمة ففى مجموعتين من الدرجات كالآتى :

(أ) ٢ ، ٤ ، ٣ ، ١ ، صفر ، ٣٠ ، ١٢ ، ٢٨ ، ٣ ، ٢٧

(ب) ٢ ، ٤ ، ٣ ، ١ ، صفر ، ٥ ، ٨ ، ٣ ، ٧ ، ٧١

---

(١) Homogeneous

(٢) Heterogeneous

نجد أن المجموعة الأولى مداها ٣١ بينما المجموعة الثانية مداها ٧٢ ومع ذلك فالمجموعة الثانية تبدو أكثر تجانسا لو استبعدنا القيمة الوحيدة المتطرفة فى المجموعة أى ال ٧١ .

نستخلص من هذا أن قيمة واحدة متطرفة سواء ارتفاعا أو انخفاضا تؤثر بشكل ظاهرى فى المدى ، وتؤدى إلى عدم وضوح خصائص توزيع الدرجات ، ورغم أنه يمكن استخدام المدى للأشارة إلى تشتت مجموعة من الدرجات إلا أن هذا الاستخدام محدود ، وهو ممكن إذا رغبنا فى تقديم مؤشر سريع للتباين ، وقد عرفنا من قبل اننا نبدأ عند وضع الجداول التكرارية بتحديد المدى لتقسيمه إلى الفئات ولهذا فان امكانات المدى فى المقارنة بين مجموعتين انما يقتصر على الحالات التى تكون فيها المجموعتين متماثلين فى عدد الحالات بحيث يُبرز لنا المدى إذا ما كانت هناك حالات شديدة التطرف فى مجموعة دون الاخرى أم لا ، أما فى المقارنات العلمية الاكثر دقة فلا يمكننا الاعتماد عليه ويتطلب الامر البحث عن مقياس آخر.

ب - نصف المدى الربيعى[1] :

ظهر لنا أن مشكلة المدى المطلق هى احتمال وجود قيم شديدة التطرف صغرا أو كبرا فأذا أردنا تجنب هذه المشكلة فيمكننا التفكير فى طريقة نستبعد بها هذه القيم المتطرفة لنحصل على تقدير اكثر دقة للتشتت يستبعد هذه الحالات الشاذة ، وهذا مافكر فيه الاحصائيون بالفعل وانتهوا إلى امكان وضع مقياس جديد للتشتت نستبعد فيه الربعين المتطرفين فى أى مجموعة مرتبة من القيم أى أصغر ربع وأكبر ربع من هذه القيم وهما الربعان اللذان يمكن أن توجد بهما الحالات المتطرفة فى الصغر أو الكبر لنقتصر على النصف الأوسط فقط من القيم ونحسب المدى الذى تتراوح بينه هذه المجموعة المتوسطة ثم نحسب نصف هذا المدى ويطلق على هذا المقياس الجديد " نصف المدى الربيعى ".

وقد عرفنا عند دراسة التوزيعات التكرارية فى الفصل الرابع إننا نستطيع حساب الوسيط من التكرار المتجمع الصاعد ، باعتباره النقطة التى تنقسم عندها

---

(١) Semi-Interquartile Range

مجموعة الدرجات إلى نصفين يزيد عنها ٥٠٪ من الدرجات ويقل عنها ٥٠٪ ، وعلى امتداد التكرار المتجمع الصاعد (وكذلك المنحنى المتجمع الصاعد الممثل له) نستطيع أن نجد نقطتين اخريتين نستخدمها فى حساب نصف المدى الربيعى :

النقطة الاولى : هى الربيع الأدنى(١) وهو النقطة التى تحجز تحتها ربع أفراد المجموعة (أو ٢٥٪ منهم) فاذا بدأنا من أعلى الجدول التكرارى المتجمع الصاعد وقمنا بعد القيم فى الفئات المختلفة حتى وصلنا إلى القيمة التى يقل عنها ربع أفراد المجموعة فان هذه القيمة تمثل الربيع الأدنى والذى نشير اليه رمزيا بالرمز الآتى ($ر_١$) .

النقطة الثانية : هى الربيع الأعلى(٢) وهى النقطة التى يوجد أعلاها ربع افراد المجموعة (ويقل عنها ٧٥٪ من افراد المجموعه) ونشير اليها رمزيا بالرمز الآتى : ($ر_٣$) وبين هاتين النقطتين سنجد ٥٠٪ من الحالات وسنجد نقطة مماثلة عند المتنصف هى الوسيط فاذا اعتبرنا الربيع الأدنى هو الربيع الأول فان الوسيط هو الربيع الثانى والربيع الأعلى هو الربيع الثالث وبذلك تنقسم أية مجموعة من الدرجات إلى أربعة أرباع والنقطة الفاصلة بين كل ربع وآخر هى الربيع فيكون المجموع ثلاثة ربيعات .

ويحسب نصف المدى الربيعى بالمعادلة الآتية :

$$ب = \frac{ر_٣ - ر_١}{٢} \qquad (١ : ٦)$$

حيث ب = نصف المدى الربيعى

$ر_٣$ ، $ر_١$ = الربيع الأعلى ، الربيع الأدنى على الترتيب

ويوضح المثال التالى طريقة حساب نصف المدى الربيعى من الجدول التكرارى المتجمع الصاعد رقم (١ : ٦) :

---

(١) Q_1 (٢) Q_3

جدول رقم (١ : ٦)

خطوات حساب نصف المدى الربيعي من جدول التكرارت المتجمع الصاعد

ف	ك	$ك_م$
٤٩	١	١
٥٩	١	٢
٦٩	١	٣
٧٩	٢	٥
٨٩	٨	١٣
٩٩	٣٢	٤٥
١٠٩	٣٥	٨٠
١١٩	٣٨	١١٨
١٢٩	٢٨	١٤٦
١٣٩	٨	١٥٤
١٤٩	٣	١٥٧
١٥٩	٢	١٥٩
١٦٩	١	١٦٠

بما أن ن = ١٦٠ فإن الربيع الأدنى = $\frac{ن}{٤} = \frac{١٦٠}{٤} = ٤٠$

ويساوى الربيع الأعلى $\frac{ن}{٤} \times ٣ = \frac{١٦٠}{٤} \times ٣ = ١٢٠$

فإذا بدأنا من أعلى الجدول بفحص العمود الثالث الذى يمثل التكرار المتجمع فسنجد أن هناك ١٣ تكرارا حتى نهاية الفئة ٨٠ - ٨٩ فاذا ارتفعنا إلى الفئة التالية لها فسنجد أن عدد التكرارات يبلغ ٤٥ و لكننا نحتاج إلى ٤٠ تكراراً فقط وبما أن تكرارات هذه الفئة وحدها عددها ٣٢* تكرارا مشتتة على مدى الفئة

(*) انظر العمود الثانى من الجدول .

٩٠-٩٩ بالتساوى حسب فروضنا السابقة فان الربيع الأدنى سيكون بداية الفئة*

+ $\frac{٢٧}{٣٢}$ من تكرارت هذه الفئه. ولان البداية الحقيقية لهذه الفئة هى ٨٩٫٥ ،

اذن فالربيع الأدنى = ٨٩٫٥ + $\frac{٢٧}{٣٢}$ من طول الفئة (البالغ ١٠) أى يساوى =

٨٩٫٥ + $\frac{٢٧}{٣٢}$ (١٠) = ٨٩٫٥ + ٨٫٤ = ٩٧٫٩ وبالمثل يساوى الربيع الأعلى

نهاية الفئة ١١٠ - ١١٩ أى ١١٩٫٥ + $\frac{٢}{٢٨}$ (١٠) حيث يبلغ مجموع التكرارات حتى نهاية الفئة ١١٩ عدد ١١٨ تكرارا ونحتاج لتكرارين من ٢٨ تكرارا فى الفئة ١٢٠ - ١٢٩ يتشتتون على امتداد طول الفئة البالغ ١٠ درجات.

وبذلك يكون الربيع الأعلى = ١١٩٫٥+ $\frac{٢}{٢٨}$ (١٠) = ١١٩٫٥ + ٠٫٧

= ١٢٠٫٢

ويكون نصف المدى الربيعى $\frac{ر٣ - ر١}{٢}$ = $\frac{١٢٠٫٢ - ٩٧٫٩}{٢}$ = ١١٫١٥

ويلاحظ أن خطوات تحديد الربيع الأدنى والربيع الأعلى هى نفسها خطوات تحديد المئين ٢٥ والمئين ٧٥ باستخدام المعادلة (٤:٢) .

ويستطيع القارئ الرجوع إلى هذه المعادلة فى الفصل الرابع لاستخدامها فى تحديد المئين ٢٥ ، ٧٥ و اللذين يساويان الربيع الأدنى والربيع الأعلى فى أى توزيع متجمع .

جـ - الانحراف المتوسط[١] :

الانحراف المتوسط مقياس آخر من مقاييس التشتت يتميز بأنه لا يضع فى اعتباره قيمتين من قيم التوزيع ، سواء القيمتين المتطرفتين كما نفعل فى المدى ،

(*) أى ٩٠

(١) Mean Deviation

أو القيمتين اللتين تحصران النصف الاوسط من المجموعة كما نفعل فى نصف المدى الربيعى ، بل يتميز الانحراف المتوسط بسمتين تعالجان عيوب المقياسين السابقين ، فهو لا يقوم على قيمتين فقط بل على كل القيم ، ومن ناحية اخرى لايستبعد الحالات المتطرفة ، أو يؤدى إلى نتيجة غير دقيقة لها ، بل يضعها فى اعتباره معالجا لها فى ضوء تقدير متوسط لمدى تشتتها عن القيمة المركزية .

ويعتمد هذا المقياس على فكرة الانحراف عن المتوسط ، وقد سبق أن ذكرنا فى أحد تعريفاتنا للمتوسط انه النقطة الوحيدة فى التوزيع التى يكون المجموع الجبرى لأنحراف القيم عنها صفرا ، معنى هذا إننا لانستطيع أن نحصل على متوسط لمجموع الانحرافات ، إذ أن الانحرافات السالبة ستساوى الانحرافات الموجبة وهو ما يوضحه الجدول الآتى رقم (٢ : ٦) .

جدول رقم (٢ : ٦)

المجموع الجبرى للانحراف عن المتوسط

س	ح
٦	١-
١	٦-
٩	٢+
٤	٣-
١٠	٣+
٨	١+
٦	١-
١٢	٥+
س = ٥٦	١١+
$\bar{س}$ = ٧	١١-
	صفر

غير أننا نستطيع أن نعالج هذه الحالة باجراء آخر يمكننا من الابتعاد عن المجموع الجبرى الصفرى القيمة هنا ، وهذا الاجراء هو إلغاء الاشارات (السالبة والموجبة) أو حساب انحراف كل قيمه عن المتوسط دون اعتبار لما إذا كان هذا الإنحراف موجبا أم سالبا ، من ذلك أن القيمة الأولى فى الجدول السابق وهى ١٢ تنحرف عن المتوسط ٧ بخمس درجات ولا يهم هنا إذا كان هذا الانحراف موجبا أم سالبا ، وبالمثل القيمة الثانية تنحرف درجة واحدة دون اعتبار للاشارة ، وهكذا نستطيع فى هذه الحالة أن نجمع الانحرافات ، وستكون النتيجة بعيدة عن الصفر ، وهى فى حالة الجدول (٢:٦) تساوى ٢٢ ، ومتوسط الانحرافات أى مجموعها على عدد القيم أى على ن = $\frac{٢٢}{٨}$ = ٢٫٧٥ ، حيث ن = ٨ .

وبهذا يكون الانحراف المتوسط عبارة عن : « متوسط الانحرافات المطلقة عن المتوسط » ويمكننا صياغته رمزيا فى المعادلة الآتية :

$$ح م = \frac{مجـ ح َ}{ن} \qquad (٢ : ٦)$$

حيث ح م = الانحراف المتوسط

ح َ = الانحراف المطلق

ن = عدد القيم

ورغم بساطة وسهولة هذا الاسلوب إلا انه اصبح قليل الاستخدام الآن ولايلجأ إليه الباحثون عادة فى معالجاتهم نتيجة لكونه مؤشر محدود وان كان مفيدا ، إلا أنه لايستخدم فى المعالجات الاحصائية التالية ، وقد حل الانحراف المعيارى بديلا أكثر كفاءة محل الانحراف المتوسط .

الانحراف المعيارى:

يعد الانحراف المعيارى افضل مقاييس التباين أو التشتت على الاطلاق فهو يتميز عن كل المقاييس التى عرضنا لها بانه يدخل فى اعتباره كل القيم سواء المتمركزة حول المتوسط أو المتطرفة ، ويدخل فى اعتباره مواضع القيم بالنسبة للمتوسط ، بحيث يسهل بمقارنة المتوسط بالانحراف المعيارى لأى توزيع ، التعرف على موقع تراكم الجزء الاكبر من الدرجات وبالتالى معرفة ما إذا كان التوزيع اعتداليا أو ملتويا وإن كان لهذه النقطة مقاييسها التى سنشير إليها بعد قليل ، يضاف إلى ذلك انه يعد خطوة هامة فى المعالجات الاحصائية التالية من ذلك حساب الارتباطات ، أو المقارنة بين المجموعات المختلفة.

طرق حساب الانحراف المعيارى[1] :

يعد الانحراف المعيارى - كما ذكرنا - وسيلة أفضل وأكثر دقة وأكثر دلالة فى الاشارة إلى التشتت أو التباين[2] الذى تتراوح بينه مجموعة معينة من الدرجات ، كما أنه يستخدم - مثله فى ذلك مثل المتوسط الحسابى - فى معالجات تالية للبيانات فى مراحل اكثر تعقدا ، والطريقة المباشرة لحساب الانحراف المعيارى تبدأ من حساب انحراف كل قيمة عن المتوسط . ولكننا لانحسب متوسط الانحراف كما سبق أن فعلنا إذ يتعين التذكير مرة أخرى إن متوسط هذه الانحرافات كان صفرا وسيظل صفرا فى اية حالة طالما حساباتنا صحيحة ، لأن مجموع الانحرافات السالبة يساوى مجموع الانحرافات الموجبة ، وللخروج من هذا المأزق نلجأ لحيلة رياضية للتخلص من هذا المتوسط الصفرى للانحرافات ، وتتلخص هذه الحيلة فى أن نقوم بتربيع كل انحراف (بضرب كل انحراف فى نفسه) اولا ثم نجمع مجموع المربعات ونقسمه على عدد الانحرافات (وهو نفسه عدد القيم لان لكل قيمة انحراف عن المتوسط) وبعد ذلك نعود لنستخرج الجذر التربيعى لمتوسط هذه الانحرافات اذن فالحيلة التى لجأنا اليها هى أن نبدأ بتربيع القيم ثم نعود لاستخراج الجذر التربيعى لما سبق أن ربعناه ، ونحن نعلم أن تربيع أى قيمة معناه ضربها فى نفسها

---

(1) Standard Deviation

(2) Variance

من ذلك أن مربع ٥ هو ٢٥ (٥ × ٥ = ٢٥) واعادة حساب الجذر التربيعى لـ ٢٥ يؤدى إلى العودة لـ ٥ حيث ($\sqrt{٢٥}$ = ٥) وتنجح هذه الطريقة غير المباشرة فى التربيع ثم حساب متوسط المربعات واعادة استخلاص الجذر التربيعى للقيمة فى التخلص من تأثير تعادل الاشارات السالبة والموجبة وعلى ذلك يكون الانحراف المعيارى عبارة عن الجذر التربيعى لمتوسط مجموع مربعات الانحرافات وتصاغ هذه العبارة رمزيا كالآتى :

$$ع = \sqrt{\frac{\sum ح^2}{ن}} \qquad (٣ : ٦)$$

حيث ع = الانحراف المعيارى

ح = الانحراف عن المتوسط

ن = عدد القيم

فاذا طبقنا هذه المعادلة على مثال قطع الحلوى الذى تناولناه عند حديثنا عن المتوسط والانحرافات عن هذا المتوسط فى الفصل الخامس فسنجد الآتى :

س	ح	ح^٢
٧	-١	١
٥	-٣	٩
٨	صفر	صفر
٩	+١	١
١١	+٣	٩
$\sum$ س = ٤٠	صفر	٢٠

$$ع = \sqrt{\frac{\sum ح^2}{ن}} = \sqrt{\frac{٢٠}{٥}} = \sqrt{٤} = ٢$$

إذن هذه المجموعة من القيم متوسطها ٨ وانحرافها المعيارى ٢ ولأن هذا الانحراف المعيارى يشير لتشتت النسبة الكبرى من القيم ارتفاعا وانخفاضا عن المتوسط فاننا نعتبره مقياسا للانحراف الأعلى والأدنى عن المتوسط ، وعادة ما نستخدم هذا التعبير الاصطلاحى فى الاشارة إليه م = ٨ ± ٢ أى أن المتوسط فى مثالنا ٨ وانحرافه المعيارى +،- عن هذا المتوسط بـ ٢ .

طرق حساب الانحراف المعيارى من البيانات الخام :

تتعدد طرق حساب الانحراف المعيارى ولكل طريقة منها مزايا معينة تتفوق بها على غيرها وتعتمد هذه المزايا على الموقف الذى تستخدم فيه هذه الطريقة أو تلك وطبيعة البيانات التى تحلل .

ا - حساب الانحراف المعيارى لبيانات غير المصنفة فى فئات او موزعة فى جدول تكرارى :

نجد فى هذا الاسلوب طريقتين أحدهما مطولة والأخرى مختصرة ، وميزة الطريقة المطولة تظهر بوضوح فى حالة المجموعات الصغيرة من القيم ، أما إذا كانت مجموعة القيم كبيرة فإن كمية العمل تتزايد وتصبح مستهلكة للوقت ، ولاتساوى الفروق الضئيلة فى الدقة التى نفتقدها فى الطريقة المختصرة .

١- الطريقة المطولة :

وفى هذه الطريقة نحسب المتوسط اولا ، ثم نحسب انحرافات كل قيمة عن المتوسط والتباين والانحراف المعيارى وذلك وفقا للخطوات الآتية المطبقة على بيانات الجدول الآتى رقم (٣ : ٦) والذى يبين العمود الاول فيه . القيم أو الدرجات ويبين العمود الثانى الانحراف عن المتوسط ويبين العمود الثالث مربع الانحرافات .

(*) التباين هو مربع الانحراف المعيارى ، وحتى الآن يصبح $\frac{\sum ح^{٢}}{ن}$ أى بدون حساب جذر هذه القيمة .

جدول رقم (٣-٦)
خطوات حساب المتوسط والتباين
والإنحراف المعيارى بالطريقة المطولة

(١) س	(٢) ح	(٣) $ح^2$
٦٥	١٣	١٦٩
٣٠	٢٢-	٤٨٤
٥٢	صفر	صفر
٧١	١٩	٣٦١
٤٢	١٠-	١٠٠
= ٢٦٠	= صفر	١١١٤

١- المتوسط :

$$\text{م} = \frac{\sum \text{س}}{\text{ن}} = \frac{٢٦٠}{٥} = ٥٢$$

٢- التباين :

$$\text{ع}^2 = \frac{\sum \text{ح}^2}{\text{ن}} = \frac{١١١٤}{٥} = ٢٢٢,٨$$

٣- الانحراف المعيارى :

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{\sum \text{ح}^2}{\text{ن}}} = \sqrt{\frac{١١١٤}{٥}} = \sqrt{٢٢٢,٨} = ١٤,٩$$

٢- الطريقة المختصرة:

أما فى الطريقة المختصرة فنستخدم معادلة اخرى للانحراف المعيارى ، تجنبنا حساب انحرافات كل قيمة عن المتوسط ، وميزة هذه الطريقة تبرز فى حالة ما إذا كانت القيم كثيرة وكان المتوسط يتضمن أرقاما عشرية ، حيث يمثل ذلك صعوبة تتمثل فى أن كل الانحرافات ستتضمن كسورا عشرية ، وهو مايؤدى إلى الوقوع فى الخطأ بسهولة عند حساب الانحرافات ، مع صعوبة تربيعها وتقريب النتيجة ، ثم جمع المربعات ، لهذا يفضل استخدام هذه المعادلة فى الطريقة المختصرة .

$$ع = \sqrt{\frac{\sum س^{٢}}{ن} - \bar{س}^{٢}} \qquad (٤ : ٦)$$

حيث ع = الانحراف المعيارى

$س^{٢}$ = مربع القيمة

$\bar{س}^{٢}$ = مربع المتوسط

ن = عدد القيم

أى أننا نقوم فى هذه الحالة بتربيع كل قيمة على حدة دون حساب انحرافها عن المتوسط ، وكما نجمع القيم لحساب المتوسط نجمع أيضا مربعات القيم ، ثم نقوم بتربيع المتوسط ، ونقوم بقسمة مجموع مربعات القيم على عددها وأخيرا نطبق المعادلة .

وباستخدام هذه المعادلة لحساب المتوسط والانحراف المعيارى لدرجات ٥٠ طالباً فى اختيار غير لفظى للذكاء حسب الجدول (٤:٦) نحصل على النتيجة وفقا للخطوات المبينة كالآتى :

جدول رقم (٤ : ٦)
حساب المتوسط والانحراف المعيارى بالطريقة المختصرة

مسلسل (١)	س (٢)	س^{٢} (٣)	مسلسل (١)	س (٢)	س^{٢} (٣)
١	٦٥	٤٢٢٥	٢٦	٦٤	٤٠٩٦
٢	٣٠	٩٠٠	٢٧	٥٣	٢٨٠٩
٣	٥٢	٢٧٠٤	٢٨	٦٨	٤٦٢٤
٤	٧١	٥٠٤١	٢٩	٦٧	٤٤٨٩
٥	٤٢	١٧٦٤	٣٠	٥٢	٢٧٠٤
٦	٦٨	٤٦٢٤	٣١	٦٢	٣٨٤٤
٧	٣٦	١٢٩٦	٣٢	٥٢	٢٧٠٤
٨	٤٢	١٧٦٤	٣٣	٥٤	٢٩١٦
٩	٣٦	١٢٩٦	٣٤	٥١	٢٦٠١
١٠	٥٠	٢٥٠٠	٣٥	٥٣	٢٨٠٩
١١	٣٧	١٣٦٩	٣٦	٦٣	٣٩٦٩
١٢	٥١	٢٦٠١	٣٧	٦٠	٣٦٠٠
١٣	٥٩	٣٤٨١	٣٨	٤٥	٢٠٢٥
١٤	٣٦	١٢٩٦	٣٩	٤٧	٢٢٠٩
١٥	٤٦	٢١١٦	٤٠	٤٤	١٩٣٦
١٦	٥٦	٣١٣٦	٤١	٥٢	٢٧٠٤
١٧	٥٤	٢٩١٦	٤٢	٤٥	٢٠٢٥
١٨	٤٢	١٧٦٤	٤٣	٤٥	٢٠٢٥
١٩	١٩	٣٦١	٤٤	٥٠	٢٥٠٠
٢٠	٥٧	٣٢٤٩	٤٥	٤٨	٢٣٠٤
٢١	٥٦	٣١٣٦	٤٦	٤٩	٢٤٠١
٢٢	٥٥	٣٠٢٥	٤٧	٣٦	١٢٩٦
٢٣	٥٩	٣٤٨١	٤٨	٦١	٣٧٢١
٢٤	٦٥	٤٢٢٥	٤٩	٣١	٩٦١
٢٥	٣٩	١٥٢١	٥٠	٤٨	٢٣٠٤

$\sum$ س = ٢٥٢٣

م = $\frac{\sum \text{س}}{\text{ن}}$ = ٥٠,٤٦

$\sum$ س^{٢} = ١٣٣٣٦٧

م^{٢} = ٢٥٤٦,٢

بالتعويض فى المعادلة (٤ : ٦) نحصل على النتيجة الآتية :

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{\text{١٣٣٣٦٧}}{\text{٥٠}} - \left(\frac{\text{٢٥٥٦}}{\text{٥٠}}\right)^{\text{٢}}} \qquad \left(\text{لاحظ م} = \frac{\text{٢٥٥٦}}{\text{٥}} = \text{٥٠,٤٦}\right)$$

$$= \sqrt{\text{٢٦٦٧,٣٤} - (\text{٥٠,٤٦})^{\text{٢}}}$$

$$= \sqrt{\text{٢٦٦٧,٣٤} - \text{٢٥٤٦,٢}}$$

$$= \sqrt{\text{١٢١,١٤}}$$

$$= \text{١١,٠٠٦}$$

وتصلح الطريقة المختصرة لحساب المتوسط والانحراف المعيارى للبيانات غير المبوبة فى حالة توفر ماكينة حاسبة ، حيث يتم تربيع القيم مرة اخرى على التوالى وجمعها فى الوقت نفسه مما يسهل العمليات الحسابية .

ويلاحظ أن بعض المصادر الاحصائية تميل لاستخدام المعادلة الآتية للانحراف المعيارى :

$$\text{ع} = \frac{\sum \text{ح}^{\text{٢}}}{\text{ن} - \text{١}}$$ بدلا من المعادلة التى عرضنا لها رقم (٣ : ٦)

وهى $$\text{ع} = \frac{\sum \text{ح}^{\text{٢}}}{\text{ن}}$$ أى أن الفارق هنا هو أن مقام المعادلة أصبح ن - ١

وأستخدام ن-١ بدلا من ن فقط يؤدى فى حقيقة الامر إلى تصحيح قدر من الخطأ فى حساب الانحراف المعيارى للعينات ، فالعينة مهما كبر حجمها تظل متجانسة بالمقارنة بالمجتمع ، وبالتالى يؤدى استخدام ن فقط إلى صغر حجم الانحراف المعيارى للعينة بلا مبرر وتصبح قيمته دائما أقل من قيمة الانحراف المعيارى للمجتمع ، والواقع أن هذا الفارق بين المعادلتين قد يكون مبررا نظريا كما قد يكون كبير الاهمية فى العينات الصغيرة منه فى العينات الكبيرة (Downie & Heath , 1974 , P.54)

ومع ذلك فيمكن بصفة عامة . وعلى سبيل التبسيط استخدام المعادلة التى يتم فيها القسمة على ن فقط دون خوف من الابتعاد كثيراعن الدقة .

حساب الانحراف المعيارى من البيانات المصنفة :

ذكرنا عند عرضنا لطرق حساب المتوسطات اننا نستطيع حساب المتوسط من الجداول التكرارية بأكثر من طريقة ، من ذلك الطريقة المطولة والطريقة المختصرة .

ولأننا عادة نستمر بعد حسابنا للمتوسط فى إجراء العمليات الإحصائية التالية عليه لأستخلاص قيمة الانحراف المعيارى لهذا المتوسط فسنستخدم هنا البيانات السابقة نفسها والتى عرضنا لها فى جدولى (٢، ٣:٥) لنوضح خطوات حساب الانحراف المعيارى بالطريقتين :

ا - الطريقة المطولة :

يمثل الجدول الآتى بأعمدته الأربعة الاولى بيانات ٥٠ طالبا اختبروا باختبار المصفوفات المتدرجة لقياس الذكاء وصنفت الدرجات فى فئات فى العمود الاول وتكرارات هذه الفئات فى العمود الثانى ومراكز الفئات فى العمود الثالث وحاصل ضرب مركز كل فئة فى تكرارها فى العمود الرابع وهى البيانات الأساسية التى استخدمناها فى حساب المتوسط .

ويُحسب الانحراف المعيارى باتباع الخطوات الآتية :

١- يضاف عمود جديد (عمود خامس) للجدول نطلق عليه (حَ) نضع فيه قيم انحراف مراكز الفئات عن المتوسط ، فمثلا القيمة الاولى فى هذا العمود (من أعلى) عبارة عن مركز هذه الفئة أى ٣٢ (طبقا للمبين فى العمود رقم ٣) مطروحا منه المتوسط الذى سبق أن قمنا بحسابه لبيانات هذا الجدول أى :

٣٢ - ٥١,٧ = - ١٩,٧ وانحراف الفئة التالية هو :

٣٧ - ٥١,٧ = ١٤,٧

ويلاحظ بالطبع أن حوالى نصف قيم هذا العمود سيكون بالسلب نتيجة لان مراكز بعض الفئات أكبر من المتوسط ، ومراكز البعض الاخر اصغر من المتوسط .

٢- يضاف عمود سادس نطلق عليه ك حَ نضع فيه حاصل ضرب الانحرافات (لكل صف من صفوف العمود الخامس) مضروبا فى التكرار المناظر له (من صفوف العمود ٢) مثال ذلك الفئة الاولى (من اعلى) انحرافها -١٩٫٧ وتكرارها ٢ فتكون القيمة المناظرة لها من العمود السادس ٣٩٫٤ (-١٩٫٧ × ٢) وفى الفئة التالية لها -٥٨٫٨ وهى ناتجة عن ضرب -١٤٫٧ × ٤ ، وهكذا .

جدول (٥:٦)

خطوات حساب الانحراف المعيارى بالطريقة المطولة

ف (١)	ك (٢)	م ف (٣)	م ف × ك (٤)	حَ (٥)	ك حَ (٦)	حَ٢ (٧)	ك حَ٢ (٨)
-٣٤	٢	٣٢	٦٤	-١٩,٧	-٣٩,٤	٣٨٨,٠٩	٧٧٦,١٨
-٣٩	٤	٣٧	١٤٨	-١٤,٧	-٥٨,٨	٢١٦,٠٩	٨٦٤,٣٦
-٤٤	٧	٤٢	٢٩٤	-٩,٧	-٦٧,٩	٩٤,٠٩	٦٥٨,٦٣
-٤٩	٧	٤٧	٣٢٩	-٤,٧	-٣٢,٩	٢٢,٠٩	١٥٤,٦٣
-٥٤	١١	٥٢	٥٧٢	٠,٣	٣,٣	٠,٠٩	٠,٩٩
-٥٩	٧	٥٧	٣٩٩	٥,٣	٣٧,١	٢٨,٠٩	١٩٦,٦٣
-٦٤	٦	٦٢	٣٧٢	١٠,٣	٦١,٨	١٠٦,٠٩	٦٣٦,٥٤
-٦٩	٥	٦٧	٣٣٥	١٥,٣	٧٦,٥	٢٣٤,٠٩	١١٧٠,٤٥
-٧٤	١	٧٢	٧٢	٢٠,٣	٢٠,٣	٤١٢,٠٩	٤١٢,٠٩
ن = ٥٠		Σ = ٢٥٨٥			Σ ك حَ = صفر		Σ = ٤٨٧٠,٠٥

٣- نقوم بحساب مربع انحرافات كل فئة ونرصد القيمة فى العمود السابع ونطلق عليه حَ٢ . مثال ذلك مربع انحرافات الفئة الاولى فى الجدول (من اعلى) هى -١٩٫٧ × -١٩٫٧ = ٣٨٨٫٠٩ والفئة التالية ١٤,٧ × ١٤٫٧= ٨٦٤,٣٦ وهكذا .

٤- نضرب مربع الانحرافات فى التكرارات ونضع الناتج فى العمود رقم ٨ ونطلق عليه ك حَ ٢ . مثال ذلك الفئة الاولى (من أعلى الجدول ٣٨٨,٠٩ × ٢ = ٧٧٦,١٨ والفئة الثانية ٢١٦,٠٩ × ٤ = ٨٦٤,٣٦ وهكذا .

٥- نجمع قيم العمود الاخير (رقم ٨) ونضع المجموع أسفله .

٦- يحسب الانحراف المعيارى بقسمة مجموع مربعات الانحرافات المضروبة فى مراكز الفئات على التكرارات ثم نستخرج الجذر التربيعى . أى أن المعادلة الخاصة بالانحراف المعيارى هى الآتى :

$$ع = \sqrt{\frac{\sum ك حَ^{٢}}{ن}} \qquad (٦:٥)$$

حيث : ع = الانحراف المعيارى

حَ = انحراف مركز الفئة عن المتوسط

ك = تكرار الفئة

ن = مجموع القيم أو التكرارات

وبالتعويض فى هذه المعادلة من بيانات الجدول السابق نحصل على قيمة الانحراف المعيارى لمتوسط قيم هذا الجدول كالآتى :

$$ع = \sqrt{\frac{٤٨٧٠,٥}{٥٠}} = ٩,٨٧$$

ب - الطريقة المختصرة :

تتميز هذه الطريقة كما يبدو من اسمها بقلة العمليات الحسابية فيها وبساطة القيم وسرعة اجراءها ، والخطوات المطلوبة فيها تعد استكمالا لخطوات استخراج المتوسط وللحصول على الانحراف المعيارى نقوم بالآتى مستخدمين فى ذلك بيانات جدول (٦:٦) وهو صورة اخرى من الجدول (٦:٥) .

١- نضيف عمود جديد للجدول هو العمود رقم (٥) ويلاحظ أن الأعمدة الأساسية فى الجدول السابق والتى استخدمت لحساب المتوسط كانت اربعة فقط : الأول عمود الفئات والثانى عمود التكرارات ، والثالث عمود الانحرافات الفرضية ، والرابع عمود التكرارات (مأخوذة من عمود ٢) ومضروبة فى مربع الانحرافات الفرضية (مربع قيم العمود الثالث) .

مثال ذلك الفئة الاولى (من أعلى الجدول انحرافها الفرضى (-٤) ومربعها (١٦) مضروبا فى عدد تكراراتها (٢) فتكون القيمة ٣٢ والفئة التالية لها انحرافها الفرضى -٣ ومربعها ٩ مضروبة فى تكرارها (٤) فتساوى (٣٦) وهكذا.

جدول (٦:٦)

حساب الانحراف المعيارى للبيانات المصنفة بالطريقة المختصرة

ف (١)	ك (٢)	حَ (٣)	ك حَ (٤)	ك حَ ٢ (٥)
٣٤ -	٢	-٤	-٨	٣٢
٣٩ -	٤	-٣	-١٢	٣٦
٤٤ -	٧	-٢	-١٤	٢٨
٤٩ -	٧	-١	-٧	٧
٥٤ -	١١	صفر	صفر	صفر
٥٩ -	٧	١	٧	٧
٦٤ -	٦	٢	١٢	٢٤
٦٩ -	٥	٣	١٥	٤٥
٧٤ -	١	٤	٤	١٦
	Σ = ٥٠		+ ٣٨ - ٤١ ——— - ٣	Σ ١ = ١٩٥

يحسب الانحراف المعيارى بالمعادلة الآتية :

$$ع = \sqrt{ط^{٢} \left(\frac{\sum ك ح^{٢}}{ن} - ف^{٢} \right)} \qquad (٦ : ٦)$$

حيث ط = طول الفئة

ك ح ^{٢} = مربع الانحرافات فى التكرار

ن = عدد التكرارات

$$ف = \frac{\sum ك ح}{ن}$$

وقد سبق أن حسبنا قيمة ف عند حساب المتوسط وهى هنا كالآتى :

$$ف = \frac{-٣}{٥٠} = -٠٦,٠$$

وبالتعويض فى المعادلة نحصل على قيمة ع كالآتى :

$$ع = \sqrt{٢٥ \left(\frac{١٩٥}{٥٠} - ٠٠٣٦,٠ \right)}$$

$$= \sqrt{٢٥ (٣,٩ - ٠٠٣٦,٠)}$$

$$= \sqrt{٩٧,٤} = ٩,٨٧$$

وهى النتيجة التى خرجنا بها من الطريقة المطولة مع اختصار فى الوقت والعمليات الحسابية .

الانحراف المعيارى لعدد من العينات المختلفة :

عرفنا أن هناك حاجة قد تظهر وتتطلب منا حساب متوسط عام لعدد من العينات المختلفة ، وتظهر حاجة مماثلة لحساب الانحراف المعيارى لهذه المجموعة من العينات بهدف الحصول على انحراف معيارى عام لمجموعة كبيرة من العينات الفرعية بعد حساب متوسط عام لها .

ويحسب الانحراف المعيارى العام لمجموعتين أو اكثر باستخدام المعادلة الآتية :
(Downie & Heath , 1974 , P. 61)

$$ع_ك = \sqrt{\frac{ن_١ (\bar{س}_١^٢ + ع_١^٢) + ن_٢ (\bar{س}_٢^٢ + ع_٢^٢)}{ن_١ + ن_٢} - \bar{س}_ك^٢} \quad (٦:٧)$$

حيث : $ع_ك$ = الانحراف المعيارى للمجموعتين معا

$ن_١$ ، $ن_٢$ = عدد أفراد العينة فى المجموعتين الاولى والثانية

$\bar{س}_١$ ، $\bar{س}_٢$ = متوسط العينين الأولى والثانية

$س_ك$ = المتوسط العام للعينتين معا

$ع_١$ ، $ع_٢$ = الانحراف المعيارى للعينتين الأولى والثانية

فإذا كانت لدينا مجموعتين ١ ، ٢ وكانت بياناتهما كالآتى :

المجموعة (١)	المجموعة (٢)
$\bar{س}$ = ١٠	$\bar{س}$ = ١٢
ع = ٣	ع = ٤
ن = ٧٠	ن = ٣٠

واردنا حساب انحراف معيارى عام لهاتين المجموعتين معا ، فإننا نقوم بالخطوات الآتية:

١- نحسب المتوسط العام لهاتين المجموعتين أى $\bar{س}_ك$ (أى $م_ع$) وذلك وفقا للمعادلة (٥ : ٥) ويساوى

$$\bar{س}_ك = \frac{(١٠ \times ٧٠) + (١٢ \times ٣٠)}{٧٠ + ٣٠}$$

$$= ١٠,٦٠$$

٢- نعوض فى المعادلة رقم (٧ : ٦) للحصول على الانحراف المعيارى العام للمجموعتين كالآتى :

$$ع_ك = \sqrt{\frac{٧٠ (١٠٠ + ٩) + ٣٠ (١٤٤ + ١٦)}{٧٠ + ٣٠} - ١١٢,٣٦}$$

$$= \sqrt{\frac{٧٦٣٠ + ٤٨٠٠}{١٠٠} - ١١٢,٣٦}$$

$$= \sqrt{١٢٤,٣ - ١١٢,٣٦}$$

$$= ٣,٤٥$$

التبايـن :

التباين هو مربع الانحراف المعيارى ، ونستطيع أن نحسب تباين أية مجموعة من القيم عند حسابنا لمتوسطها وانحرافها المعيارى ، فقد لاحظنا أن الخطوة الأخيرة فى حسابنا للانحراف المعيارى من القيم الخام كانت استخراج الجذر التربيعى لمتوسط مجموع مربعات الانحرافات ، وفى حالة حسابنا للتباين نلغى هذه الخطوة الاخيرة ، أى خطوة استخلاص الجذر التربيعى ، ويكون التباين فى هذه الحالة عبارة من متوسط مجموع مربعات الانحرافات ، وتكون المعادلة الخاصة به هى الآتى :

$$ع^٢ = \frac{\sum ح^٢}{ن} \qquad (٨ : ٦)$$

حيث $ع^٢$ = التباين

ح = الانحراف عن المتوسط

ن = عدد القيم

ويعطينا التباين ($ع^٢$) تقديرا للمدى العريض الذى تتشتت فيه قيم توزيع معين* بينما يعطينا الانحراف المعيارى وحده تقدير معيارية لانحراف نسب معينة من مجموع الحالات عن المتوسط ، وسنعود لهذه النقطة عند دراستنا للمنحنى الاعتدالى وخواصه .

الانحراف المعيارى والمنحنى الاعتدالى :

يستخدم الانحراف المعيارى بصورة جيدة فى تفسير توزيع الدرجات فى المنحنى الاعتدالى ، فإذا كانت بياناتنا ، والتى قد تكون درجات مجموعة من الطلاب على اختبار للذكاء تأخذ الشكل الاعتدالى ، فإن حسابنا للمتوسط والانحراف المعيارى يساعدنا على تفسير كيف تتوزع درجات هؤلاء الطلاب . فالمتوسط يشير إلى متوسط القيم فى هذا التوزيع ، فإذا كان المتوسط يبلغ ١٠٥ وكان الانحراف المعيارى يبلغ ١٥ فعلا فإن ٣٤٫١٣٪ تقريبا من الافراد يحصلون على درجات بين المتوسط ، والمتوسط (+) انحراف معيارى ، أى بين ١٠٥ ، ١٢٠ وبالمثل يحصل ٣٤٫١٣٪ طالبا على درجات تتراوح بين ١٠٥ ، ٩٠ أى بين المتوسط و (-) انحراف معيارى واحد . معنى هذا أن المساحة تحت المنحنى الاعتدالى تقبل التقسيم بوحدات منتظمة تسمى الانحراف المعيارى وبينما يحصر الانحراف المعيارى الاول (+١ع) بينه وبين المتوسط ٣٤٫١٣٪ من الحالات ، فإن الانحراف المعيارى الثانى يحصر بينه وبين الانحراف المعيارى الأول ١٣٫٠٩٪ فقط من أفراد المجموعة . ويرجع انخفاض النسبة بين كل مسافة والمسافة التى تليها إلى الميل الذى يأخذه المنحنى من المتوسط حتى الأطراف . ويلاحظ أن نفس النسب من الأفراد توجد فى النصف الأيسر للمنحنى أى كلما انخفضنا مسافة تعادل انحرافا معياريا .

(*) يلاحظ أن تباين المجتمع $ع^٢$ يحسب بالطريقة نفسها التى يحسب بها تباين العينات مع اختلاف واحد فقط فى مقام المعادلة بحيث يصبح (ن - ١) بلاد من ن فتصبح المعادلة كالآتى :

$ع^٢ = \frac{\sum ح^٢}{ن - ١}$ وهو تعديل تحكمه قوانين الاحتمالات ودرجات الحرية واتساع تباين المجتمع .

فإذا كان الانحراف المعيارى الأول الموجب يحجز بينه وبين المتوسط ١٣ ، ٣٤٪ من الحالات والانحراف المعيارى الأول السالب يحجز نفس النسبة فإن النسبة الواقعة بين ± ١ ع (أى بين المتوسط ± ١ ع) = ٦٨،٢٦٪ ، فإذا تحركنا يسارا ويمينا بمقدار وحدة انحرافية أخرى فسنحصل على نسبة ٩٥،٤٤٪ من القيم (٦٨،٢٦٪ + ٢٧،١٨٪) وإذا تحركنا انحرافاً معيارياً ثالثاً فسنحصل على نسبة ٩٩،٧٤٪ من الحالات . وبذلك يمكننا تقدير تشتت كل الدرجات تحت المنحنى الاعتدالى وموقع كل نسبة منها بعداً أو قرباً عن المتوسط .

والواقع أن أى مدى لأى مجموعة من القيم أو الدرجات ينحصر دائما على امتداد ستة انحرافات معيارية ثلاثة موجبة وثلاثة سالبة . غير أن هذا لايحدث غالبا فى الممارسة العملية ويعتمد فى حقيقة الأمر على حجم العينة (ن) فكلما صغرت قيمة ن كلما قلت عدد الانحرافات المعيارية التى يمتد بها المحور السينى للمنحنى ، وكلما كبرت قيمة ن كلما زاد عدد الانحرافات المعيارية التى يمتد بها المحور السينى للمنحنى فى الاتجاهين السالب والموجب وهى الظاهرة التى تجعلنا نشك فى اعتدالية التوزيع فى العينات الصغيرة ، ويوضح الجدول الآتى رقم (٦:٧) عدد الانحرافات المعيارية على امتداد المحور السينى فى منحنيات ذات أعداد مختلفة من القيم (Op. Cit, P. 60) .

جدول رقم (٦:٧)

عدد الانحرافات المعيارية على امتداد المنحنى فى حالة اختلاف قيمة (ن)

ن	عدد الانحرافات المعيارية
٥	٣،٠
١٠	٣،١
٢٥	٣،٩
٣٠	٤،١
٥٠	٤،٥
١٠٠	٥،٠
٥٠٠	٦،١
١٠٠٠	٦،٥

حساب الالتواء والتفرطح للتوزيعات المختلفة :

أحيانا مايجد الباحث أن عددا من التوزيعات الإحصائية لعينات معينة غير اعتدالية ، وهناك معالجات خاصة وأساليب إحصائية معينة لمثل هذه التوزيعات ، ويتطلب الأمر فى هذه الحالة الإجابة على ما إذا كان التوزيع ملتويا أم لا ، أو مفرطحا أم لا؟ وقد لاحظنا منذ قليل مدى تأثير الإلتواء على موضع المتوسط وبقية مقاييس النزعة المركزية وكذلك مقاييس التشتت ، كما أشرنا لذلك عند حديثنا عن الانحراف المعيارى . وحتى يستطيع الباحث التعرف على خصائص التوزيع يمكنه القيام بحساب الالتواء أو التفرطح والحصول على تقدير لأيهما كالآتى:

١ - **حساب الالتواء**[١] : يحسب التواء التوزيع باعتباره نسبة متوسط مكعب الانحرافات إلى مكعب الانحراف المعيارى لنفس التوزيع . معنى هذا أن نقوم بحساب انحراف كل قيمة عن المتوسط ثم نقوم بتكعيبها (أى إذا كان الانحراف ٢ فان مكعبه هو ٢×٢×٢=٨) ثم نجمع مكعبات الانحرافات ونحصل على متوسطها بقسمتها على ن (أو عدد القيم) ثم نحصل على الانحراف المعيارى لقيم التوزيع ونقوم بتكعيبه (أى $ع^{٣}$) ثم نحسب نسبة مكعبات الانحرافات إلى مكعب الانحراف المعيارى والتى تساوى درجة التواء التوزيع . وتلخص المعادلة الآتية رقم (٩:٦) هذه الخطوات .

$$ل = \frac{ح^{٣*}}{ع^{٣}} \qquad (٩:٦)$$

حيث ل = درجة الالتواء

$ح^{٣}$ = متوسط مكعبات الانحرافات

ع = الانحراف المعيارى

---

(١) Skewness

(*) وتحسب $ح^{٣}$ هنا كالآتى $\frac{\sum (س - \bar{س})^{٣}}{ن}$

وقد سبق أن عرفنا طريقة حساب الانحراف المعيارى باستخدام أى من المعادلات (٣، ٤، ٥، ٦:٦) ويبين الجدول الآتى رقم (٦:٨) خطوات حساب الالتواء لتوزيع درجات ٢١ طالبا فى اختبار المتشابهات من مقياس وكسلر للذكاء.

جدول رقم (٦:٨)

خطوات حساب الالتواء فى توزيع درجات ١٢ طالبا على اختبار المتشابهات

س	ح	ح٢	ح٣	ح٤
١	-٩	٨١	-٧٢٩	٦٥٦١
١	-٩	٨١	-٧٢٩	٦٥٦١
٢	-٨	٦٤	-٥١٢	٤٠٩٦
٢	-٨	٦٤	-٥١٢	٤٠٩٦
٤	-٦	٣٦	-٢١٦	١٢٩٦١
١٢	+٢	٤	٨	٦
١٤	+٤	١٦	٦٤	٢٥٦
١٤	+٤	١٦	٦٤	٢٥٦
١٦	+٦	٣٦	٢١٦	١٢٩٦
١٨	+٨	٦٤	٥١٢	٤٠٩٦
٢٠	+١٠	١٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠٠
∑ = ١٢٠	صفر	٥٩٨	+ ٢٠٨٠ - ٢٦٩٨ - ٦١٨	٣٩٨٢٦

وحيث ∑ س = ١٢٠

م = ١٠

$$ع = ٧,٠٦$$

$$ع^{٣} = ٣٥١,٩$$

$$ح^{٣} = \frac{-٦١٨}{١٢} = -٥١,٥$$

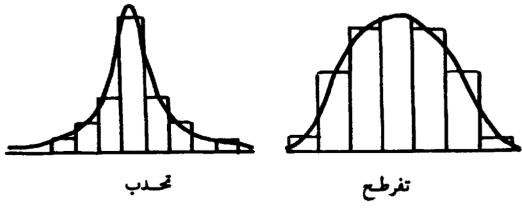
$$ل = \frac{-٥١,٥}{٣٥١,٩} = -,١٤٦$$

ب - حساب التفرطح[١] :

عرفنا من قبل أن هناك توزيعات لدرجات معينة تكون مفرطحة وقد يأخذ هذا التفرطح شكلا محدبا له متوسط ضيق مع تركيز كبير للدرجات فى ذيلى التوزيع أو شكلا منبعجا يكون فيه التركيز الاكبر للدرجات حول المتوسط فى الجزء المتوالى من التوزيع وحيث تكون له قمة مسطحة إلى حد ما وذيل قصير وهو ما يبينه الشكل رقم (١:٦) .

شكل رقم (١:٦)

يبين حالتى التفرطح المحدبة والمنبعجة



ويحسب تفرطح التوزيع بحساب الأس الرابع للانحرافات عن متوسط التوزيع بالنسبة للأس الرابع للانحراف المعيارى -٣ وفقا للمعادلة الآتية :
(Lewis, 1960, P. 204)

---

(١) Kurtosis

$$ت = \frac{م ح^{٤}}{ع^{٤}} - ٣ \qquad (١٠ : ٦)$$

حيث ت = درجة التفرطح

م $ح^{٤}$ = متوسط القوة الرابعة للانحرافات

ع = الانحراف المعيارى

٣ = ثابت

فإذا عوضنا فى هذه المعادلة من بيانات جدول (٨ : ٦) مستخدمين العمود الأخير $ح^{٤}$ وحيث مجموعه = ٣٩٨٢٥,٦ فسنحصل على النتيجة الآتية :

$ع^{٤}$ = ٢٤٨٤,٤

م $ح^{٤}$ = ٣٣١٨,٨

$$ت = \frac{٣٣١٨,٨}{٢٤٨٤,٤} - ٣ = - ١,٦٦$$

تمارين على الفصل السادس

١- شك باحث حصل على درجات ٤٨ مفحوصا على اختبار للقدرة الميكانيكية فى اعتدال التوزيع الخاص بهذه المجموعة من الافراد . والمطلوب حساب التواء وتفرطح هذا التوزيع :

٨٢	٥٢	٣٤	٥٩	٥٧	٤٣	٢١	٣١
٤٣	٦٥	٥١	٤١	٦١	٥٢	٢٤	٢٩
٦٤	٨٣	٣٤	٣٢	٣٥	٣١	٣٦	٧٧
٨٧	٤١	٣٢	١٧	٢٤	٤٦	٤٧	٦٢
٦٨	٢٢	٢١	٦٨	٦٧	٢١	٥١	٥٢
٣١	٣٧	١٨	٧٥	٤٨	٥٨	٣٨	٦٤

٢- حصل أحد الباحثون على منوال ومتوسط درجات ٤٠ طالبا فى اختبار ادراكى وكانا كالآتى على الترتيب ٦٨ ، ٢٥,٦ المطلوب حساب الوسيط .

٣- احسب الانحراف المعيارى لبيانات الجدول فى التمرين رقم (١) من الدرجات الخام، ومن التوزيع التكرارى واذكر إذا ما كان يوجد فرق فى النتيجة بين الطريقتين أم لا .

٤- اذكر أهم خصائص الانحراف المعيارى مقارنا بينه وبين بقية مقاييس التشتت.

٥- ناقش أهمية تقدير التباين بالنسبة لاية مجموعة من الدرجات وعلاقته بالمتوسط .

٦- إحسب المتوسط العام للمجموعات الآتية من التلاميذ الذين اختبروا باختبار لمرونة التفكير

	ا	ب	جـ	د
م	١٢	٨	٩	١١
ن	١٦	٣٥	٨٢	١٩

٧- أحسب المتوسط العام والانحراف المعيارى العام للمجموعات الفرعية الآتية من الافراد وفيما يلى بيانات كل عينة منهم فى اختبار لسرعة الادراك :

	ا	ب	جـ	د	هـ	و
م	١٢	٨	٧	٦	٤	١٠
ن	٢٠	٢٥	٤٠	٥٠	١٠	٤٠
ع	٤	٦	٢	٢	٣	٢

٨- اختبرت عينة من ٤٨ تلميذا باختبار للقدرة الحسابية وحصلوا على الدرجات التى يوضحها الجدول الآتى ، والمطلوب تصنيف هذه الدرجات فى جدول تكرارى وحساب المتوسط والانحراف المعيارى بالطريقتين المطولة والمختصرة ثم اختبار التواء التوزيع ، مع توضيح المعادلات المستخدمة .

١٤	١٢	١٤	٣٦	١٧	١٢
١٨	١٠	١٩	١٥	١٠	٤٦
٢٢	٣٧	١٢	١٢	١١	٤١
١٩	٩	١١	٣١	١٥	١٢
٤١	٢٥	١٠	٢٨	٢١	١٨
٥٣	١٤	١٥	٢٦	٣٤	١٧
٤٤	١٣	١١	١٠	٢٢	٢٣
١٦	٨	٢٤	١٥	١٩	١٥

الفصل السابع

المنحنى الاعتدالى

والدرجات المعيارية المختلفة

تكررت الاشارة أكثر من مرة خلال السياق ، على امتداد الفصول السابقة إلى المنحنى الاعتدالى ، ومواضع مقاييس النزعة المركزية عليه ، وانه الحالة الوحيدة من بين اشكال المنحنيات المختلفة التى تتطابق فيها هذه المقاييس فى نقطة واحدة، كما ذكرنا أيضا أن هناك مقولة احصائية عامة ترى أن الظواهر المختلفة النفسية وغير النفسية تتوزع وفقا لخصائص المنحنى الاعتدالى ، وتصدق هذه المقولة باعتبارها نتيجة مباشرة " لقانون الخطأ " ، والذى استنبط أصلا من ملاحظة الأخطاء وغط تشتتها (مثال ذلك أخطاء إصابة الهدف عند التصويب عليه فى لوحة) وقد تبين أن التعميمات الآتية تنطبق على مدى واسع من الحالات مهما اتسع ما بينهما من اختلاف .

١- الأخطاء الصغيرة الحجم أكثر تكرارا من الأخطاء كبيرة الحجم .

٢- الأخطاء السلبية متكررة بنفس تكرار الأخطاء الموجبة .

٣- تقل الأخطاء تدريجيا كلما كبر حجمها .

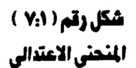
٤- لا تظهر الأخطاء الكبيرة اطلاقا أو غالبا ما لا تظهر .

وتمثل هذه التعميمات الصياغة اللفظية لتعريف الخصائص الأساسية لقانون الخطاء بطريقة دقيقة بواسطة معادلة المنحنى الاعتدالى ، كما أن المنحنى الاعتدالى عبارة عن التمثيل البيانى لهذا القانون (Lewis , 1960, P. 204)

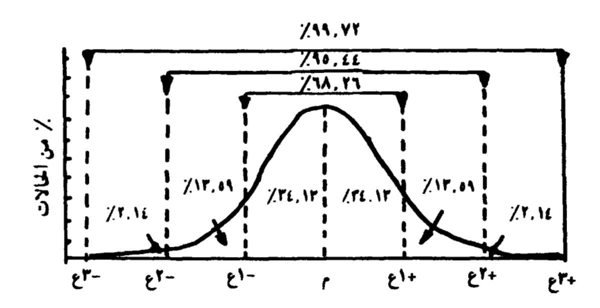
ويبدو من الضرورى الآن أن نتعرف على وصف تفصيلى لهذا المنحنى وخصائصه ، والتطبيقات الاحصائية التى تقوم على خصائص التوزيع الاعتدالى .

خصائص التوزيع الاعتدالي:

كما ذكرنا في المقدمة فإن المنحنى الاعتدالي يحمل أكثر من أسم ، وينسب لأكثر من شخص ، وله عدد من الخصائص الهامة . ويطلق عليه أحيانا أسم منحنى الخطأ،[١] والمنحنى ذو الشكل الجرسي[٢] ، والمنحنى الجوزي[٣] ، ومنحنى لابلاس-جوز[٤] ، ومنحنى دي مويفر[٥].



شكل رقم (٧:١)
المنحنى الاعتدالي



والمنحنى الاعتدالي (شكل ١:٧) منحنى متماثل[٦] ، أي أن إسقاط خط من منتصف قمته إلى قاعدته يقسمه إلى نصفين متماثلين تماما .

وأعلى نقطة (احداثية) فيه هي المتوسط ، وأية أحداثية أو نقطة أخرى ستكون أقصر من المتوسط أيا كان موضعها في نصفي المنحنى المتماثلين ، والمنحنى الاعتدالي منحنى مقارب[٧] أي انه يُفترض نظريا أن ذيليه يقتربان

---

(١) Curve of Error
(٢) Bell-Shaped Curve
(٣) Gaussian Curve
(٤) La Place-Gausse Curve
(٥) De Moivr's Curve
(٦) Symmetrical
(٧) Asymptotic

تدريجيا من المحور الافقى (القاعدة) مقاربين لهذا المحور فى كلا الاتجاهين إلى مالا نهاية دون أن يلمسا القاعدة أبدا . الا أننا نجد فى الممارسة العملية أن ثلاثة انحرافات معيارية عن المتوسط فى كل جانب (ثلاثة انحرافات موجبة ، وثلاثة انحرافات سالبة) ستشمل فى الواقع كل الحالات ولكن أيضا دون تلامس بين حافتى المنحنى والمحور السينى أو الافقى . ودرجة التواء المنحنى الاعتدالى صفر ، وهو مايرجع بالطبع إلى تماثله ، كما أن قمته غير مدببة وغير مستوية بل منحنية[1] .

وفى ضوء الفرض النظرى المقبول على نطاق واسع بين الاحصائيون وعلماء النفس ، منذ التعبير عن أخطاء الملاحظة التى قدمها بازل عند صياغته للمعادلة الشخصية ، نفترض أن الظواهر المختلفة تأخذ شكل التوزيع الاعتدالى ، وهذا صحيح بالنسبة لأغلب الظواهر ، وإن كنا لانجد تطابقا تاما بين توزيع تكرارات أية ظاهرة وبين المنحنى الاعتدالى ، ولكن بقدر بعد توزيع تكرارات أية ظاهرة عن خصائص هذا التوزيع الاعتدالى بقدر تكرار الأخطاء المختلفة فى ملاحظتنا . ولا يعد المنحنى الاعتدالى هاما لأنه - يعبر فقط عن توزيع الظواهر بهذه الصورة المنتظمة ، ولكن لأن الكثير من المعالجات والمقاييس الاحصائية تقوم على افتراض هذا التوزيع الاعتدالى للظواهر ، وتظهر اهمية المنحنى الاعتدالى فى أحصاء العينات على وجه الخصوص .(Downie & Heath , 1974 , P. 27)

إذا فحصنا الشكل (٧:١) فسنتبين أن المنحنى يحتجز تحته مساحة معينة تساوى بالنسبة لأية عينة من العينات المسحوبة من المجتمع كل مفردات هذه العينة وهذه المساحة يمكن تقسيمها إلى عدد من الوحدات المعيارية ، فإذا اسقطنا خط من قمة المنحنى إلى قاعدته فسيمثل هذا الخط متوسط القيم التى يحتجزها المنحنى اسفله ، ولأننا ذكرنا أن خط الوسط أو المتوسط هذا يقسم المنحنى إلى نصفين متماثلين فيمكننا أن نجد تطابقا بين عدد الوحدات القياسية على يمين خط المتوسط وعدد الوحدات على يساره ، وهذه الوحدات القياسية التى تحدد المساحات تحت المنحنى هى الانحرافات المعيارية ، فكما عرفنا من قبل أننا نستطيع حساب

---

(١) Mesokrtic

المتوسط والانحراف المعيارى لأية مجموعة من القيم ، فإذا كانت لدينا مجموعة درجات تخص ١٠٠ طالب وكانت هذه المجموعة موزعة توزيعا اعتداليا تاما ، وهو ما سنفترضه هنا لإيضاح خصائص المنحنى الاعتدالى . وإذا كان متوسط هذه الدرجات (ولتكن درجات عينة من الطلاب فى اختبار المرونة الفكرية مثلا) ١٤ والانحراف المعيارى ٣ . فاننا نستطيع أن نضع ١٤ تحت خط المتوسط فإذا تحركنا يمينا بعد المتوسط بوحدة انحرافية معيارية واحدة (وهذه الوحدة الانحرافية = ٣ درجات فى مثالنا أى تساوى الانحراف المعيارى الذى قمنا بحسابه لهذه المجموعة من الدرجات) وتحركنا يسارا قبل المتوسط بوحدة انحرافية معيارية واحدة اخرى ، فسنجد اننا حصرنا بين النقطتين عدداً من الدرجات وهى التى تتراوح قيمتها بين ١٧ . ١١ درجة (أى المتوسط + انحراف معيارى واحد ، أى ١٤+٣ ، والمتوسط - انحراف معيارى واحد ، أى ١٤-٣) وسنجد أن عدد هذه الدرجات أو القيم التى تم احتجازها على يمين الانحراف المعيارى السالب وعلى يسار الانحراف المعيارى الموجب تساوى ٦٨٫٢٦ ٪ من العدد الكلى للحالات . ويعنى هذا أن المسافة المعيارية بين المتوسط والانحراف المعيارى الأول سواء سلبا أو إيجابيا ينحصر فيها ٣٤٫١٣٪ (والانحراف المعيارى الأول الموجب والأول والسالب معا يحتجزان على جانبى المنحنى :

(٣٤٫١٣ × ٢ = ٦٨٫٢٦٪)

اذن فالوحدة الانحرافية المعيارية الاولى سواء أكانت موجبة أو سالبة (على يمين المتوسط أو يساره) تحتجز بينهما وبين المتوسط ٣٤٫١٣٪ من الحالات وتحتجز الوحدة الانحرافية المعيارية الثانية بينها وبين الوحدة الاولى ١٣٫٥٩٪ من الحالات. وبهذا تكون نسبة الحالات الواقعة بين ± ٢ع ، أى بين انحرافين موجبين عن المتوسط وانحرافين سالبين تساوى ٩٥٫٤٤٪ من الحالات ، وتحتجز الوحدة الانحرافية الثالثة ٢٫١٥٪ فى كل اتجاه من الاتجاهين بينها وبين الانحراف المعيارى الثانى ، أى أن نسبة الحالات الواقعة تحت المنحنى الاعتدالى بين ± ٣ع تساوى ٩٩٫٧٤٪ ويوضح الجدول الآتى رقم (٧:١) تفصيل هذه النسب وحدود الدرجات فى كل مساحة معيارية .

جدول رقم (٧:١)
نسب الحالات الواقعة تحت المنحنى الاعتدالي

المساحة بين النقطتين	نسبة الحالات ٪	مدى الدرجات من - إلى	النسبة بين حدى الانحراف		مدى الدرجات من - إلى
			حدى الانحراف	نسبة الحالات ٪	
م ، + ١ع	٣٤,١٣	١٧ - ١٤	± ١ع	٦٨,٢٦	١٧-١١
م ، - ١ع	٣٤,١٣	١٤ - ١١			
+ ١ع ، + ٢ع	١٣,٥٩	٢٠ = ١٧	± ٢ع	٩٥,٤٤	٢٠-٨
- ١ع ، - ٢ع	١٣,٥٩	١١ - ٨			
+ ٢ع ، - ٢ع	٢,١٥	٢٣ - ٢٠	± ٣ع	٩٩,٧٤	٢٣ - ٥
- ٢ع ، - ٣ع	٢,١٥	٨ - ٥			

معنى هذا أن أى مجموعة من الحالات موزعة توزيعا اعتداليا ستنحصر جميعها تقريبا تحت نموذج اعتدالى معيارى فإذا كان متوسطها صفر ، على سبيل المثال ، فإنها تتراوح بين ± ٣ع وحيث ع = ١ .

الدرجة المعيارية :

يُشار عادة إلى متوسط أى توزيع باعتباره صفرا والى اتساع تشتتاته باعتبارها مقسمة إلى هذه الوحدات المعيارية ، وعندما نفعل ذلك نطلق على الدرجات اسم درجات معيارية[1] وبهذا يكون متوسط الدرجات المعيارية صفرا وانحرافها المعيارى واحد ، واية درجة فى أى توزيع اعتدالى تقبل التحويل إلى درجة معيارية . فاذا عدنا لدرجات بعض الافراد فى المثال السابق فسنجد أن الدرجة الخام تقبل التحويل إلى درجة معيارية ذات متوسط صفرى من خلال توفر معلومتين هما المتوسط الحقيقى والانحراف المعيارى الحقيقى ، وفى مثالنا هذا كان المتوسط ١٤ والانحراف المعيارى ٣ .

(١) Z. Scores or Standard Scores

فإذا كان لدينا عدد من الأفراد هم س ، ص ، ع ، د وكانت درجة كل منهم على الترتيب كالآتى ١٤ ، ٨ ، ١٧ ، ١١ فباستخدام المعادلة رقم (١:٧) للدرجة المعيارية نستطيع تحويل الدرجات الخام إلى درجات معيارية .

$$د_م = \frac{س - \overline{س}}{ع} \qquad (٧ : ١)$$

حيث دم = الدرجة المعيارية

س = درجة الفرد أو الدرجة الخام

$\overline{س}$ = المتوسط

ع = الانحراف المعيارى

وبالتعويض فى هذه المعادلة بالنسبة لكل حالة من حالاتنا الاربع نحصل على الدرجات المعيارية الآتية :

$$\text{درجة س المعيارية} = \frac{١٤ - ١٤}{٣} = \text{صفر}$$

$$\text{درجة ص المعيارية} = \frac{٨ - ١٤}{٣} = \frac{-٦}{٣} = -٢$$

$$\text{درجة ع المعيارية} = \frac{١٧ - ١٤}{٣} = \frac{٣}{٣} = ١$$

$$\text{درجة د المعيارية} = \frac{١١ - ١٤}{٣} = \frac{-٣}{٣} = -١$$

فإذا عدنا للتوزيع الاعتدالى الذى استخدمناه فى مثالنا هذا فسنجد أن متوسطه كان ١٤ أى أن القيمة ١٤ هى التى تحتل نقطة الصفر أو تقع اسفل أعلى نقطة فى المنحنى أو تقسم المنحنى إلى نصفين متساويين فى نقطة الصفر وأن ذلك يتفق مع حصول الفرد س على صفر بتعبير الدرجات المعيارية أى متوسط الدرجة الانحرافية إذ أن درجة الحقيقة كانت تساوى المتوسط الحقيقى للدرجات وهو ١٤ ،

كما أن الدرجة ٨ تقع عند الانحراف المعيارى الثانى بالسالب وبذلك تتفق الدرجة المعيارية -٢ مع درجة ص الخام وهى ٨ ونفس الامر فى درجتى ع ، د اللذين يقعان بعد وقبل المتوسط بانحراف معيارى واحد احداهما ايجابا والآخر سلبا ، غير أن تحويل الدرجات الخام فى أى توزيع إلى درجات معيارية ذات متوسط صفر وانحراف معيارى واحد يؤدى إلى حصولنا على عدد من الدرجات ذات الاشارة السلبية ، إذ أن كل الدرجات فى التوزيع التى تقل عن المتوسط ستكون نتيجة لطرحها من المتوسط عند تطبيق المعادلة بالسلب (كحالة الفردين ص ، د فى المثال السابق) وتكون نتيجة قسمة باقى الطرح على الانحراف المعيارى بالسلب أيضا . ويؤدى حصولنا على مجموعة من الدرجات بعضها سالب وبعضها موجب إلى صعوبة شديدة فى العمليات الحسابية التى نقوم بها باستخدام هذه الدرجات المعيارية . يضاف إلى ذلك أن الدرجات الخام لاتبتعد جميعها عن المتوسط (سواء أكانت أكبر أو أصغر منه) بوحدات انحرافية منتظمة ، فمثلا إذا كان هناك فرد آخر فى المجموعة السابقة حصل على درجة خام فى الاختبار قدرها ١٣ فستكون درجته المعيارية :

$$\frac{١٣ - ١٤}{٣} = \frac{-١}{٣} = -٣٣.$$

ومعنى هذا اننا لن نتوقع فقط درجات سالبة وأخرى موجبة ، بل سنتوقع أيضا كسور عشرية فى الدرجات المعيارية مما يزيد من تفاقم المشكلة عند التعامل بالدرجات المعيارية ، والحل الامثل فى هذه الحالة هو استخدام الدرجات المعيارية المعدلة أو الدرجات المعيارية الانحرافية[١] .

الدرجة المعيارية المعدلة :

الدرجة المعيارية المعدلة هى نفسها الدرجة المعيارية الاصلية ، مع اختلاف محدود وهو أننا بدلا من أن نجعل متوسطها صفرا ، فاننا نختار لها متوسطا جديدا وبدلا من أن يكون انحرافها المعيارى واحد صحيح فإننا نختارلها انحرافا معياريا جديدا . ويحكم اختيارنا لهذا المتوسط الجديد رغبتنا فى الابتعاد عن الصفر

---

(١) Deviated Standard Scores

باعتباره متوسط للدرجات وبالتالى نتجنب أن يكون حوالى نصف درجات المجموعة أقل من الصفر (أى درجات سالبة) ويحكم اختيارنا أيضا مدى الالفة والشيوع أو السهولة لقيمة معينة فنجعلها هى المتوسط من ذلك مثلا أن نسبة الذكاء فى عدد من الاختيارات الشهيرة مثل ستانفورد - بينه ووكسلر للراشدين عبارة عن درجة معيارية كانت صفرا أصلا ثم عدلت لتصبح ١٠٠ واختيارنا للقيمة ١٠٠ هنا راجع لسهولتها بوصفها رقم دائرى تام يبدو بمثابة مستوى معتاد أو مستوى قياسى ، بحيث يسهل بالنسبة لعامة الناس أن يربطوا بين نسبة الذكاء ١٠٠ وبين كون الشخص متوسط الذكاء ، وبين من يحصل على أقل من ١٠٠ بأعتباره أقل من المتوسط فى الذكاء ومن يحصل على أكثر من ١٠٠ اعتباره أعلى من المتوسط فى الذكاء وهكذا . اختيار المتوسط الجديد يرجع اذن لسهولة ومرونة استخدامه . ويرجع اختيارنا لانحراف معيارى جديد لمدى إمكان تعبير هذا الانحراف المعيارى عن الفروق بين الافراد ، فكلما كانت هناك فروق دقيقة بين الافراد وكلما كان التوزيع يعبر عن عدد كبير من الدرجات كلما كان من الافضل أن نزيد من قيمة الانحراف المعيارى المختار بالقدر المناسب ليمكننا من الحصول على درجات معيارية معدلة تظهر هذه الفروق بشكل واضح ، مثال ذلك أن اختبارات وكسلر للذكاء والتى متوسط درجتها المعيارية المعدلة ١٠٠ نجد متوسط انحرافها المعيارى المعدل ١٥ وهو انحراف كبير يسمح بتوسيع مدى الدرجات على جانبى المتوسط بحيث نستطيع أن نجد أن درجات أى مجموعة من الافراد على اختبار الذكاء يمكن أن تتوزع فى مدى يتراوح بين ٦٥ - ١٤٥ (أى ±٣ انحراف معيارى عن المتوسط).

وتحول الدرجات الخام إلى درجات معيارية معدلة باستخدام المعادلة الآتية رقم (٧:٢) :

$$د\,م\,م = \frac{س - \bar{س}}{ع} \times ع\,م + م \qquad (٧:٢)$$

حيث د م م = الدرجة المعيارية المعدلة

س = الدرجة الخام

م = المتوسط الخاص بالمجموعة

ع = الانحراف المعيارى الخاص بالمجموعة

عَ = الانحراف المعيارى الجديد

مَ = المتوسط الجديد

معنى هذا اننا نقوم فى حقيقة الأمر بضرب الدرجة المعيارية الاصلية فى الانحراف المعيارى المختار ثم لجمع الناتج على المتوسط المختار ، طالما أن الجزء الاول من المعادلة هو نفسه المعادلة (٧:١) الخاصة باستخراج الدرجة المعيارية .

فإذا طبقنا هذه المعادلة على مجموعة الافراد س ، ص ، ع ، د كل حسب درجته الخام فى مثالنا فسنحصل على الدرجات المعيارية الجديدة فإذا افترضنا اننا اخترنا متوسطا قدره ١٠٠ وانحرافا قدره ١٠ فستكون درجاتهم كالآتى :

$$س = \frac{١٤ - ١٤}{٣} \times ١٠ + ١٠٠ = ١٠٠$$

$$ص = \frac{٨ - ١٤}{٣} \times ١٠ + ١٠٠ = ٨٠$$

$$ع = \frac{١٧ - ١٤}{٣} \times ١٠ + ١٠٠ = ١١٠$$

$$د = \frac{١١ - ١٤}{٣} \times ١٠ + ١٠٠ = ٩٠$$

وهى بالطبع نفس النتيجة لو قمنا باستخدام الدرجة المعيارية السابق حسابها لكل منهم وحولناها وفقا للمعادلة الآتية رقم (٧:٢) :

د م م = د م × عَ + مَ	(٧ : ٢)

حيث د م م = الدرجة المعيارية المعدلة

د م = الدرجة المعيارية الأصلية

عَ ، مَ = نفس المعنى فى المعادلة السابقة

وبالتعويض فى هذه المعادلة لنفس الافراد السابقين سنحصل على الآتى :

س = صفر × ١٠ + ١٠٠ = ١٠٠

ص = -٢ × ١٠ + ١٠٠ = ٨٠

ع = ١ × ١٠ + ١٠٠ = ١١٠

د = - ١ × ١٠ + ١٠٠ = ٩٠

وكما أوضحنا من قبل فإن الاختيار متروك لنا فى تحديد المتوسط الجديد والانحراف المعيارى الجديد فى ضوء الاعتبارات السابقة . فأذا كان اختيارنا هو ٥٠ للمتوسط ، ١٠ للانحراف المعيارى ، فبالتعويض لنفس الافراد بالمعادلة السابقة سنحصل على الدرجات المعيارية المعدلة الآتية :

س = صفر × ١٠ + ٥٠ = ٥٠

ص = -٢ × ١٠ + ٥٠ = ٣٠

ع = ١ × ١٠ + ٥٠ = ٦٠

د = - ١ × ١٠ + ٥٠ = ٤٠

استخدامات الدرجات المعيارية :

تعد الدرجات المعيارية مقياسا معياريا لأية مجموعة من الدرجات ذات وحدات منتظمة وهى بهذا أكثر اشكال المقاييس تعبيرا عن درجات الافراد على أى اختبار ، بإعتبار هذه الدرجات نقاط على هذا المقياس المعيارى الذى متوسطه صفر (أو أى متوسط آخر اختاره الباحث) وانحرافه المعيارى واحد (أو أى انحراف آخر اختاره الباحث) . وبما أن الاختبارات المختلفة تعتمد أساسا على محك معيارى*

(*) أى أن الدرجة التى يحصل عليها الفرد فى الاختبار لاتقارن لتقرير ارتفاعها أو انخفاضها بمستوى معين سابق التحديد ، وإنما تقارن بالأداء الخاص ببقية الأفراد الذين أدوا =

وليس محك مرجعي (فرج ١٩٨١ ب ،ص ١٣٧) فان حصول فرد معين على درجة ما على اختبار لايعني شيئا بالنسبة لنا ، ولا يمكننا أن نعرف إذا كانت هذه الدرجة مرتفعة أم منخفضة الا إذا قورنت بمؤشر لبقية الدرجات ، وهذا المؤشر هو هنا المتوسط والانحراف المعياري ، وتتضح أهمية الدرجة المعيارية واستخداماتها عندما نجد انفسنا في حاجة لمقارنة أداء بعض الأفراد على عدد من الاختبارات ذات المدى المختلف من الدرجات* .

فاذا افترضنا مثلا أن لدينا اربعة أفراد من مجموعة كبيرة ، اختبروا بثلاثة اختبارات يقيس الأول القدرة اللفظية ويقيس الثاني القدرة الحسابية ويقيس الثالث القدرة على استخدام الرموز ، وحصل الافراد الاربعة على الدرجات الآتية وكانت المتوسطات ، والانحرافات المعيارية لهذه المتوسطات للمجموعة أو العينة التي كان من بينها هؤلاء الافراد الاربعة هي ما يوضحه جدول رقم (٢:٧) .

= نفس الاختبار لمعرفة إذا كان أداء الفرد أعلى أو أقل من متوسط المجموعة ، بينما في المحك المرجعي نضع بداية مستوى معين كحد للدرجة المتوسطة دون اعتبار لما سيحصل عليه الأفراد في المجموعة مثال ذلك الدرجة ٢٥ للنجاح في الامتحانات المدرسية ، أو الدرجة ١٠ للنجاح في الامتحانات الجامعية ، حيث قد يحصل كل الأفراد أو أغلبهم على أكثر من ٢٥ درجة في امتحان للحساب أو يحصل كلهم أو أغلبهم على أكثر من ١٠ درجات في مناهج البحث في الجامعة ، أما الدرجة المعيارية فتتحدد لاحقا من خلال حساب المتوسط والانحراف المعياري لدرجات كل المجموعة .

(**) أي أن الدرجات على الاختبار الأول مثلا تتراوح بين ١٠٠ - ١٥٠ بينما على الاختبار الثاني بين ٢٥ - ٣٥ والاختبار الثالث بين ٦ إلى ١٢ مثلا . وحيث يكون الجمع الجبري للدرجة على الاختبارات المختلفة مضللا كما سيتضح من المثال .

جدول رقم (٢ : ٧)

درجات ٤ افراد على ثلاث اختبارات معرفية

الأفراد	الدرجات الخام على الاختبارات			
	اللفظى	الحسابى	استخدام الرموز	المجموع الخام (اجراء خاطئ)
١ -	٦٠	٢٥	١١	= ٩٦
٢ -	٨٣	١٠	٩	= ١٠٢
٣ -	٨٠	٢٠	٣	= ١٠٣
٤ -	٩٠	١٠	٥	= ١٠٥
م =	٩٠	١٥	٧	
ع =	١٥	٥	٢	

سنلاحظ من مراجعة بيانات الجدول أن المقارنة صعبة بين هؤلاء الافراد الاربعة فبينما الفرد الرابع هو صاحب أعلى درجة على الاختبار الاول ، فان الشخص الاول هو صاحب أعلى درجة على الاختبارين الثانى والثالث ، فأذا قمنا بالحصول على المجموع الكلى لدرجات كل فرد على الاختبارات الثلاثة (وهو اجراء خاطئ) فستتبين أن الفرد الاول هو صاحب أقل الدرجات وان الثانى أعلى منه ، ودرجات الثالث أكبر منهما ، وان الفرد الرابع هو صاحب أعلى الدرجات كما يظهر من العمود الاخير فى الجدول غير أن هذا الاجراء خاطئ كما ذكرنا إذ أن الدرجات مختلفة وليس لها أساس واحد . وعلى هذا فمن الافضل أن نحولها إلى درجات معيارية ، وقد اخترنا تحويلها إلى درجات معيارية معدلة متوسطها ١٠٠ وانحرافها المعيارى ١٥ من خلال التعويض فى المعادلة (٧:٢) وحصلنا على الدرجات المعيارية المعدلة الآتية جدول (٧:٣) .

جدول رقم (٣ : ٧)

الدرجات المعيارية المعدلة لأربعة أفراد على الاختبارات المعرفية

الأفراد	الدرجات المعيارية على الاختبارات			مجموع الدرجات المعيارية لكل فرد
	اللفظى	الحسابى	استخدام الرموز	
١	٧٠	١٣٠	١٣٠	٣٣٠ =
٢	٩٣	٨٥	١١٥	٢٩٣ =
٣	٩٠	١١٥	٧٠	٢٧٥ =
٤	١٠٠	٨٥	٨٥	٢٧٠ =

وتوضح نتائج هذه الخطوة إننا وصلنا إلى شئ مختلف تماما فبينما كان الفرد الاول هو صاحب أقل درجات خام ، كان صاحب أعلى مجموع فى الدرجات المعيارية وكان الشخص الثانى هو التالى له مباشرة وهكذا وبينما كان الفرد الرابع صاحب أعلى مجموع اصبح الآن صاحب أقل مجموع .

فأذا اخذنا الحالتين المتطرفين هنا للتعرف على اسباب تحول أكبر درجة خام إلى اصغر درجة معيارية ، واصغر درجة خام إلى أكبر درجة معيارية ، فسنجد أن صغر درجة الفرد الاول كان راجعا لحصوله على ٦٠ درجة فقط فى الاختبار الاول بينما كان الفرد الاخير حاصل على ٩٠ درجة ، والفرق ٣٠ درجة خام فى اختبار واحد فرق كبير ، رغم أنه عبارة عن انحرافين معيارين ، فى الوقت نفسه كان الفرق بينهما فى الاختبار الثانى ١٥ درجة خام لصالح الاول وهو فرق خام صغير رغم انه يمثل ثلاثة انحرافات معيارية عن متوسط هذا الاختبار ، وبالمثل كان الفرق بينهما على الاختيار الثالث فقط لصالح الاول وهو فرق خام صغير ومع ذلك فهو يمثل ثلاثة انحرافات معيارية بالنسبة لمتوسط الدرجة على هذا الاختبار .

يتضح من هذا أن الفروق فى صورة وحدات انحرافية معيارية هى الاجراء السليم والمناسب لجمع درجات اختبارات ذات مدى مختلف أو عند المقارنة بين افراد مختلفين .

انواع الدرجات المعيارية المعدلة :

الاقرب إلى الدقة هنا أن نقول المسميات المختلفة للدرجات المعيارية المعدلة لا أنواع الدرجات المعيارية المعدلة . فجميع الدرجات المعيارية لها نفس المعنى ونفس المنطق وتنتج عن تطبيق نفس القاعدة أو التعويض فى نفس المعادلة (٢:٧) غير أن الاختلاف بينها يرجع إلى حجم المتوسط الجديد المختار ، وكذلك حجم الانحراف المعيارى الجديد . وقد ذكرنا الاسباب المختلفة التى تدعو باحثا معينا لأختيار متوسط وانحراف معيارى معينين .

وتمثل الدرجات المعيارية ذات المتوسط صفر والانحراف المعيارى واحد الدرجات المعيارية الأساسية التى تتخذ أساسا للتحويل لدرجات معدلة .

وأحدى الدرجات المعيارية المعدلة هى الدرجة المعيارية الانحرافية التى تستخدم فى اختبارات الذكاء ذات المتوسط ١٠٠ والانحراف المعيارى ١٥ أو ١٦*.
وتستخدم فى عدد من البحوث درجة معيارية معدلة يطلق عليها اسم الدرجة التائية[١] وهى درجة معيارية متوسطها ٥٠ وانحرافها المعيارى ١٠ ، وهناك أيضا درجة معيارية معدلة يطلق عليها الدرجة الجيمية[٢] وهى درجة معيارية معدلة متوسطها ٥ وانحرافها المعيارى ٢ وضعها جيلفورد ، وهى درجة تؤدى إلى تحويل المقياس المعيارى الذى تستخدم فيه الدرجات المعيارية الاصلية ذات الست وحدات معيارية سالبة وموجبة إلى مقياس جديد مكون من ١١ وحدة وقد اشتقت من هذا المقياس مقاييس اخرى لتضييق هذا المدى الذى تقسم على أساسه قاعدة المنحنى الاعتدالى . من ذلك التساعيات[٣] التى تقسم قاعدة المنحنى إلى ٩

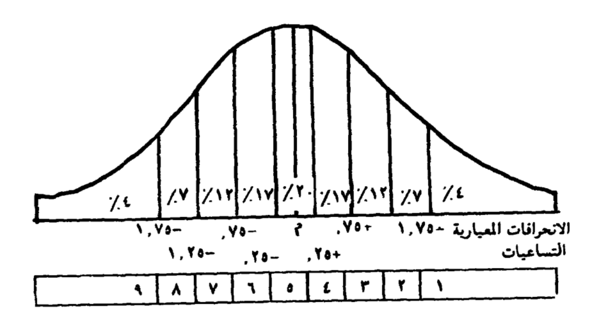
(*) ١٥ فى اختبار وكسلر بلفيو ، ١٦ فى اختبار ستانفورد بينيه .

(١) T. Score   (٢) G. Score
(٣) Stanine

أقسام بدلا من ١١ (شكل ٧:٢) ويستخدم فى اختبار القبول فى الكليات الامريكية[1] نظام معيارى آخر متوسطه ١٥ وانحرافه المعيارى ٥ . كما يستخدم فى بطارية الاستعدادات الدراسية درجة معيارية معدلة متوسطها ٥٠٠ وانحرافها المعيارى ١٠٠ (السيد ١٩٧٩ ، ص ٢٩٢) .

شكل رقم (٧:٢)

التساعيات ومواضعها على قاعدة المنحنى الاعتدالى



ولانه من الممكن تحديد المثينيات عند أى نقطة على المنحنى الاعتدالى ، وحيث يكون المتوسط ، أو الدرجة المعيارية صفر مساويا للمئين ٥٠ ، فإنه يسهل مناظرة الدرجات المثينية بالانحرافات المعيارية المختلفة ، ويمثل الشكل الآتى رقم (٧:٣) المنحنى الاعتدالى والدرجات المعيارية المختلفة علية ومايقابلها من مئينات .

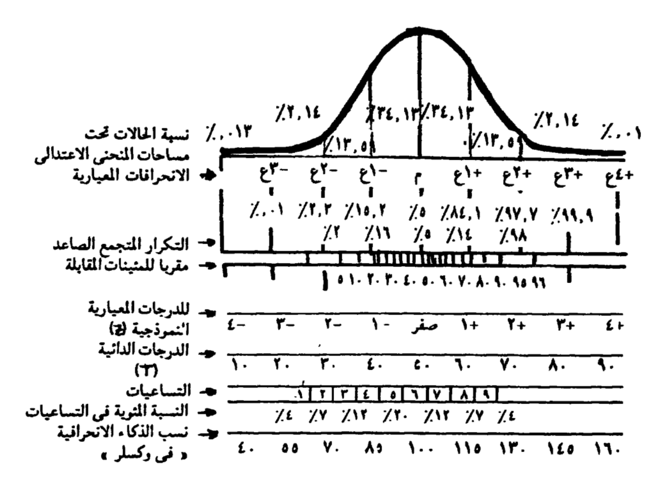
---

(١) Act

شكل رقم (٣:٧)

المنحنى الاعتدالى والدرجات المختلفة عليه

ومايقابلها من مئينات



المساحات تحت المنحنى الاعتدالى :

عرفنا حتى الآن أن الظواهر المختلفة تتوزع اعتداليا ، وأن المنحنى الاعتدالى يعبر بخصائصه التى ذكرناها عن هذه التوزيعات ، وفى ضوء العلاقة بين الوحدات المعيارية المستخدمة للأشارة إلى نسب توزيع الحالات تحت المنحنى الاعتدالى ، يمكننا أن نلاحظ انة فى حالة أية عينة موزعة توزيعا اعتداليا ، فان احتمال حصول فرد ما على درجة تقع بين ± ١ ع ، أى بين الانحراف المعيارى الاول والمتوسط من جانبية هو احتمال تصل نسبته إلى ٢:٣ أو حوالى ٦٨٪ . ذلك لاننا نعرف أن ٦٨٪ تقريبا من الحالات تقع بين المتوسط وبين اول انحراف معيارى على جانبيهذا

المتوسط أى بعده إذا كان موجبا (أى على يمين المتوسط) أو قبله إذا كان سالبا (أى على يسار المتوسط) ، وبالمثل يمكننا أن نستنتج أن احتمال حصول شخص ما على درجة تتراوح بين المتوسط و ٢ انحراف معيارى على الجانبين ، يصل إلى حوالى ٩٥٪ تقريبا . لأننا نعرف أيضا أن ٩٥,٤٤٪ من الحالات تقع بين المتوسط وانحرافين معياريين على كل من جانبيه . وفى ضوء هذه المعلومات يمكننا أن نستمر فى تحديد نسب الحالات تحت أى مساحة من مساحات المنحنى ، من ذلك مثلا أن احتمال حصول شخص ما على درجة تقع بين المتوسط و $\frac{1}{2}$ انحراف معيارى موجب لن يزيد عن حوالى ١٧٪ ، لأن ١٩٪* تقريبا من الأفراد تقع تحت المنحنى فى هذه المساحة .

تحديد مساحات او نسب معينة من الحالات بين نقطتين :

قد يجد الباحث فى بعض الممارسات أنه فى حاجة لمعرفة نسبة الأفراد الذين يحصلون على درجات تتراوح بين نقطتين أو درجتين محددتين . مثال ذلك أن يحاول معرفة نسبة الحالات التى حصل أصحابها على درجات تقع بين ٢٠-٢٨ على اختبار للفهم اللفظى طبق على عينة موزعة توزيعا اعتداليا . والخطوة الأولى فى هذه الحالة هى تحويل الدرجات الخام إلى درجات معيارية . باستخدام المتوسط والإنحراف المعيارى للعينة طبقا للمعادلة (١:٧) ، فإذا كانت الدرجة ٢٠ تساوى مثلا درجة معيارية قدرها + ٥, وكانت الدرجة ٢٨ تساوى درجة قدرها +١,٤ ، فإن المطلوب هنا أن نعرف المساحة (أى النسبة) المحصورة بين + ٥, ، +١,٤ انحراف معيارى تحت المنحنى الاعتدالى ، أى نسبة الحالات الواقعة بين هاتين النقطتين . وقد قام الاحصائيون بوضع جداول تفصيلية توضح المساحات تحت المنحنى المحصورة بين المتوسط (أى الدرجة المعيارية صفر) وبين أى درجة معيارية أو كسور الدرجات المعيارية . فإذا أردنا التعرف على هذه النسبة من

(*) ١٩٪ تقريبا وليس ١٧٪ (أى أكثر من نصف الـ ٣٤٪ المحصورة بين م ، ١ع) نتيجة للانخفاض التدريجى للمنحنى نحو ذيليه ، وبالتالى فإن النصف الثانى من الانحراف المعيارى الأول سيكون حوالى ١٥٪ تقريبا .

الأفراد التى تقع بين ٢٠-٢٨ أو بين ٠,٥ ، +١,٤ درجة معيارية ، فسنجد البيانات المطلوبة فى جداول المساحات تحت المنحنى الاعتدالى بالملحق (جدول ب) وعلينا أن نتبع خطوات الفحص الآتية للحصول على النسبة المطلوبة فى مثالنا هذا.

١ - تحت العمود الأول فى الجدول ، وهو العمود الخاص بالدرجات المعيارية نفحص حتى نصل إلى الدرجة المعيارية ٠,٥ .

٢ - تقرأ القيمة المقابلة للدرجة المعيارية ٠,٥ فى العمود الثانى الخاص بالمساحات تحت المنحنى الاعتدالى من المتوسط (الدرجة المعيارية صفر) حتى ٠,٥ معيارية ، وسنجد أن القيمة المقابلة لـ ٠,٥ تساوى ٠,١٩١٥ وهى هنا المساحة المحصورة بين المتوسط ، ٠,٥ انحراف معيارى .

٣ - نعود إلى العمود الأول مرة أخرى ونفحصه حتى نصل إلى الدرجة المعيارية ١,٤ ، وحيث نجد أن القيمة المقابلة لها فى العمود الثانى تساوى ٠,٤١٩٢ وهذه أيضا المساحة المحصورة بين المتوسط والانحراف المعيارى ١,٤ .

٤ - نطرح المساحة الأولى من الثانية لنحصل على المساحة المحصورة بين النقطتين (أو بين الدرجتين المعياريتين ٠,٥ ، ١,٤) ، وسنجد أنها تساوى ٠,٤١٩٢ - ٠,١٩١٥ = ٠,٢٢٧٧ ، أى أننا نستطيع أن نقول أن حوالى ٢٣٪ من الحالات (أو ٢٢,٨٪ على وجه الدقة) تقع بين الدرجتين ٢٠-٢٨ أو بين ٠,٥ ، ١,٤ درجة معيارية .

ولأن الجدول ب بالملحق يوضح المساحات من الدرجة المعيارية صفر (المتوسط) حتى الدرجة المعيارية ٣,٧ ولكنه لايتضمن درجات معيارية سالبة ، فعلينا التعرف على كيفية حساب النسبة من الحالات فى حالة ما إذا كانت إحدى الدرجات موجبة والأخرى سالبة (أى إحدهما أكبر من المتوسط والأخرى أقل منه) . ولأن المساحة أو المسافة واحدة بين المتوسط وبين النقطة المعينة سواء أكانت هذه النقطة على يمين المتوسط أو عن يساره ، فعلينا أن نقوم أولا بتحديد هذه المساحة بين المتوسط وبين الدرجتين المعياريتين المطلوبتين . فإذا كانت الأولى هى +٠,٧ معيارية ، وكانت المساحة المحصورة بين هذه الدرجة والمتوسط تساوى ٠,٢٥٨٠

طبقا للموضح بالعمود الثانى من الجدول أمام الدرجة المعيارية ٧. وإذا كانت الدرجة الثانية هى -٣. ١* وكانت القيمة المناظرة لها فى الجدول بالعمود الثانى هى ٤٠٣٢. . وهنا سنجد أن النسبة بين هاتين الدرجتين الموجبة والسالبة عبارة عن مجموع المساحة بين المتوسط والنقطة أو الدرجة الموجبة ، والمساحة بين المتوسط والنقطة أو الدرجة السالبة ، أى أن علينا أن نقوم بجمع المساحتين لاطرح أحدهما من الاخرى ، طالما أن كل منهما فى إتجاه مختلف من المتوسط ، وبهذا تكون هذه النسبة ٢٥٨٠. × ٤٠٣٢. = ٦٦١٢. أى أننا نستطيع أن نستخلص من هذا أن نسبة الحالات التى تنحصر بين الدرجتين +٤. ، -٣. ١ تبلغ ٦٦٪ .

عدد الدرجات فى التوزيع الواقعة اعلى او اسفل درجة خام معينة :

قد تختلف المشكلة التى يهتم بها الباحث عن المشكلة السابقة ، فإذا افترضنا أن أحد الباحثين اتجه لمعرفة عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تفوق درجة معينة فى اختبار ما ، مثال ذلك أن أحد الباحثين يرغب فى معرفة عدد الأفراد الذين تزيد درجتهم عن ٨٠ فى اختبار للسرعة الإدراكية ، وكانت عينة الدراسة مكونة من ٧٥٠ مفحوصا وكان متوسط الدرجات ٦٠ وانحرافها المعيارى ١٥ .

وتحل هذه المشكلة أيضا بالإستعانة ببيانات الجداول (ب) فى الملحق والذى سبق لنا استخدامه . ولكن من خلال العمودين الثالث والرابع ، والذين يقومان على المنطق الآتى : أننا إذا أسقطنا عمودا من أية نقطة فى المنحنى على قاعدته ، فإن هذا العمود سيقسم المنحنى إلى مساحتين ، أحدهما مساحة كبرى ، والأخرى مساحة صغرى (فيما عدا حالة واحدة وهى المتوسط الذى نسقطه من أعلى نقطة فى المنحنى فيقسمه إلى مساحتين متساويتين) ويبين العمود رقم ٣ فى الجدول ب المساحة الكبرى عند أى نقطة يلمس فيها العمود المسقط قاعدة المنحنى (وهذه النقطة عبارة عن درجة معيارية طالما تقع على امتداد قاعدة المنحنى ، ويبين العمود رقم ٤ فى الجدول المساحة الصغرى عند نفس النقطة ، وبالطبع فإن مجموع المساحتين الكبرى والصغرى ، لابد أن يكملا الواحد الصحيح لأن كلا منهما نسبة من المساحة الكلية .

* الدرجة ٣. ١ فقط بدون علامة السلب التى لاوجود لها بالجدول .

فإذا عدنا لمثالنا السابق الذى يرغب فيه الباحث معرفة عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات أعلى من ٨٠ ، فستكون خطواتنا كالآتى :

١ - تحول الدرجة الخام ٨٠ إلى درجة معيارية باستخدام المعادلة رقم (٧:١) وحيث تساوى $\frac{٨٠ - ٦٠}{١٥} = \frac{٢٠}{١٥} = ١,٣٣$

٢ - بما أن اهتمام هذا الباحث متجه إلى معرفة العدد من الأفراد الحاصلين على درجة أعلى من الدرجة المعيارية ١,٣٣ (أى الدرجة الخام ٨٠) ، إذن المطلوب تحديد المساحة الصغرى أى نقرأ القيمة أو النسبة فى العمود الرابع المقابلة للدرجة المعيارية ١,٣٣ وسنجد أنها تساوى ٠,٠٩١٨ .

٣ - بما أن عدد أفراد العينة ٧٥٠ فردا ، أى أن المساحة الكلية للوحدة أو للواحد الصحيح تساوى هنا ٧٥٠ فعلنا تحديد نسبة الـ ٠,٠٩١٨ من هذه المساحة الكلية ، فنقوم بضرب ٠,٠٩١٨ × ٧٥٠ = ٦٨,٧ أى بالتقريب ٦٩ فردا هم من حصلوا على درجات تزيد عن ٨٠ درجة من بين جميع أفراد العينة الذين يبلغون ٧٥٠ فردا .

وبالطريقة نفسها يمكننا معرفة عدد الأفراد الذين حصلوا على درجة تقل عن ٨٠ وهم فى هذه الحالة الذين يقفون فى النسبة الكبرى من المساحة أى فى العمود الثالث ، وحيث نجد أن هذه النسبة أمام الدرجة المعيارية ١,٣٣ تساوى ٠,٩٠٨٢*، وبضرب هذه النسبة فى العدد الكلى للعينة سنجد أن من حصلوا على درجات تقل عن ٨٠ يبلغون ٠,٩٠٨٢ × ٧٥٠ = ٦٨١ . وسيلاحظ القارىء أن مجموع من حصلوا على درجات تقل عن ٨٠ وكذلك من حصلوا على درجات تزيد عن ٨٠ درجة يبلغون معا ٧٥٠ فردا أى الحجم الكلى للعينة .

تحديد اى الدرجات تقع عند نسب معينة من التوزيع :

قد تكون مشكلة الباحث من نوع آخر ، إذا بعد أن اختبر هؤلاء الـ ٧٥٠ مفحوصا باختباره للسرعة الإدراكية طلب منه تحديد الدرجة التى حصل ١٢٪ من

* لاحظ أن مجموع هاتين النسبتين (المساحة الكبرى) + (المساحة الصغرى) = ١,٠٠ .

الأفراد على درجات أعلى منها حتى يمكن تعيينهم فى وظيفة مراقبى رادار مثلا .
سيجد هذا الباحث أن الـ ١٢٪ هذه هى فى حقيقة الأمر تساوى المئين ٨٨ وهو النقطة التى يقل عنها ٨٨٪ من الأفراد ويزيد عنها ١٢٪ من الأفراد وهو هنا يحتاج لتحديد الدرجة المقابلة للمئين ٨٨ ، فإذا قام هذا الباحث بفحص العمود الثالث أى عمود النسبة فى المساحة الكبرى من الجدول ب حتى يصل إلى أقرب رقم لـ ٨٨ فسيجد أنه يقع بين ٠.٨٧٩٠ ، ٠.٨٨١٠ وأمام كل من هاتين النسبتين سيجد فى العمود الأول الخاص بالدرجات المعيارية القيمتين ١.١٧ ، ١.١٨ على التوالى ، وللتقريب حتى يحدد الدرجة المعيارية المقابلة للمئين ٨٨ سيقبل ١.١٧٥ معنى هذا أن الدرجة التى تمكن ١٢٪ من الأفراد من الحصول على درجات تزيد عنها هى الدرجة المعيارية + ١.١٧٥ وحتى يحصل على الدرجة الخام المقابلة لهذه الدرجة المعيارية ، فإنه يقوم بالتعويض فى المعادلة الآتية رقم (٤ : ٧) .

$$\text{دم} = \frac{\text{س} - \mu}{\text{ع}} \qquad (٧:٤)$$

حيث دم = الدرجة المعيارية
μ = متوسط المجتمع
ع = الانحراف المعيارى

وبما أننا نعرف μ أو المتوسط هو فى مثالنا ٦٠ وقيمة الانحراف المعيارى = ١٥ ، فنقوم بالتعويض لحساب قيمة المجهول هنا وهو س كالآتى :

$$\text{دم} = \frac{\text{س} - ٦٠}{١٥}$$

$$١.١٧٥ = \frac{\text{س} - ٦٠}{١٥}$$

س - ٦٠ = ١٥ × ١,١٧٥ = ١٧,٦٢

س = ٦٠ + ١٧,٦٣ = ٧٧,٦٢

أى أن الدرجة ٧٧ تقريبا هى الدرجة التى حصل ١٢٪ من العينة على درجات أعلى منها ، وبالمثل كان يمكننا أن نحصل على نفس النتيجة بالرجوع إلى بيانات العمود الرابع وليس الثالث ، بأن نبحث عن النسبة الصغرى من التوزيع التى تقل عن ١٢ ، وحيث نجد أنها ستقع بين الدرجتين المعيارين ١,١٧ ، ١,١٨ أى ١,١٧٥ تقريبا ، وهى نفس النسبة السابقة ، وبالتعويض أيضا فى المعادلة السابقة نحصل على نفس الدرجة .

وعلينا أن نلاحظ هنا أنه فى حالة ما إذا كنا نبحث عن درجة ما بقطع المساحة الكلية إلى نسبتين وأردنا معرفة الدرجة فى النسبة الصغرى التى تقل عنها نسبة معينة من الدرجات وهى درجة ستكون أقل من المتوسط فعلينا أن نطرح قيمتها من المتوسط لا أن نجمعه على المتوسط . من ذلك منه إذا كنا نبحث عن الدرجة التى يحصل ٢٠٪ من الأفراد على درجات أقل منها ، أى نبحث عن قيمة المئين ٣٠ وهو أقل من الوسيط (المئين ٥٠) فستكون قيمته وفقا لبيانات نفس المثال كالآتى :

د.م = (س - ٦٠) / ١٥

- ٨٤ = (س - ٦٠) / ١٥

س - ٦٠ = ١٥ × (-٨٤,) = -١٢,٦

س = ٦٠ - ١٢,٦ = ٤٧,٤ أى الدرجة ٤٧ تقريبا .

تحويل توزيع تجريبي الى توزيع اعتدالي[1] :

قد نحصل أثناء البحوث المختلفة على توزيعات تكرارية تختلف فى بعض خصائصها عن التوزيع الاعتدالى النمطى ، ونرى من الضرورة تعديل التكرارات فى فئات هذا التوزيع حتى تتفق بأكبر قدر ممكن مع التوزيع الإعتدالى وخصائصه. وعندما نقوم بهذا الإجراء فإننا نحافظ على ثلاث خصائص أساسية فى التوزيع الأصلى وهى حجم العينة ، والمتوسط التجريبى والإنحراف المعيارى التجريبى . ويصبح مانقوم به فى الواقع عبارة عن تسوية للتوزيع للتخلص من نقاط عدم الانتظام فيه وتقريب التكرارات لتنتظم وفقا للنسب المعروفة تحت التوزيع الاعتدالى . فإذا افترضنا على سبيل المثال أننا قمنا باختبار عينة من الأطفال باختبار المصفوفات المتدرجة الملون ، وكان حجم هذه العينة ١٥٠ طفلا ، وكان متوسط درجاتهم ٦٣.٩ ، والإنحراف المعيارى لهذا المتوسط ١٢.٢ وكان التوزيع التكرارى لدرجات هؤلاء الأطفال هو ما يوضحه العمودان الأول والثانى فى الجدول الآتى رقم (٤ : ٧) والذى نوضح من خلاله بقية خطوات عملية التحويل إلى التوزيع الاعتدالى .

يبين العمودان الأول والثانى من الجدول الفئات والتكرارات ، وقد أشرنا للتكرارات بالرمز ك ، واستخدمنا الحرف م للإشارة إلى أنها التكرارات الملاحظة ، بينما أشرنا للتكرارت فى العمودين الأخيرين بالرمز ع باعتبارها المتوقعة فى حالة تسوية التوزيع لأقرب صورة اعتدالية ، ونتبع هنا الخطوات الآتية :

---

(١) Normalizing

جدول رقم (٧:٤)

تحويل توزيع تجريبى إلى أفضل توزيع اعتدالى

(١) ف	(٢) ك م	(٣) الحد الأعلى للفئة	(٤) ح	(٥) ذ*	(٦) النسبة تحت الحد الأقصى	(٧) النسبة بين حدى الفئة	(٨) ك ع	(٩) ك ع
٩٤ -	١	٩٤,٥	٣٠,٦	٢,٥١	,٩٩٤	,٠١١٩	١,٧٨٥	١,٨
٨٩ -	٣	٨٩,٥	٢٥,٦	٢,١	,٩٨٢	,٠٢٧٦	٤,١٤٠	٤,١
٨٤ -	٨	٨٤,٥	٢٠,٦	,٦٩	,٩٥٤	,٠٥٤٨	٨,٢٢٠	٨,٢
٧٩ -	١٢	٧٩,٥	١٥,٦	١,٢٨	,٨٩٩٧	,٠٩١٩	١٣,٨٧٥	١٣,٨
٧٤ -	٢٨	٧٤,٥	١٠,٦	,٨٧	,٨٠٧٨	,١٣٠٦	١٩,٥٩٠	١٩,٦
٦٩ -	٣٦	٦٩,٥	٥,٦	,٤٦	,٦٧٧٢	,١٥٧٣	٢٣,٥٩٥	٢٣,٦
٦٤ -	١٢	٦٤,٥	٠,٦	,٠٥	,٥١٩٩	,١٦٠٥	٢٤,٠٧٥	٢٤,١
٥٩ -	١٨	٥٩,٥	٤,٤-	,٣٦-	,٣٥٩٤	,١٣٨٨	٢٠,٨٢٠	٢٠,٨
٥٤ -	١٠	٥٤,٥	٩,٤-	,٧٧-	,٢٢٠٦	,١٠١٦	١٥,٢٤٠	١٥,٢
٤٩ -	٨	٤٩,٥	١٤,٤-	١,١٨-	,١١٩٠	,٠٦٣١	٩,٤٦٥	٩,٥
٤٤ -	٨	٤٤,٥	١٩,٤-	١,٥٩-	,٠٥٥٩	,٠٣٣١	٤,٩٦٥	٥,٠
٣٩ -	٥	٣٩,٥	٢٤,٤-	٢,٠-	,٠٢٢٨	,٠١٤٨	٢,٢٢٠	٢,٢
٣٤ -	١	٣٤,٥	٢٩,٤-	٢,٤١-	,٠٠٨٠	,٠٠٨٠	١,٢٠٠	١,٢
	مج = ١٥٠					مج = ,٩٩٤٠		مج ك = ١٤٩,١

(*) ذ أو درجة معيارية والمصطلحان مترادفان .

ن = ١٥٠   م = ٦٣,٩   ع = ١٢,٢

أولا : نحدد الحد الأعلى لكل فئة من فئات الجدول ، ونرصد هذا الحد فى العمود الثالث فى نفس صف الفئة ، وبما أن الفئة الأولى فى الجدول هى ٩٠-٩٤ وطبقا للقواعد التى درجنا عليها وهى أن الحد الأعلى للفئة هو منتصف المسافة بينها وبين الفئة الأعلى منها ، فإن الحد الأعلى لهذه الفئة ٩٤,٥ ، ويكون الحد الأعلى للفئة السابقة عليها (أى الفئة ٨٥-٨٩) هو ٨٩,٥ . وهكذا حتى الفئة الأولى فى الجدول والتى حدها الأعلى ٣٤,٥ .

ثانيا : نحدد انحرافات الحدود العليا للفئات عن المتوسط ، وبما أن متوسط هذه المجموعة من الدرجات هو ٦٣,٩ فالانحراف عبارة عن باقى طرح المتوسط من الحد الأعلى لكل فئة . وبذلك يكون انحراف الحد الأعلى للفئة الأولى : ٩٤,٥ - ٦٣,٩ = ٣٠,٦ ، وانحراف الحد الأعلى للفئة الثانية : ٨٩,٥ - ٦٣,٩ = ٢٥,٦ ، وهكذا حتى الفئة الأخيرة وانحراف حدها الأعلى عن المتوسط هو : ٣٤,٥ - ٦٣,٩ = -٢٩,٤ ، ونرصد هذه الانحرافات فى العمود الرابع .

ثالثا : نقوم بتحويل هذه الانحرافات عن المتوسط إلى درجات معيارية بقسمتها على الإنحراف المعيارى* . وتكون الدرجة المعيارية للفئة الأولى :

$\frac{٣٠,٦}{١٢,٢}$ = ٢,٥١ ، والدرجة المعيارية للفئة الثانية $\frac{٢٥,٦}{١٢,٢}$ = ٢,١ وهكذا حتى الفئة الأخيرة ودرجتها المعيارية هى $\frac{-٢٩,٤}{١٢,٢}$ = -٢,٤١ ونرصد هذه القيم فى العمود الخامس .

رابعا : نستخدم الجدول (ب) فى الملحق ، الخاص بالمساحات تحت المنحنى الإعتدالى لنحدد النسب من المساحة التى تقع تحت الدرجات المعيارية لكل فئة من فئات الجدول ، وحيث نبحث فى العمود الثالث من الجدول (المساحة فى النسبة الكبرى) فنجد أن الدرجة المعيارية العليا الخاصة بالفئة ٩٠-٩٤ وهى ٢,٥١ تقع تحتها مساحة نسبتها ٩٩٤٠, فنرصد هذه القيمة فى العمود السادس ونجد أن

(*) وذلك تطبيقا للمعادلة (٧:١) د.م = $\frac{س - \bar{س}}{ع}$ حيث س - $\bar{س}$ = ح ونقوم هنا بقسمة ح أو الانحرافات على الانحراف المعيارى للدرجات فنحصل على ذ أو الدرجة المعيارية .

الدرجة المعيارية الخاصة بالفئة الثانية هى ٢,١ ويقابلها فى جدول (ب) القيمة ,٩٨٢١ وهكذا حتى الدرجة المعيارية فى آخر فئة وهى -٢,٤١ وتقابلها ,٠٠٨ ، وعلينا أن نلاحظ هنا أن القيمة المقابلة للدرجة المعيارية ٢,٤١ هى ,٤٩٢٠ ، غير أن هذه الدرجة المعيارية بالسلب أى أنها أقل من المتوسط ، وبما أن المتوسط أو الدرجة المعيارية تحتجز قبلها ,٥ من مساحة المنحنى ، فنطرح المساحة الخاصة بأية درجة معيارية سالبة من ,٥ لتحديد المساحة المحتجزة قبلها . وتتبع نفس القاعدة بالنسبة لكل الدرجات المعيارية السالبة فى جدول (٤ : ٧) والتى تبدأ من الفئة ٥٥ - ٥٩ .

خامسا: يتضمن العمود السابع نسب المساحات تحت المنحنى الإعتدالى الواقعة بين حدى الفئة ، ونحدد هذه النسب من المساحة من أسفل الجدول إلى أعلاه . فنبدأ بالفئة الدنيا ٣٠-٣٤ حيث نجد أن النسبة التى تقع تحت حدها الأقصى هى ,٠٠٨٠ ، وهى أيضا النسبة التى تقع بين حديها فنرصدها كما هى أمام الفئة فى العمود السابع ، ونصعد إلى الفئة الأعلى منها وهى الفئة ٣٥-٣٩ والتى يقع تحتها نسبة تبلغ ,٠٢٨٨ ومن هذه النسبة رأينا أن ,٠٠٨ يقع تحت الفئة الأقل منها ، أى أن النسبة المحصورة بين حديها وحدها هى ,٠٢٢٨ - ,٠٠٨٠ = ,٠١٤٨ فنرصد هذه القيمة فى العمود السابع أيضا أمام الفئة ٣٥-٣٩ وهكذا أى أننا نطرح كل قيمة فى عمود ٦ من القيمة السابقة عليها فى نفس العمود ونرصدها فى عمود ٧ حتى نصل إلى القيمة العليا والناتجة عن طرح ,٩٨٢١ من ,٩٩٤٠ وتساوى ,٠١١٩ والمفروض أن تكون مجموع قيم هذا العمود مساوية للواحد الصحيح لأنها تعبر عن مجموع المساحة تحت المنحنى الاعتدالى ، إلا أننا نجد فى الواقع أن مجموعها أقل بفروق عشرية محدودة عن الواحد الصحيح نتيجة لوجود حالات قليلة للغاية فى ذيلى المنحنى لاتدخل فى الاعتبار .

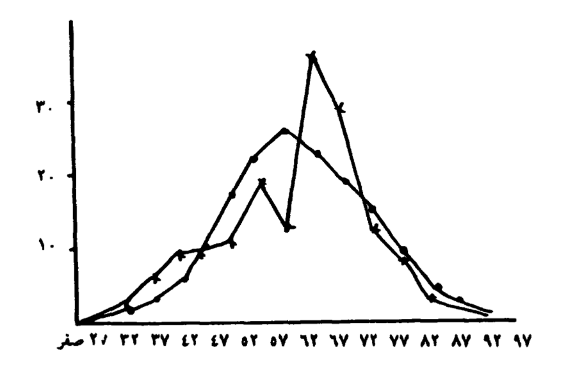
سادسا: نحسب فى الخطوة الأخيرة النسبة المتوقعة من الحالات فى عينتنا فى المساحات الخاصة بالمنحنى بعد الحصول على المساحة الخاصة بكل فئة وذلك بضرب كل قيمة من قيم العمود السابع فى حجم العينة أى فى ١٥٠ ، فنحصل على التكرارات المتوقعة لكل فئة من أسفل إلى أعلى الجدول على الوجه الآتى :

تكرار الفئة (٣٠-٣٤) = ١,٢ (١٥٠ × ٠,٠٠٨٠) ، وتكرار الفئة (٣٥-٣٩) = ٢,٢٢ (١٥٠ × ٠,٠١٤٨) وهكذا حتى الفئة الأخيرة أو أعلى فئة فى الجدول ٩٠-٩٤ والتى يساوى تكرارها ١,٧٨٥ أى (١٥٠ × ٠,٠١١٩) .

سابعا : قيم العمود التاسع هى نفسها قيم العمود الثامن أى التكرارات المتوقعة ، ولكن بعد تقريبها إلى رقم عشرى واحد باتباع قواعد التقريب التى أشرنا إليها فى الفصل الثالث . ويوضح الشكل رقم (٧:٤) مضلع الدرجات الأصلية لهذه المجموعة من الدرجات والمنحنى الناتج عن التحويل إلى توزيع اعتدالى .

شكل رقم (٧:٤)

تحويل توزيع تجريبى إلى اقرب شكل اعتدالى



تمارين على الفصل السابع

١ - فيما يلى درجات عشر أفراد على اختبار للمرونة العقلية طبق على عينة من ١٠٠ شخص وكان متوسطهم ٢٢ درجة والانحراف المعيارى ٤ .

١٦ ، ٦ ، ٨ ، ٢٢ ، ١٥ ، ٢٤ ، ٢٩ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢٠ .

أ - احسب الدرجات المعيارية لهؤلاء الأفراد .

ب - حول هذه الدرجات الخام إلى درجات تائية متوسطها ٥٠ وانحرافها المعيارى ١٠ .

٢ - حصل أربعة أفراد على الدرجات الآتية على ثلاثة من الإختبارات اللفظية الفرعية فى مقياس وكسلر ، وكانت المتوسطات والانحرافات المعيارية للعينة كلها التى منها هؤلاء الأربعة كالآتى :

الاختبار	م	ع
المتشابهات	١٤	٢
مدى الأرقام	٦	٢
المفردات	١٦	٣

درجات الأفراد الأربعة :

	المتشابهات	مدى الأرقام	المفردات
١ -	١٤	٢	١٢
٢ -	٨	٨	٢٠
٣ -	٩	٣	١٤
٤ -	١٦	٦	١٠

قارن بين أداء هؤلاء الأفراد على الاختبارات الثلاثة معا ورتبهم فى ضوء تدرج مجموع درجاتهم المعيارية ، مستخدما فى حسابك أحدى الدرجات المعيارية المعدلة التى درستها فى هذا الفصل .

٣ - حدد نسبة الأفراد الواقعة بين الدرجات المعيارية الآتية ، وعدد الأفراد فى كل نسبة فى ضوء أحجام العينات فى كل حالة من الحالات الآتية :

أ - بين الدرجتين المعياريتين ٣,   ، ١,٢ فى عينة حجمها ١٢٠

ب - بين الدرجتين المعياريتين -٤,   ، ٨,   فى عينة حجمها ٥١٢

جـ - بين الدرجتين المعياريتين -١,٢ ، -١,٨ فى عينة حجمها ٤٢٠

٤ - حول التوزيع الآتى لدرجات ٣٠٠ طالب فى اختبار للطلاقة اللفظية إلى أقرب توزيع اعتدالى :

الفئات	التكرارات	الفئات	التكرارات
٨٠ - ٨٤	٢	٤٥ - ٤٩	٤٦
٧٥ - ٧٩	٦	٤٠ - ٤٤	٣٠
٧٠ - ٧٤	١٥	٣٥ - ٣٩	١٦
٦٥ - ٦٩	٢٩	٣٠ - ٣٤	٢٥
٦٠ - ٦٤	٢١	٢٥ - ٢٩	٢٠
٥٥ - ٥٩	٣٧	٢٠ - ٢٤	٨
٥٠ - ٥٤	٤٢	١٥ - ١٩	٣

٥ - استخرج من جدول (ب) النسبة الصغرى والنسبة الكبرى للدرجات المعيارية الآتية :

١,٣ ، -٢,٤ ، ١,٦٢ ، -٥٦, .

٦ - احسب المساحة بين كل نسبتين للدرجات المعيارية الآتية :

(١,٥٥ ، ٢,١٤) (١,٤ ، -٨,) (-٩٦, ، ١,٨) .

الفصل الثامن
مدخـل إلى الإرتبـاط

كانت التوزيعات التى تعرضنا لها فى الفصول السابقة خاصة بمتغير واحد فقط ، تبينا خلالها كيف نستطيع ملاحظة نمط تشتت قيم هذا المتغير ، والخصائص المختلفة لتوزيعه ، ومدى اقتراب أو تشابه توزيع القيم من شكل معين من أشكال المنحنيات التى أوضحناها . غير أن الظواهر فى أى مجال من مجالات الحياة أو الطبيعة لاتتباين أو تتغاير فى فراغ أو فى استقلال وانفصال عن غيرها من الظواهر . فإذا تناولنا بعض القدرات أو السمات النفسية بالملاحظة فستتبين تعلقها ببعضها البعض[1] ، من ذلك أن من يحصلون على درجات مرتفعة فى اختبار للذكاء يحصلون على درجات مرتفعة فى امتحاناتهم المدرسية ، وأن من يحصلون على درجات مرتفعة فى اختبارات السرعة يحصلون على درجات منخفضة فى اختبارات الدقة ، بينما من ترتفع درجاتهم فى استبيان العصابية ، ترتفع درجاتهم بالمثل على مقاييس القلق .

وقد نلاحظ هذه العلاقات بين متغيرين من خلال بصيرتنا السيكولوجية وأهتمامنا بسلوك الناس أو أدائهم ، إلا أن هذا لا يكفى ، إذ أن العلاقة أو الارتباط بمعناه العلمى بين أى ظاهرتين لا يتحدد من خلال هذه الملاحظة الشخصية المباشرة وحدها ، ولكن من خلال حساب معامل إحصائى بين مجموعتين من قيم هاتين الظاهرتين ، ونطلق على هذا المعامل الإحصائى اسم معامل الارتباط .

وقد اكتشف الكثير من العلاقات فى مجال العلوم الإنسانية ، وعلم النفس على وجه الخصوص ، من خلال حساب معاملات الارتباط . لم تكتشف فقط علاقات كانت موضع ملاحظة سابقة من بعض الناس ، بل اكتشفت أيضاً وتأكدت علاقات كثيرة بين متغيرات لم تكن العلاقة بينها معروفة أو ملاحظة من قبل .

---

(١) Correlation

وقد سبق الإشارة إلى جهود عالم النفس الإنجليزى سير فرانسيس جالتون ، والذى كان أول من اهتم بالارتباط ، وكانت المشكلة الأولى التى أثارت اهتمامه هى العلاقة بين سمات الآباء وسمات أبنائهم ، وقد ابتكر جالتون أسلوب معامل الارتباط ليحسم فى ما إذا كان هناك ارتباط بين طول قامة الأبناء الراشدين وطول قامة الآباء.

ولم يكن اهتمام جالتون بهذه المشكلة ومثيلاتها نابعاً من فراغ ، فالواقع أن هذه المشكلات ، وكل التطورات التى حدثت فى مجال الإحصاء التطبيقى كانت نتيجة للاهتمام الكبير بالملاحظات العلمية وقياس الفروق الفردية فى الخصائص المختلفة سواء فى النبات أو الحيوان ، أو الإنسان فى خصائصه البيولوچية أو النفسية.

ومنذ ذلك الوقت أتسع استخدام أسلوب الارتباط لفحص العديد من العلاقات فى المستوى الإنسانى ، من ذلك السؤال عن ماهو الارتباط ؟ ، إذا كان هناك ارتباط على الإطلاق ، بين حجم الجمجمة وبين الذكاء ؟ هل الأشخاص أصحاب الرؤوس الصغيرة والجبهات الضيقة هم أصحاب الذكاء المنخفض ؟ لا يمكن الحسم فى إجابة مثل هذه الأسئلة إلا من خلال معامل الارتباط . وتعتمد الإجابة بالطبع على حصولنا على عينة من الأفراد ، نقيس حجم جمجمة كل منهم ، وبقدر دقتنا فى قياس أحجام رؤسهم وقياس نسب ذكاءهم ، بقدر دقة النتيجة التى نحصل عليها عن الارتباط بين هذين المتغيرين (حجم الجمجمة والذكاء) . وهناك غير ذلك الكثير من الأسئلة التى كانت إجابتها بالإيجاب ، والأسئلة التى كانت إجابتها بالسلب ، وفى كل الحالات يتعين أن تكون البيانات الأولية الخاصة بكل متغير من المتغيرين الذين نحسب الارتباط بينهما دقيقة (ثابتة) وصحيحة (صادقة) بقدر الإمكان ، وطالما نستخدم فى الحصول عليها أدوات واختبارات مختلفة ، فعلينا أن نلتزم الأسس والقواعد والشروط التى يوفرها لنا القياس النفسى لتحقيق ثبات وصدق هذه الادوات العلمية للملاحظة والقياس .

يضاف إلى ذلك ضرورة أن تكون قياساتنا وملاحظاتنا عن المتغيرين متسعة وقائمة على عينات كبيرة ، إذا كنا نهدف إلى استخدام مانخرج به من نتائج لخدمة

أهداف الإستدلال منها على المجتمع الخارجى ، وفى هذا علينا الرجوع إلى إحصاء العينات وحساب الإحتمالات حتى نقف على أرض صلبة .

الارتباط مقياس للعلاقة او التغاير المشترك[1] :

يشير الارتباط إلى قدر من العلاقة أو التلازم[2] بين متغيرين ، ويعنى ذلك أن التغيرات أو الفروق فى قيم قياسات المتغير الأول ، مرتبطة بقدر ما ، كبر أو صغر ، بتغيرات مناظرة فى قياسات المتغير الآخر .

وعلينا أن نلاحظ الفرق الهام هنا بين الارتباطات غير التامة التى نلاحظها فى مجال الظواهر النفسية والإجتماعية ، وبين الإرتباطات الثابتة والتامة التى لا تختلف من حالة لأخرى بين مساحة الدائرة وقطرها مثلا . ففى المتغيرات النفسية نجد أننا رغم تأكدنا إحصائياً ، من خلال معامل الإرتباط ، أن هناك علاقة إيجابية واضحة بين الذكاء والتحصيل إلا أننا نستطيع أن نلاحظ أن هناك بعض الإستثناءات حيث نجد بعض الأذكياء ضعاف التحصيل ، أو بعض المتفوقين فى التحصيل ضعاف فى نسب ذكائهم . نحن نستخدم معامل الإرتباط إذن لتحديد مقدار واتجاه علاقات متغيرة ، وعلاقات غير تامة فى الوقت نفسه .

ويمكننا أن نجد الأنواع الآتية من الاسئلة الإحصائية فى مجال التغاير الثنائى والتوزيعات الخاصة بمتغيرين معاً :

١- هل هناك ارتباط بين قياسات متغيرين بين توزيعهما المشترك علاقة معقولة ؟

٢- إذا وجدت مثل هذه العلاقة ، فكيف يرتبط المتغيرين ، وإلى أى مدى (مقدار) يرتبطان ؟

٣- إلى أى مدى يمكننا القيام باستدلالات أو الخروج بتعميمات عن متغير من الآخر ، بناء على هذا الارتباط ، بمعنى آخر ، هل يمكننا أن نستدل من قيم أحد المتغيرين على قيم الآخر ، عندما نجد أنهما مرتبطين معا ؟

---

(١) Covariation

(٢) Concomitance

٤ - إذا كان هناك تباين عشوائى بين متغيرين فى المجتمع ، وكان التباين العشوائى يجعل ارتباطهما صفريا ، فهل يختلف معامل الإرتباط الذى نخرج به من ملاحظة تباين مشترك بين هذين المتغيرين ، فى عينة ، عن تباينهما الصفرى، فى المجتمع ، اختلافا دالا ؟

٥ - إلى أى مدى يمكننا القيام بتعميمات أو الخروج باستدلالات عن مقدار الإرتباط فى تباينات ثنائية فى المجتمع ، من البيانات الخاصة بالإرتباطات الناتجة عن عينات مسحوبة من هذا المجتمع ؟

يناقش منطق الإرتباط ، وخطواته الحسابية وصياغاته الاحصائية الأسئلة الثلاثة الاولى ، ويجيب عليها ، بينما تندرج الإجابة على السؤالين الرابع والخامس فى مجال تقدير معلمات المجتمع واختبارات الدلالة الإحصائية .

الأسس المنطقية للتباين الثنائى بين متغيرين :

عندما نتبين وجود شئ ما مشترك بين متغيرين ، بحيث يؤدى هذا الشئ المشترك إلى إمكان المناظرة بين أزواج القياسات الخاصة بهما لدى عينة ما ، فإن هذه المزاوجة أو هذا التناظر يعنى تغايرا ثنائيا أو تباينا ثنائيا مشتركا بينهما . ويتعين أن يكون هناك منطق معين خلف هذا التباين الثنائى ، وإلا فإنه يكون من التعسف أن نحسب الإرتباط بينهما . من ذلك مثلا أنه يمكننا أن نجد تباينا مشتركا بين متغيرين على امتداد الزمن ، ومثل هذا الأساس للتغير المشترك لا يكون له قيمة حقيقية ، فعلى امتداد الزمن يحدث تغاير فى كل الظواهر دون أن يكون هذا التغاير مشتركا . من ذلك مثلا أنه على أمتداد فترة زمنية معينة قد نجد زيادة فى أسعار المنتجات ، مع زيادة فى نسبة الطلاق ، وقد نجد زيادة فى معدلات الزواج ، مع زيادة فى معدلات الانتحار ، أو زيادة فى مستوى التعليم مع الزيادة فى إنتاج الحبوب ، مثل هذا التغاير على امتداد الزمن لا منطق وراءه ولا يمثل تباينا مشتركا فالمتغيران اللذين نقوم بحساب ما بينهما من ارتباط يتعين أن يكونا على صلة بعضهما بالبعض بشكل ما ، صلة مفهومة وواضحة الأساس ، وأكثر الصلات المقبولة والموحية بوجود علاقة بين متغيرين تسمح لنا بحساب ارتباطهما هى الآتى :

١- هوية الكائن الفردى سواء فى المستوى الإنسانى أو الحيوانى . بمعنى أنه إذا كان المتغيرين حالتين أو ظاهرتين أو سمتين لدى الفرد الواحد ، فإن وجودهما معا لدى هذا الفرد الواحد ، هو ما يسمح لنا ببحث مقدار واتجاه الإرتباط بينهما لدى عينة من الأفراد .

٢ - علاقة الدم بين السلالات أو التوائم أو الإخوة ، فوجود هذه العلاقة المشتركة بين أفراد مختلفين ، يسمح لنا بافتراض علاقات معينة بين سماتهم والتقدم لاختبار الارتباطات بين هذه العلاقات .

٣ - العلاقة الاجتماعية بين أفراد مختلفين والتى تؤدى إلى تأسيس هوية جديدة بينهم كعلاقة الزواج مثلا بين رجل وامرأة فمثل هذه العلاقة تمكننا من افتراض متغيرات ثنائية التباين فيما بينهما . والواقع أن الفئة الأولى من المتغيرات فى مجال هوية الأفراد هى أكثر العلاقات التى يتمثل فيها الأساس المنطقى للارتباط . ففى مجال علم النفس يكون الأفراد هم العناصر الأساسية التى يمكن من خلالها تصور تباين مشترك بين سماتهم النفسية ، فإذا رغبنا فى تقدير العلاقة بين الذكاء (لدى الفرد) وبين المرونة (لدى نفس الفرد) فاننا نحصل على البيانات الخاصة بكل من الذكاء والمرونة لدى كل فرد من أفراد عينة ما ، بحيث نحصل على قياسين من كل فرد لهذين المتغيرين .

تصنيف انواع التباين الثنائى فى ضوء طبيعة درجة كل من المتغيرين :

تعرضنا من قبل للمتغيرات المتصلة والمتقطعة أو المنفصلة وتبينا الفروق بينها، وهى فروق تؤدى إلى اختلاف فى معانى الدرجات المستخدمة فى التعبير عنها . وعلى هذا فإن التوزيعات الخاصة بتباينات ثنائية بين متغيرين ، تعتمد على طبيعة المتغيرات ذات العلاقة المشتركة ، وتأخذ أشكالا مختلفة بناء على طبيعة كل متغير . ويترتب على ذلك بالتالى تعدد أساليب حساب الارتباط بين هذه المتغيرات ، وبينما نجد ان كل أساليب حساب الإرتباط تتعامل مع متغيرين فقط لتقدر حجم واتجاه العلاقة بينهما ، بما يجعلنا نطلق عليها اسم أساليب حساب

الارتباط البسيط ، فإننا نجد أيضا أساليب لحساب الارتباط المتعدد[1] أى الارتباط بين مجموعة من المتغيرات النفسية ومتغير آخر قديكون محكا خارجيا أو متغيرا تابعا بدرجة ما ، ومجموعة المتغيرات الأخرى هى المتغيرات المستقلة .

ويمكن تصنيف التوزيعات الخاصة بالتباين الثنائى بين متغيرين بناء على الأسس التى ذكرناها الآن فى خمس فئات رئيسية على الوجه الآتى :

الفئة الأولى : والتى يتضمن فيها كلا المتغيرين تكرارات غير مرتبة ، وحيث تعامل التكرارات فى الفئة بوصفها قياسات المتغير . من ذلك مثلا الارتباط بين لعب كرة القدم والنجاح فى امتحان آخر العام لدى عينة من الطلاب ، فكل فرد من أفراد هذه العينة يحصل على تكرار فى أىّ من فئتى « لاعب - غير لاعب » ، وتكرار فى أىّ من فئتى « ناجح - وراسب » دون اعتبار لترتيب الأفراد فى النجاح من حيث مستواهم أو درجاتهم .

الفئة الثانية : أن يتضمن كل متغير من المتغيرين رتبا[2] دون اعتبار للقيمة الكمية لكل رتبة مع الاكتفاء بترتيبها تصاعديا أو تنازليا . من ذلك مثلا أن نحسب الارتباط بين ترتيب نجاح مجموعة من التلاميذ وبين ترتيب وصولهم إلى المدرسة ، فقد يكون الأول والثانى والثالث فى ترتيب النجاح حاصلين على مجموع درجات كالآتى على التوالى ٢١٠ ، ١٨٠ ، ١٧٩ وحيث لانهتم بالقيمة العددية لدرجات النجاح بقدر اهتمامنا بترتيب هذه الدرجات من الأكبر إلى الأصغر إلى الأقل دون اعتبار لما إذا كان الفرق بين الأول والثانى أقل أو أكبر من الفرق بين الثانى والثالث . وقد يكون الأول والثانى والثالث فى ترتيب الوصول إل المدرسة كالآتى ٧,٣٠ ، ٧,٣٥ ، ٨,٠٠ صباحا وحيث لانهتم بالفروق الكمية ولكن بالترتيب أو الرتب بين الأفراد على المتغيرين .

الفئة الثالثة : أن يتضمن كلا المتغيرين قياسات كمية متصلة[3] . كأن نحسب الارتباط بين درجات اختبار فى الحساب ودرجات اختبار فى المعلومات ، وحيث نخرج من كل اختبار من الاختبارين بدرجة تمثل تقديرا كميا لأداء الفرد .

---

(١) Multiple Correlation

(٢) Ranks

(٣) Measures

الفئة الرابعة : هى التى نجد أن أحد المتغيرين فيها عبارة عن تكرارات فى فئة غير مرتبة ، بينما المتغير الثانى عبارة عن قياسات كمية متصلة ، أى حالة يتم فيها المزج بين متغيرات الفئة الأولى والفئة الثالثة . كأن نحسب الارتباط بين نسبة ذكاء عينة من الأفراد ، وبين كون كل فرد منهم « ذكر - أو أنثى » .

الفئة الخامسة : هى التى تكون فيها تقديرات المتغير الأول رتبا ، بينما تكون قيم المتغير الثانى قياسات كمية متصلة ، وهى أيضا حالة نمزج فيها بين متغيرات الفئة الثانية ومتغيرات الفئة الثالثة ، من ذلك أن نحسب الارتباط بين ترتيب عينة من الافراد فى مهارة اللعب وبين درجاتهم على اختبار للسرعة الادراكية . ولكل فئة من هذه الفئات الخمس أسلوب خاص لحساب الارتباط بينها ، يعتمد على النسق الرياضى الذى تدخل فى اطاره هذه المعانى للأرقام التى نشير بها لمتغيراتنا (فرج ، ١٩٨٠ب ، ص ٩١- ٩٨)

وقد تتضمن كل فئة من الفئات السابقة حالات مختلفة ، وعلينا أن نتعرف على خصائص كل حالة من هذه الحالات ، ونتعرف على الأسلوب الإحصائى المناسب، ونوع الارتباط المقبول فيها قبل البدء فى عرض الاجراءات والخطوات الحسابية لكل أسلوب منها .

نوع البيانات ومعامل الارتباط المناسب :

١- تتضمن متغيرات الفئة الأولى ، والتى اشرنا إليها باعتبارها تعبر عن تكرارارت غير مرتبة للمتغير ، حالتين كالآتى :

(أ) علاقة بسيطة تأخذ شكل جدول مركب[١] ٢ × ٢ أى مكون من صفين وعمودين يمثل الصفين فئتى المتغير الأول وليكن متغير الجنس مثلا (ذكور - أناث) ويمثل العمودين فئتى المتغير الثانى مثلا وليكن متغير التعليم (أمى- غير أمى) ويحسب الارتباط فى حالة هذه المتغيرات ذات التصنيف الثنائى المنفصل[٢] بمعامل ارتباط فاى[٣] .

---

(١) Crosstable

(٢) Dichotomy

(٣) Phi Correlation (ϕ)

(ب) إذا كان أحد المتغيرين أو كليهما ينقسم إلى عدد من الفئات يزيد عن فئتين بحيث يكون الجدول ٢ × ٣ أو ٣ × ٣ أو أكثر فإننا نستخدم معامل التوافق[١] ، حيث لايصلح معامل فاى فى هذه الحالة .

٢ - يستخدم معامل ارتباط الرتب[٢] لسبيرمان فى حالة المتغيرات التى تمثل الدرجات عليها رتبا .

٣ - فى حالة حساب الارتباط بين متغيرين قيمهما عبارة عن درجات متصله كالقياسات المعتادة باستخدام الاختبارات أو الاستبارات التى نحصل عليها من عينات من الأفراد ، وهى البيانات الأكثر شيوعا فى مجال البحوث النفسية ، نجد عددا من الحالات الفرعية كالآتى :

(أ) عندما يكون توزيع المتغيرين متصلا[٣] ، والعلاقة بينهما مستقيمة[٤] فيمكننا استخدام معامل ارتباط بيرسون بأكثر من طريقة ، من ذلك طريقة الانحرافات النسبية لأزواج القيم المتناظرة ، أو من حاصل ضربهما . ويسمى الاجراء الأخير باسم معامل ارتباط العزوم[٥] وهو أكثر أساليب حساب الارتباط استخداما فى علم النفس .

(ب) نستخدم معامل الارتباط الثنائى[٦] فى حالة ما إذا كان أحد المتغيرين ذو توزيع متصل والآخر ، ثنائى التوزيع مثلا الارتباط بين درجات اختبار للتوافق الاجتماعى ، والثنائى « أعلى من ١٠٠ نسبة ذكاء - مقابل أقل من ١٠٠ نسبة ذكاء » .

(جـ) يحسب الارتباط بين متغير متصل التوزيع ، وآخر ثلاثى الفئات ، باستخدام معامل الارتباط الثلاثى[٧] .

---

(١) Contingency Coeffcient (C)

(٢) Rank order

(٣) Continuously Distributed

(٤) Linear

(٥) Product-Moment Method

(٦) Biserial : rbi

(٧) Triserial : r

(د) أما فى حالة القيم المصنفة تصنيفا ثنائيا فى المتغيرين معا (قيم متصله مصنفة وليس تكرارات فى فئتين) فيستخدم معامل الارتباط الرباعى[١].

(هـ) فى حالة حساب الارتباط بين متغيرين متصلين بينهما علاقة منحينة[٢] أو غير مستقيمة ، فنستخدم أولا أسلوبا لأختبار عدم الاستقامة ، وننتهى بمعامل ارتباط يعرف بإسم معامل إيتا[٣] .

٤ - الفئة الرابعة التى تتضمن الارتباطات بين تكرارات غير مرتبة فى فئة ومقاييس متصلة ، توجد فيها ثلاث حالات :

(أ) الحالة التى تتضمن متغيرا به تكرارات مصنفة فى فئتين كمتغير الجنس مثلا (ذكور - أناث) بينما المتغير الآخر ذو قيم متصلة فنستخدم هنا معامل الارتباط الثنائى الأصيل[٤] .

(ب) الحالة التى تتضمن فئات تكرارية تزيد عن فئتين فى أحد المتغيرين ، بينما المتغير الثانى متصل التوزيع يستخدم معامل ارتباط ايتا .

(جـ) الحالة التى تتضمن متغيرا تصنف تكراراته فى فئتين أو أكثر مع متغير آخر متصل ضيق التوزيع يتضمن متصلا من فئتين أو أكثر قليلا ، يمكن أن يحسب الارتباط فيها بمعامل فاى إذا كان المتغيرين مزدوجى الفئات ، أو بمعامل التوافق إذا كانت فئاتهما أكثر من ذلك .

٥ - الفئة الخامسة التى تتضمن متغيرين أحدهما قيمة رتبا للأفراد والآخر قيما متصله أو أقسية ، يحسب الارتباط بينهما بأن نقوم أولا بتحويل القيم المتصله إلى سلسلة من الرتب (أى بترتيب الأفراد حسب درجاتهم) ثم نستخدم معامل ارتباط الرتب لسبيرمان كمقياس لارتباطهما .

وعلى هذا يصبح من الضرورى ملاحظة طبيعة القيم على المتغيرين وما تعنيه ، والتعرف على طبيعة ونوع معامل الارتباط المناسب ، لأن استخدام أسلوب

---

(١) Tatrachoric
(٢) Curve Linear
(٣) Eta : n
(٤) Point Biserial : rrb

دون الآخر في موضع غير مناسب ، يؤدى ، ليس فقط ، لعدم تمكننا من معرفة معامل الارتباط بين المتغيرين إذا كان بينهما ارتباط ، بل يؤدى أيضاً إلى تشويه مباشر للبيانات التى نتعامل بها ، بحيث تفقد صلاحيتها للمعالجة الاحصائية بالصورة التى عولجت بها .

قوة الارتباط واتجاهه :

عندما يوجد ارتباط بين متغيرين بينهما تباين ثنائى ، فإننا نحسب هذا الارتباط بأحد أساليب الارتباط المناسبة لطبيعة هذين المتغيرين وطريقة تباين كل منهما ، ونخرج من هذا بمعامل للارتباط ، عبارة عن تقدير كمى للارتباط أو التباين المشترك بينهما . ولمعامل الارتباط الذى نخرج به خاصيتين أساسيتين هما قوته أو مقداره ، واتجاهه بالإيجاب أو السلب ، ولكل خاصية من هاتين الخاصيتين أهمية ودلالة فى فهم طبيعة ودرجة الارتباط بين المتغيرين.

قوة الارتباط : يترواح ارتباط أى متغيرين بين +١,٠ ، -١,٠ مرورا بالصفر ، وهو غالبا فى قيمته العددية كسر من الواحد الصحيح سواء موجب أو سالب ، فإذا تركنا جانباً الآن ، الاشارة سواء أكانت موجبة أو سالبة ، واتجه اهتمامنا إلى القيمة العددية لهذا المعامل ، فسنجد أن الحالات القليله التى يكون فيها الارتباط مساويا للواحد الصحيح حالات نادرة وهى تعنى تلازما محكما فى التغاير بين المتغيرين ، وعندما تُمثل هذه العلاقة فى شكل تخطيط إنتشار[١] كالمبين فى شكل (١:٨) فإننا نلاحظ أن المتغيرين يتضمنان تناظرا محكما فى قيمهما لدى أفراد المجموعة بحيث يتزايدان معاً ويتناقصان معاً بأحكام شديد ونجد فى هذه الحالة أن الخط المعبر عن العلاقة بين المتغيرين يمتد باستقامة شديدة من أسفل يسارا إلى أعلى يمينا أو من أعلى يسارا لأسفل يمينا فى حالة الارتباط التام السالب ، ويبين الشكل تخطيط الانتشار لقيم المتغيرين س ، ص لدى عينة من ١٠ أفراد كالآتى :

س : ٢٠ ، ١٨ ، ١٦ ، ١٤ ، ١٢ ، ١٠ ، ٨ ، ٦ ، ٤ ، ٢

ص : ١٠ ، ٩ ، ٨ ، ٧ ، ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١

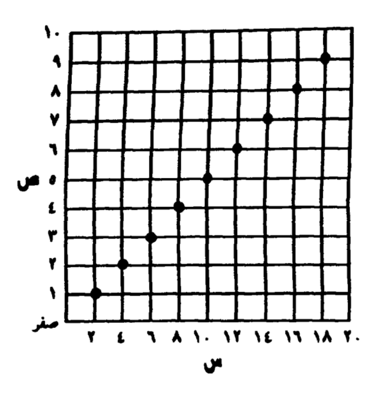
---

(١) Scattergram

شكل رقم (٨:١)

تخطيط الانتشار لقيم س ، ص لعينة من ١٠ افراد

(ارتباط تام)



غير أن هذا التلازم المحكم فى التغاير لايوجد فى الواقع الخارجى ، وعندما يوجد فإنه يعنى إما أننا نتعامل مع ظاهرة واحدة بأسمين مختلفين . وأما أننا نتعامل مع جانبين لظاهر واحدة ، أو أننا نتعامل مع علاقة ثابتة بين المتغيرين كالعلاقة بين مساحة الدائرة ونصف قطرها . أما العلاقات التجريبية بين المتغيرات ذات التباين الواسع فإنها تتضمن إستثناءات متعددة ، ويقدر حجم هذه الاستثناءات وتعدد ظهورها بقدر بعدنا عن معامل تام للارتباط ، وحصولنا على معامل يقل عن الواحد الصحيح . ويوضح تخطيط الانتشار لقيم المتغيرين س ، ص الآتيين لدى عينة من ١٠ أفراد مثال لهذه الحالة التى يبينها شكل رقم (٨:٢)

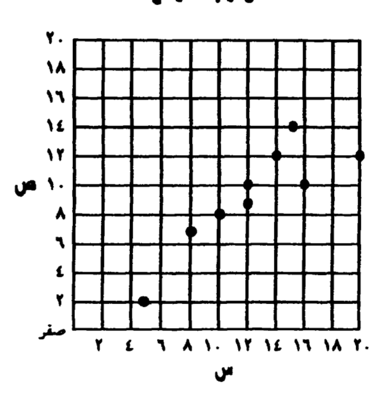
س: ٢٠ ، ١٨ ، ١٦ ، ١٥ ، ١٤ ، ١٢ ، ١٢ ، ١٠ ، ٨ ، ٥

ص: ١٢ ، ١٦ ، ١٠ ، ١٤ ، ١٢ ، ١٠ ، ٩ ، ٨ ، ٧ ، ٢

شكل رقم (٢ : ٨)

تخطيط انتشار لقيم س ، ص لعينة من ١٠ أفراد

(معامل ارتباط مرتفع)



ويمكننا أن نلاحظ هنا أيضاً أن خط الانحدار ، أو الخط المعبر عن الارتباط بين المتغيرين ليس خطا منتظما ، بل به بعض الخلل في مناطق معينة ، وإن كان يأخذ الاتجاه العام نفسه ، من أسفل يسارا إلى أعلى يمينا في حالة الارتباط الموجب، ومن أعلى يسارا لأسفل يمينا في حالة الارتباط السالب . وتعني هذه الحالة وكذلك الحالة السابقة أن قيم المتغيرين متلازمة تلازما شديدا وأن العلاقة بينهما كبيرة ، وكلما اقتربت قيمة معامل الارتباط من الواحد الصحيح كلما كانت العلاقة أكثر أحكاما والارتباط قويا* .

(*) لاحظ أن القيمة العددية المطلقة لمعامل الارتباط لاتعد وحدها ذات أهمية عندما نتجه إلى القيام باستدلالات عن المجتمع الخارجي من ارتباطات المتغيرات في العينات ، وأن الاستدلال في هذه الحالة تحكمه الاعتبارات الخاصة بالعينات والاحتمالات .

وقد يكون الارتباط صفريا ، أى لايكون هناك ارتباط على الاطلاق وحيث تتشتت قيم كل متغير بشكل عشوائى يلغى الإيحاء بوجود تباين ثنائى بينهما .

اتجـاه الارتـباط :

سواء أكان الارتباط بين المتغيرين تاما ، قويا أو ضعيفا ، فإنه يأخذ أحد اتجاهين ، إما أن يكون موجبا أو يكون سالبا . ويعنى الارتباط الموجب أن التلازم فى التغاير بين المتغيرين يسير فى اتجاه واحد ، أى أن الزيادة فى أحدهما تصحبها زيادة فى الآخر ، والنقص فى أحدهما يصحبها نقص فى الآخر . من ذلك الارتباط بين سرعة السيارة واستهلاكها للوقود ، فكلما ازدادت سرعتها كلما ازداد استهلاكها للوقود . وكذلك الارتباط الإيجابى بين الذكاء والتحصيل ، والتوافق والمرونة . وعندما نرسم تخطيطا لتشتت متغيرين مرتبطين ارتباطا موجبا تاما ، فإن هذا التخطيط يأخذ الأتجاه المبين فى شكل (١ : ٨) إذا كان ارتباطا موجبا تاما ، ويأخذ الاتجاه المبين فى شكل (٢ : ٨) إذا كان ارتباطا موجبا غير تام .

أما إذا كان ارتباطا سالبا فإنه يعنى أن الزيادة فى قيم أحد المتغيرين يصحبها تناقصا فى قيم المتغير الآخر ، من ذلك مثلا الارتباط بين ضغط الغاز وحجمه ، فكلما زاد ضغط الغاز فى حيز ، كلما قل حجمه ، وكلما قل الضغط زاد الحجم ، أو الارتباط السالب بين السواء والقلق ، أو السرعة والدقة . وعندما نرسم تخطيطا لانتشار متغيرين بينهما ارتباط سلبى تام ، كالحالة بين المتغيرين الآتيين س ، ص :

س : ٢٠ ، ١٨ ، ١٦ ، ١٤ ، ١٢ ، ١٠ ، ٨ ، ٦ ، ٤ ، ٢

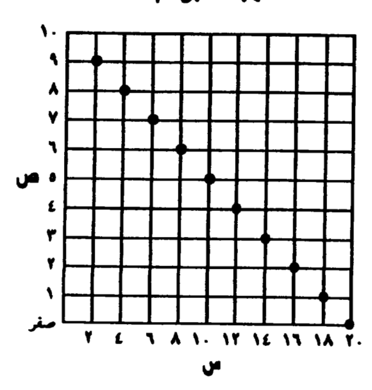
ص : ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩

فإن هذا التخطيط يأخذ الشكل الآتى رقم (٣ : ٨)

شكل رقم (٣ : ٨)

تخطيط انتشار للمتغيرين س ، ص

(ارتباط سلبى تام)



أما الارتباط السلبى غير التام فانه يأخذ الشكل الآتى (٤ : ٨) المعبر عن علاقة سلبية غير تامة بين المتغيرين س ، ص وهو هنا ارتباط ضعيف .

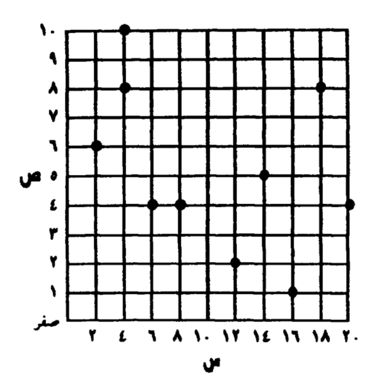
س : ٢٠ ، ١٨ ، ١٦ ، ١٢ ، ١٠ ، ٨ ، ٦ ، ٤ ، ٢

ص : ٤ ، ٨ ، ٥ ، ٢ ، ١٠ ، ٤ ، ٤ ، ١٠ ، ٦

شكل رقم (٤ : ٨)

تخطيط انتشار للمتغيرين س ، ص

(ارتباط سلبي ضعيف)



تمارين على الفصل الثامن

١ - اشرح مفهوم التباين الثنائى بين متغيرين .

٢ - ما المقصود بالارتباط السلبى بين متغيرين . أعرض مع مثال من السمات النفسية التى تعتقد أنها ترتبط معا ارتباطا سلبيا .

٣ - تحتمل التقديرات الكمية للمتغيرات النفسية التى ندخلها فى حسابات الإرتباط أكثر من معنى . اشرح المعانى المختلفة للأرقام ، مبينا أهميتها فى حساب الأرتباط .

٤ - قام باحث باختبار عينه من الأفراد مستخدما فى ذلك ثلاثة اختبارات يقيس الأول السرعة الحركية ويحصل فيه الأفراد على درجات تتراوح بين ٥ - ٢٥ ويقيس الثانى المرونة العقلية ويحصل فيه الأفراد على درجات تتراوح بين ٨-١٥، ويقيس الثالث الأنبساط ، وقسمت العينة على أساسه إلى انبساطيين وانطوائيين . والأنبساطيون هم من تزيد درجتهم على ٢٥ والإنطوائيين هم من يحصلون على ٢٥ فأقل . ويقيس الاختبار الرابع مهاراتهم فى قيادة السيارات . ورتب فيه الأفراد فى ضوء مهارتهم بناء على حكم محكمين .

المطلوب توضيح أفضل وأوضح وأصح طرق حساب الارتباط بين كل متغير وآخر من هذه المتغيرات الأربعة. مع بيان أسباب صلاحية كل أسلوب فى كل حالة.

٥ - ماهى أفضل أساليب حساب الارتباط بين المتغيرات الآتية :

(أ) متغير مصنف تصنيفا ثنائيا ، والآخر مصنف تصنيفا ثلاثيا .
(ب) متغيرين مصنفين تصنيفا رباعيا .
(جـ) متغير متصل ، ومتغير رتبى يمثل ترتيبا للأفراد .
(د) متغيرين رتبيين .
علل أسباب صلاحية كل أسلوب .

٦ - يبرز تخطيط الإنتشار لمتغيرين ثنائيى التباين اتجاه وقوة الإرتباط بينهما . أعرض لأمثلة لتخطيط انتشار لأكثرمن حالة تمثل ارتباطات إيجابية وسلبية وتامة وناقصة .

الفصل التاسع

معامل ارتباط بيرسون

أغلب الاختبارات النفسية التى نستخدمها ، تؤدى إلى حصولنا على تقديرات متصلة وتمثل درجات الأفراد على هذه الاختبارات هذه التقديرات المتصلة، من ذلك درجات اختبارات الذكاء ، واختبارات الشخصية ، أو اختبارات القدرات الأخرى المختلفة . ونحن دائماً ، لأغراض علمية متعددة ، نجد من الضرورى أن نتعرف على الارتباطات بين هذه المتغيرات النفسية . هل ترتبط سمات الشخصية بالذكاء ؟ ، هل يوجد ارتباط بين التوتر والتوافق النفسى ؟ ، وإذا وجد هل هو ارتباط إيجابى أم سلبى ؟ وإذا كان هناك ارتباط سواء إيجابى أم سلبى فهل هو ارتباط دال ؟ أى هل المعامل الذى حصلنا عليه ناتج عن ارتباط حقيقى وليس نتيجة للصدفة ؟ وما مقدار احتمالية حدوثه ؟

كل هذه الأسئلة تتطلب إجابات ، ومادام المتغيرين يعبر عنهما بقيم متصلة فإن الأسلوب المناسب لحساب الارتباط بينهما ، هومعامل ارتباط العزوم[١] والذى يطلق عليه اسم معامل ارتباط بيرسون ، إشارة إلى كارل بيروسون ، الذى صاغ هذا الأسلوب ووضع معادلة حسابه . ويرمز لمعامل ارتباط بيرسون بالرموز (ر أو r) وتتراوح قيمة هذا المعامل بين + ١, ، - ١, ويحسب بطرق مختلفة كالآتى :

١ - حساب معامل ارتباط بيرسون* باستخدام الدرجات المعيارية :

عرفنا فى الفصل السابع ماهى الدرجات المعيارية ، وكيف نستطيع تحويل درجات الأفراد على أى متغير ، من درجات خام إلى درجات معيارية بأن نطرح متوسط درجات العينة من درجة كل فرد ، ونقسم باقى الطرح على الانحراف المعيارى لهذا المتوسط . وعندما نفعل ذلك بالنسبة لكل فرد فإننا نعبر عن درجته بوحدات معيارية تتراوح بين + ٣ ، - ٣ تقريبا .

---

(١) Product Moment Correlation

* راجع قبل حساب معامل ارتباط بيرسون استقامة العلاقة بين المتغيرين .

يحسب معامل ارتباط بيرسون بين أى متغيرين يتضمنان قيما متصلة بأن نحسب الدرجات المعيارية للافراد على كل متغير على حدة فنحصل لكل فرد على درجتين معياريتين تمثل كل واحدة منهما درجته على متغير من المتغيرين ، ثم نقوم بضرب درجتيه المعياريتين بعضهما فى البعض ، ثم نجمع حاصل ضرب الدرجات المعيارية لكل أفراد العينة ونحسب متوسطها أى أن نقوم بقسمتة على عدد أفراد العينة . معنى هذا أن معامل ارتباط بيرسون يساوى متوسط مجموع حاصل ضرب الدرجتين المعياريتين للمتغيرين لدى أفراد العينة . ويصاغ معامل الارتباط بهذه الطريقة بالصيغة الرمزية الآتية :

$$ر = \frac{\sum (ز_س \times ز_ص)}{ن} \qquad (١ : ٩)$$

حيث ر = معامل ارتباط بيرسون

زس = الدرجة المعيارية على المتغير س (الأول)

زص = الدرجة المعيارية على المتغير ص (الثانى)

ن = عدد أفراد العينة

ويبين الجدول الآتى رقم (٩:١) خطوات حساب معامل الارتباط بين درجات ١٠ أفراد على اختبارين يقيسان : القدرة على تذكر الاشكال والقدرة على تذكر سلاسل الارقام .

وسنشير للاختبار الاول بالرمز (س) وللاختبار الثانى بالرمز (ص) :

وتبدأ خطوات العمل برصد درجات الافراد العشرة على الاختبارين فى العمودين س ، ص بحيث تكون درجتى كل فرد متناظرتين (فى صف واحد) ثم نحسب المتوسط الخاص بكل اختبار ثم الانحراف المعيارى ويشير العمود الثالث فى الجدول لانحرافات قيم الافراد عن المتوسط فى الاختبار الاول ، بينما يشير العمود الرابع لانحرافات قيم الافراد عن المتوسط فى الاختبار الثانى ، ولأن معادلة الدرجة المعيارية تنص على أن الدرجة المعيارية = $\frac{س - \bar{س}}{ن}$ ، حيث س - $\bar{س}$ = انحراف

درجة الفرد عن المتوسط . فيمكننا فى هذه الحالة حساب الدرجة المعيارية للفرد الأول على الأختبار الأول كالآتى طبقا لبيانات العمودين ١ ، ٢ من الجدول :

متوسط المتغيرالأول = ١٣*

الانحراف المعيارى للمتغير الأول = ٤,٣٤**

الدرجة المعيارية للفرد الأول على المتغير الأول .

$$س_١ = \frac{٢٠ - ١٣}{٤,٣٤} = ١,٦١$$

وهكذا بالنسبة لبقية الأفراد على الاختبار الأول . وبالمثل بالنسبة لدرجات الأفراد أنفسهم على الاختبار الثانى وباستخدام متوسطه وانحرافه المعيارى كالآتى:

متوسط المتغير الثانى = ١٠

الانحراف المعيارى للمتغير الثانى = ٣,٧

الدرجة المعيارية للفرد الأول على المتغير الثانى

$$ص_١ = \frac{١٢ - ١٠}{٣,٧} = ,٥٤$$

وهكذا بالنسبة لبقية الأفراد على الاختبار الثانى . ويبين العمود الخامس الدرجات المعيارية للأفراد على الاختبار الأول (س) ، ويبين للعمود السادس الدرجات المعيارية لنفس الافراد على الاختبار الثانى (ص) .

(*) ويحسب المتوسط بالمعادلة $س = \frac{مج\ س}{ن}$ (راجع الفصل الخامس) .

(**) ويحسب الانحراف المعيارى بالمعادلة : $ع = \sqrt{\frac{مج\ ح^٢}{ن}}$ (راجع الفصل السادس)

جدول رقم (٩:١)

خطوات حساب معامل ارتباط بيرسون

بمتوسط مجموع حواصل ضرب الدرجات المعيارية

(١) س	(٢) ص	(٣) ح س	(٤) ح ص	(٥) ز س	(٦) ز ص	(٧) ز س × ز ص
٢٠	١٢	٧	٢	١,٦١	,٥٤	,٨٦٩٤
١٨	١٦	٥	٦	١,١٥	١,٦٢	١,٨٦٣٧
١٦	١٠	٣	صفر	,٦٩	صفر	صفر
١٥	١٤	٢	٤	,٤٦	١,٠٨	,٤٩٦٨
١٤	١٢	١	٢	,٢٣	,٥٤	,١٢٤٢
١٢	١٠	١-	صفر	,٢٣-	صفر	صفر
١٢	٩	١-	١-	,٢٣-	,٢٦-	,٠٦٢١
١٠	٨	٣-	٢-	,٦٩-	,٥٤-	,٣٧٢٦
٨	٧	٥-	٣-	١,١٥-	,٨١-	,٩٣١٥
٥	٢	٨-	٨-	١,٨٤-	٢,١٦-	٣,٩٧٤٤

مج س = ١٣٠   مج ص = ١٠٠   مج = ز س ص = ٨,٦٩٤٧

س̅ = ١٣   ص̅ = ١٠

مج ح٢ س = ١٣٨   ع س = ٤,٣٤

مج ح٢ ص = ١٨٨   ع ص = ٣,٧

يبين العمود السابع فى الجدول حاصل ضرب درجتى كل فرد المعياريتين على الاختبارين ويظهر مجموع حواصل ضرب الدرجات المعيارية أسفل هذا العمود وهو ٨,٦٩٤٧. وبحساب متوسط هذه القيمة (أى بقسمتها على ١٠ ، وهو عدد أفراد العينة) نحصل على معامل الارتباط والذى يساوى ٨٦٩ , ٠ أى أن الارتباط بين القدرة على تذكر الأشكال والقدرة على تذكر سلاسل الأرقام كما

تقاس بهذين الاختبارين يصل إلى ٨٧ , بعد التقريب لدى هذه العينة من الأفراد. وهو ارتباط إيجابى مرتفع

٢ - حساب معامل الارتباط من الفروق بين الدرجات المعيارية :

بينما كانت الطريقة السابقة تؤدى إلى الحصول على معامل الارتباط بواسطة مجموع حواصل ضرب درجتى الأفراد المعياريتين ، وحساب متوسطها ، فإن هذه الطريقة تقوم على حساب الفروق بين درجتى كل فرد المعياريتين وتربيع هذه الفروق ، ثم قسمة مجموع المربعات على ٢ ن (ن × ٢) ، ثم نطرح الناتج من الواحد الصحيح ، فنحصل على معامل ارتباط بيرسون ، ويلاحظ هنا أن مربعات الفروق بين الدرجات المعيارية تتزايد كلما تباينت درجتى الفرد على الاختبارين فينخفض معامل الارتباط ، وتتناقص الفروق كلما كانت درجتى الفرد المعياريتين على المتغيرين متقاربة أى على مسافات متقاربة بالنسبة لمتوسط كل اختبار وتصاغ خطوات هذه الطريقة فى المعادلة الآتية رقم (٢ : ٩) :

$$ر = ١ - \frac{\sum (ز س - ز ص)^{٢}}{٢ ن} \qquad (٢ : ٩)$$

حيث زس = الدرجة المعيارية للفرد على المتغير س

زص = الدرجة المعيارية للفرد على المتغير ص

ن = عدد أفراد العينة

فإذا استخدمنا البيانات التى حسبنا من خلالها قيمة معامل الارتباط بالطريقة السابقة واستعرنا بيانات الأعمدة ١ ، ٢ ، ٥ ، ٦ الخاصة بالدرجات الخام ومقابلاتها المعيارية للمتغيرين حسبما يوضحها الجدول رقم (١:٩) فسنحتاج فقط لعمودين جديدين ، نرصد فى الأول الفرق بين الدرجتين المعياريتين لكل فرد ، ونرصد فى الثانى مربع هذا الفرق . وفقا لما يوضحه الجدول رقم (٢ : ٩)

جدول رقم (٢:٩)
حساب معامل ارتباط بيرسون بين الدرجات المعيارية

س	ص	ز س	ز ص	(زس- زص)	(زس- زص)٢
٢٠	١٢	١,٦١	,٥٤	١,٠٧	١,١٤٤٩
١٨	١٦	١,١٥	١,٦٢	,٤٧-	,٢٢٠٩
١٦	١٠	,٦٩	صفر	,٦٩	,٤٧٦١
١٥	١٤	,٤٦	١,٠٨	,٦٢-	,٣٨٤٤
١٤	١٢	,٢٣	,٥٤	,٣١-	,٠٩٦١
١٢	١٠	,٢٣-	صفر	,٢٣-	,٠٥٢٩
١٢	٩	,٢٣-	,٢٦-	,٠٣	,٠٠٩
١٠	٨	,٦٩-	,٥٤-	,١٥-	,٠٢٢٥
٨	٧	١,١٥-	,٨١-	,٣٤-	,١١٥٦
٥	٢	١,٨٤-	٢,١٦-	,٣٢-	,١٠٢٤
س̄ = ١٣، ص̄ = ١٠ ع س = ٤,٣٤ ، ع ص = ٣,٧					٢,٦٢٤٨

وبالتعويض فى المعادلة رقم (٢ : ٩) نحصل على قيمة ر كالآتى :

$$ر = ١ - \frac{٢,٦٢٤٨}{٢٠}$$

= ١ - ,١٣١٢٤ = ,٨٧ وهى النتيجة نفسها التى خرجنا بها من الطريقة السابقة .

٣ - حساب معامل ارتباط بيرسون من الدرجات الخام :

أظهرت الطريقة الأولى لحساب معامل الارتباط بين متغيرين جوهر حسابنا للتباين الثنائى بين أى متغيرين ، فقد قمنا بتحويل الدرجات الخام لكل متغير إلى درجات معيارية . وقد أدى هذا الإجراء إلى توحيد أساس القياس فى الحالتين باعتبار درجة الفرد مقاسة بوحدات انحرافية عن متوسط الدرجات على المتغير ، ويؤدى ضرب الدرجات المعيارية المتناظرة بين المتغيرين لكل فرد إلى تقدير جديد يتكون من درجتى الفرد على المتغيرين (التباين ثنائى المصدر) وبهذا يكون متوسط هذه التباينات ثنائية المصدر هو معامل الارتباط بين المتغيرين .

وبينما تكفلت الطريقة الأولى بإيضاح هذا المنطق الحسابى للارتباط . فإن طرقا أخرى تعتمد على المنطق نفسه تتميز بأنها أيسر فى خطواتها ، أو تستفيد من إمكانات الآلات الحسابية الصغيرة ، أو تتجنب الكسور العشرية والدرجات المعيارية السالبة ، وغير ذلك من المعوقات التى تؤدى أحياناً إلى أخطاء حسابية . ومن أهم الطرق المستخدمة فى حساب معامل ارتباط بيرسون ، طريقة الحساب من الدرجات الخام ، والتى تستخدم فيها المعادلة الآتية رقم (٣ : ٩)*

$$ر = \frac{ن \sum س ص - (\sum س)(\sum ص)}{\sqrt{[ن \sum س^٢ - (\sum س)^٢][ن \sum ص^٢ - (\sum ص)^٢]}} \qquad (٣ : ٩)$$

حيث ن = عدد أفراد العينة

س ص = حاصل ضرب درجتى الفرد على المتغيرين

وبقية الرموز سبق استخدامها .

(*) المعادلة الآتية صورة أخرى من المعادلة (٣ : ٩)

$$ر = \frac{\sum س ص - \frac{\sum س \sum ص}{ن}}{\sqrt{(\sum س^٢ - \frac{(\sum س)^٢}{ن})(\sum ص^٢ - \frac{(\sum ص)^٢}{ن})}}$$

ويتم التعويض فى هذه المعادلة من خلال عدد من الخطوات التى تتميز بالسهولة باستخدام الآلات الحاسبة الصغيرة ، ويعرض الجدول التالى رقم (٩:٣) خطوات الحساب والتعويض فى المعادلة لبيانات المجموعة السابقة من الأفراد على الاختبارين نفسهما لتذكر الأشكال وسلاسل الأرقام .

جدول رقم (٣ : ٩)

حساب معامل ارتباط بيرسون من الدرجات الخام

(١) س	(٢) ص	(٣) $س^٢$	(٤) $ص^٢$	(٥) س ص
٢٠	١٢	٤٠٠	١٤٤	٢٤٠
١٨	١٦	٣٢٤	٢٥٦	٢٨٨
١٦	١٠	٢٥٦	١٠٠	١٦٠
١٥	١٤	٢٢٥	١٩٦	٢١٠
١٤	١٢	١٩٦	١٤٤	١٦٨
١٢	١٠	١٤٤	١٠٠	١٢٠
١٢	٩	١٤٤	٨١	١٠٨
١٠	٨	١٠٠	٦٤	٨٠
٨	٧	٦٤	٤٩	٥٦
٥	٢	٢٥	٤	١٠
Σ = ١٣٠	١٠٠	١٨٧٨	١١٣٨	١٤٤٠

يتضمن العمود الأول والثانى من الجدول ، قيم (درجات) الأفراد على المتغيرين س ، ص (الاختبارين : تذكر الأشكال وتذكر سلاسل الأرقام) ، ويبين العمود الثالث مربعات قيم س ، فالفرد الأول درجته على المتغير س = ٢٠ ومربعها = ٤٠٠ (٢٠x٢٠) والثانى درجته = ١٨ ومربعها = ٣٢٤ (١٨x١٨)

وهكذا ويبين العمود الرابع مربعات قيم ص بنفس الطريقة ، حيث درجة الفرد الأول على المتغير ص = ١٢ ومربعها = ١٤٤ (١٢×١٢) ، والثانى درجته = ١٦ ومربعها = ٢٥٦ (١٦×١٦) . ويبين العمود الخامس حاصل ضرب درجتى كل فرد من الأفراد على المتغيرين س ، ص . فدرجتى الفرد الأول على س ، ص هما ٢٠ ، ١٢ وحاصل ضربهما ٢٤٠ والفرد الثانى درجته ١٨ ، ١٦ وحاصل ضربهما ٢٨٨ وهكذا . وتبين المجاميع أسفل أعمدة الجدول الآتى :

$\sum$ س ويساوى ١٣٠

$\sum$ ص ويساوى ١٠٠

$\sum$ س^{٢} ويساوى ١٨٧٨

$\sum$ ص^{٢} ويساوى ١١٣٨

$\sum$ س ص ويساوى ١٤٤٠

فإذا عدنا للمعادلة (٣ : ٩) لفحصها قبل التعويض فيها فسنجد أننا نعرف قيم كل رموزها فيها عدا ($\sum$ س)^{٢} ، ($\sum$ ص)^{٢} ، وهاتين القيمتين عبارة عن مربع مجموع قيم المتغير س ومربع مجموع قيم المتغير ص* ، وبما أننا حسبنا مجموع قيم س فى العمود الأول وهو ١٣٠ فنقوم بتربيعة فنحصل على القيمة ١٦٩٠٠ (١٣٠ x ١٣٠) وبالمثل نحسب ($\sum$ ص)^{٢} وبما أننا حسبنا مجموع ص فنقوم بتربيعة فنحصل على القيمة ١٠٠٠٠ (١٠٠ x ١٠٠) .

نقوم الآن بالتعويض فى المعادلة (٩:٣) للحصول على قيمة معامل الارتباط كالآتى :

---

* لاحظ الفرق بين مربع مجموع قيم س أى ($\sum$ س)^{٢} حيث نجمع القيم ونربع هذا المجموع وبين مجموع مربعات س أى $\sum$ س^{٢} حيث تربع كل قيمة ثم نجمع المربعات بعد ذلك .

$$\frac{[(١٠٠)\ (١٣٠)\ ] - [\ (١٤٤٠\times١٠)\ ]}{\sqrt{[(١٠٠٠٠ - (١١٣٨\times١٠)]\ [١٦٩٠٠ - (١٨٧٨\times١٠)]}} = ر$$

$$\frac{١٣٠٠٠ - ١٤٤٠٠}{\sqrt{(١٠٠٠٠ - ١١٣٨٠)\ (١٦٩٠٠ - ١٨٧٨٠)}} =$$

$$\frac{١٤٠٠}{\sqrt{١٣٨٠ \times ١٨٨٠}} =$$

$$\frac{١٤٠٠}{\sqrt{٢٥٩٤٤٠٠}} =$$

$$\frac{١٤٠٠}{١٦١٠} =$$

$$.٨٧ =$$

وهى النتيجة السابقة نفسها التى توصلنا إليها من خلال استخدام الدرجات المعيارية .

يتبين الآن أن كل هذه الأساليب تؤدى إلى النتيجة نفسها ، ويستطيع الباحث أن يستخدم الطريقة المناسبة لبياناته ، فإذا كان عدد الحالات قليلا ، أو كانت الانحرافات عن المتوسط تخلو من الكسور العشرية فإن طريقة حساب الارتباطات من الفروق بين الدرجات المعيارية ، أو من ضرب الدرجات المعيارية المتناظرة تصبح أسهل، أما إذا توفرت آلات حاسبه صغيرة فسيسهل حساب الارتباط من الدرجات الخام ، ودون وجود هذه الآلات الحاسبة يصعب استخدام طريقة بيرسون نتيجة لكبر حجم الأرقام التى نخرج بها عند حساب مربعات القيم أو حواصل ضرب قيم س ، ص .

وقبل التطرق إلى أساليب الارتباط الأخرى التى يصلح استخدامها لفئات التباين المختلفة التى أشرنا إليها فى الفصل الثامن يتعين أن نتناول عدداً من الاعتبارات والمشكلات المتعلقة بمعامل الارتباط وحدود تفسيره والعوامل المؤثرة فى تقديره . مما يؤدى إلى فهم دقيق لحدود استخدامنا لهذا المعامل وتفسيرنا له .

تمارين على الفصل التاسع

١ - اختبرت مجموعة من الأفراد يبلغ عددها ١٢ فرداً باختبارين للقدرة اللفظية والقدره الحسابية ، وكانت درجاتهم على الاختبارين كالآتى :

الأفراد	القدرة اللفظية	القدرة الحسابية
١	١٥	٦
٢	١٢	٩
٣	١٤	٨
٤	٦	١٣
٥	١٣	٨
٦	٩	١٢
٧	١١	٥
٨	١٥	٧
٩	٦	١٤
١٠	٨	١٥
١١	٣	١١
١٢	١٢	٧

احسب معامل ارتباط بيرسون بين درجات هؤلاء الأفراد على المتغيرين بطريقتى الدرجات المعيارية والدرجات الخام ، وقارن بين كمية العمل ، والوقت المنفق فى كل طريقة منهما .

٢ - أختبر ٢٠ طالبا باختبارين يقيس أولهما القدرة العقلية العامة ، بينما يقيس الآخر زمن شطب الحروف المتحركة فى قائمة من صفحتين وكانت درجاتهم على الاختبارين كالآتى ، والمطلوب حساب معامل الارتباط بين هذين المتغيرين .

مسلسل	القدرة العقلية	الشطب	مسلسل	القدرة العقلية	الشطب
١	٥٤	٢٠٣	١١	٤٧	١٩٦
٢	٥٣	١٠٦	١٢	٣٦	١٤٤
٣	٥١	٢٠٦	١٣	٤٧	١٩٦
٤	٤٤	١٨١	١٤	٤٧	١٩٦
٥	٤٤	١٧٥	١٥	٣٧	١٧٠
٦	٤٥	١٧٨	١٦	٤٨	٢٠٤
٧	٣١	١٣٩	١٧	٣٨	١٥٨
٨	٣٤	١٤١	١٨	٤٠	١٦٢
٩	٤٥	١٧٠	١٩	٣٧	١٧٠
١٠	٤٦	١٨٢	٢٠	٣٨	١٥٨

٣ - يصلح معامل ارتباط بيرسون لحساب الارتباطات بين المتغيرات ذات القياسات المتصلة ، وضح أى من هذه الحالات يصلح معامل ارتباط بيرسون لحساب الارتباط بينها :

أ - الارتباط بين مهارة تسلق الأشجار والسرعة فى الجرى .

ب - الارتباط بين تصنيف عينة من فئتى ذكور وإناث وبين القدرة اللفظية .

جـ - الارتباط بين القدرة على حل المشكلات والانبساطية .

وعلل اجاباتك .

٤ - فى بحث نفسى حصل باحث على الدرجات الآتية لعينة من ٢٠ مفحوصا على الاختبارات الخمسة الآتية : اختبار وكسلر للراشدين ، والمرونه العقلية ، وطلاقة الالفاظ ، ومهارة الاصابع ، والسرعة الإدراكية ، والمطلوب حساب الارتباط بين كل متغير وآخر من هذه المتغيرات وعرض النتائج بصورة مناسبة .

م	الذكاء	المرونة	طلاقة الالفاظ	مهارة الأصابع	السرعة الإدراكية
١	١١٣	١٥	٣٢	١٢	٢٧
٢	١٢٢	٢٤	٢٠	١٦	٣٥
٣	١١٣	١٣	٣٣	١٣	٣٥
٤	١١٤	١٤	٣٤	٧	٣١
٥	١١٧	٥	٤٨	٣	١٧
٦	٩٧	٢٣	١٦	٢١	٣٨
٧	٩٠	٢٠	٣١	١٩	٢٨
٨	٩٦	٢٥	٢١	١٦	٣٩
٩	١٠٠	٣٢	٢٢	١٨	١٨
١٠	١٠٦	٢٠	١٩	١٩	٣٧
١١	١١٦	٢٠	٣١	١٢	٢٩
١٢	١٠٨	١٢	٣٦	١١	٢٨
١٣	١٢٠	١٤	٤٣	١٠	١٧
١٤	٩٩	١٥	٣٣	١٦	٢٥
١٥	١٠٣	٢٤	٢٠	٢٠	٤٠
١٦	١١١	١٧	٣٧	١٣	٢١
١٧	١١٦	٥	٤٢	٨	٢٠
١٨	١٢٧	٩	٤٠	٦	١٨
١٩	١١٤	١٨	١٧	١٨	٣٦
٢٠	١٢١	٢٣	١٩	١٥	٣٤

الفصل العاشر

معامــل الارتبــاط

المعنى والدلالة

تفسير الارتباط

معامل التحدد:

إن حصولنا على معامل للارتباط بين متغيرين مثل الذكاء والقدرة اللفظية مقداره ٨ , ، لايعنى أن فى استطاعتنا أن نفسر هذا المعامل باعتباره تقدير لمدى التطابق بين الذكاء والقدرة اللفظية ، أو أن هذا التطابق يبلغ ٨٠ من ١٠٠ ، أو ٨٠ ٪ . معامل الارتباط لا يعد مؤشراً لنسبة التطابق بين متغيرين ، ولا يمكن أن نفسره تفسيراً مباشراً بهذا المعنى . ومع ذلك ففى مقدورنا أن نحصل على مؤشر لنسبة التطابق بين المتغيرين من المعلومة التى يوفرها معامل الارتباط . ونحصل على هذا المؤشر بحساب مربع معامل الارتباط بين المتغيرين ($ر^2$) أى ٨ , × ٨ , = ٦٤ , فى مثالنا هذا . وتصلح هذه القيمة كمؤشر مناسب لنسبة التطابق بين تباين المتغيرين المساهمين فى تباين مشترك أو ثنائى يجمعهما ، ويطلق على هذا المؤشر اسم «معامل التحدد»[١] ويؤدى تربيع معامل الارتباط ، أى حساب معامل التحدد إلى حصولنا على النسبة من تباين متغير ما المرتبطة بتباين متغير آخر . فإذا كان بوسعنا ، منطقياً* ، أن نقرر أن العلاقة بين المتغيرين والتى تم قياسها بمعامل الارتباط علاقة عليه ، أى أن س سبب و ص نتيجة ، أو أن ص سبب وس نتيجة ، لكان بوسعنا أن نعتبر معامل التحدد مقياس جيد لنسبة التباين العلى أو السببى لمتغير المحدد بمتغير آخر . وعلينا أن نلاحظ هنا أن تقرير هذه العلاقة

---

(١) Coefficient of Determination

(*) لابد من تأكيد أن تحديد أو فرض علاقة عليه بين المتغيرين هنا يعتمد على أسس منطقية وسيكلوجية وليس أسس إحصائية .

العلية إنما يقوم على أسس منطقية وليس أسس إحصائية ، وفى مثالنا هذا يمكن الاختلاف بين الباحثين فيما إذا كان الذكاء داله للقدرة اللفظية أو العكس ، وهى قضية سيكلوجية ومنطقية وليست إحصائية . فإذا افترضنا أن مثل هذه العلاقة العلية قبلت على أسس غير إحصائية ، فإن ما يوفره معامل التحدد بعد ذلك ، هو تقدير أن ٦٤, من تباين الذكاء يمكن أن يكون دالة للقدرة اللفظية أو العكس وفقاً لإتجاه العلاقة العلية التى تقررت .

ولأن الاهتمامات السيكلوچية المنهجية لا تميل كثيراً إلى البحث عن علاقة عليه بين المتغيرات المختلفة التى تشترك فى تباينات ثنائية ، يصبح من الأفضل فى هذه الحالة تفسيرمعامل التحدد باعتباره معامل للتعلق أو الارتباط ، وبالتالى فإذا كان معامل الارتباط بين الذكاء والقدرة اللفظية ٨, فإن ٦٤٪ من التباين الخاص بكل منهما مشترك أو مرتبط بالآخر أو يمكن استخلاصه من قياس أى من الذكاء أو القدرة اللفظية .

معامل الاغتراب:

إذا كان مربع الارتباط « معامل التحدد » بين متغيرين يعد مقياسا للتباين المشترك بينهما ، ونسبة هذا التباين ، وإذا كنا نعلم أن التباين الكلى للمتغير الواحد أو تطابقه مع نفسه يساوى واحد صحيح (١,٠) فما هو تفسير الجزء المتبقى من التباين الخاص بمتغيرين ، والذى لا يشتركان فيه معا اشتراكا أو تباينا ثنائياً ؟ بمعنى آخر ، إذا كان معامل التحدد ، فى مثالنا ، بين الذكاء والقدرة اللفظية يبلغ ٦٤, (مربع الارتباط الذى يبلغ ٨,) فبماذا نفسر الفرق بين الواحد الصحيح ومعامل التحدد ، أى القيمة ١,٠ – ر^٢ . يعد الفرق بين مربع التباين الكلى ومربع التباين المشترك والذى يطلق عليه ك^٢ مؤشرا للنسبة من التباين الخاص للمتغير التى لم تدخل فى حساب تباينه مع المتغير الآخر المشترك معه فى تباين ثنائى ، وبالتالى ففى حالة الارتباط بين المتغيرين البالغ قدره ٨, ، فإن ك^٢ = ١ – (٨,)^٢ = ٣٦, والتى تمثل النسبة من تباين كل منهما المستقلة أو الخارجة عن التباين المشترك بينهما . ويسمى جذر ك^٢ أى ك معامل الاغتراب(١).

(١) Coefficient of Alienation

وهو فى مثالنا $\sqrt{1 - (.8)^2} = .6$ ، وبذلك يكون ٦, من تباين الذكاء أو القدرة اللفظية يخرج عن التقدير الخاص بالارتباط بينهما والذى يبلغ ٨ , ، أو أن معامل اللاارتباط بينهما يبلغ ٦, (Peatman, 1963, P. 106) .

وعلينا أن نلاحظ هنا أنه فى حالة معامل ارتباط قدره صفر ، فان قيمة معامل الاغتراب تصبح ١ , ٠ ، حيث $\sqrt{1 - صفر} = 1.0$ ، وهو ما يعنى وفقا لما انتهينا إليه أن اللاارتباط بين المتغيرين يبلغ ١,٠ ويلاحظ أن ضرب معامل الاغتراب فى الانحراف المعيارى الخاص بالمتغير يؤدى بنا إلى قيمة نطلق عليها اسم «خطأ التقدير»[١] وهى القيمة التى نستخدمها عادة عندما نحسب « الخطأ المعيارى للمقياس »[٢] من خلال حساب معامل اغتراب الإختبار فى ارتباطه مع نفسه (ثباته) حيث نضرب هذه القيمة فى الانحراف المعيارى للإختبار (فرج ، ١٩٨٠ ب ، ص ٣٨١).

ويوضح الجدول الآتى رقم (١٠:١) قيم معاملات الاغتراب لمعاملات ارتباط مختلفة متدرجة القيمة ، ويمكننا أن نتبين من فحص هذا الجدول أن هناك اتجاه عام لقيمه ، إذ يمكن من المقارنة بين معاملى ارتباط بين متغيرين أحدهما صفر ، والآخر ٦, ملاحظة أن هذا المعامل الأخير يؤدى إلى خفض خطأ التقدير بما يساوى ٢٠ فى المئة بينما معامل ارتباط قدره ٣٠, لا يخفض خطأ التقدير ألا بمقدار ٥ فى المائة فقط وأن خطأ التقدير لا ينخفض إلى النصف ألا إذا بلغ معامل الارتباط بين المتغيرين ٨٦٦, وأن الفرق فى الخطأ بين معامل ارتباط قدره ٧, وآخر قدره ٩, يبلغ تقريبا الفرق بين معاملى ارتباط ٢, ، ٧, .

---

(١) Error of Estimation

(٢) Standard Error of Measurement

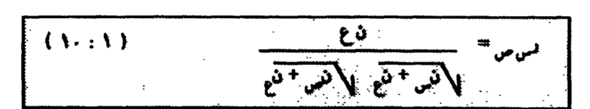
جدول رقم (١٠:١)
قيم معاملات الاغتراب المختلفة

ر	$\sqrt{١ - ر^٢}$	ر	$\sqrt{١ - ر^٢}$
صفر	١,٠٠٠	,٦٠	,٨٠٠
,١٠	,٩٩٥	,٧٠	,٧١٤
,٢٠	,٩٦٠	,٨٠	,٦٠٠
,٣٠	,٩٥٤	,٨٦٦	,٥٠٠
,٤٠	,٩١٧	,٩٠	,٤٣٦
,٥٠	,٨٦٦	,٩٥	,٣١٢

ويعد هذا التفسير لمعامل الارتباط فى ضوء مفهومى التحدد والاغتراب كبير الأهمية ، وأن كان يؤدى أحياناً إلى الخلط نتيجة لأن خطأ التقدير لمعاملات الارتباط التى تتراوح بين ٤, ، ٧, التى توجد غالباً وتستخدم فى عمليات التنبؤ بالنجاح بناء على نتائج الاختبار تعد غير مشجعة بقدر كبير .

الارتباط تقدير للعناصر المشتركة :

منحى آخر يمكن استخدامه لتفسير الارتباط بين متغيرين ، وإن كان يصلح كوسيلة إيضاحية ، دون الاعتماد على أسسه الحسابية، نتيجة لقيامة على فروض مشكوك فيها . هو أنه يمكن النظر إلى كل متغير من المتغيرين باعتباره مجموع عدد من العناصر المستقلة . المتشابهة والمتساوية القوة ، والتى يمكن أن توجد أو تختفى فى متغير أو آخر ، وأن معامل الارتباط بناء على ذلك ماهو إلاتقدير للعناصر العامة فى هذين المتغيرين ، وتصاغ هذه الفكرة فى المعادلة الاتية : (Op. Cit., P. 141)



$$ر_{س ص} = \frac{ن_ع}{\sqrt{ن_س + ن_ع}\ \sqrt{ن_ص + ن_ع}} \qquad (١٠:١)$$

حيث نس = عدد العناصر الفريدة وغير المشتركة فى المتغير س
نص = عدد العناصر الفريدة وغير المشتركة فى المتغير ص
نع = عدد العناصر العامة أو الشائعة فى كليهما

فإذا كان عدد العناصر فى المتغير س يساوى عدد العناصر فى المتغير ص فإن ر أو معامل الارتباط يوفر تقديرا لنسبة العناصر العامة أو الشائعة فى كل من س، ص معا . أما إذا كان س يتحدد فقط من خلال عناصر عامة فى ص ، بينما كان فى ص عناصر إضافية . فإن ر^{۲} (معامل التحدد) هو الذى يوفر تقديرا لنسبة العناصر الداخلة فى ص والتى تحدد المتغير س .

العوامل المؤثرة فى معامل الارتباط:

يعتمد حجم معامل الارتباط الذى نحصل عليه على عدد من المتغيرات المختلفة التى تؤثر فى قوته . ورغم أن هذه العوامل يمكن أن ترفع أو تخفض من القيمة الحقيقية للارتباط بين المتغيرين . إلا أن هذه المتغيرات غالباً ماتكون محدودة بالقدر الذى لايتطلب تصحيحا للمعامل الذى خرجنا به . ورغم وجود معادلات تصحيح لقيمة معامل الارتباط من أثر هذه العوامل وبالأخص من أثر صغر حجم العينة . إلا أن هذه المعادلات للتصحيح تخفض من قيمة الارتباط الذى نخرج به بقدر لا أهمية له ويمكن إهماله .

علاقة العينة بمعامل الارتباط:

العامل الرئيسى الذى يتدخل تدخلاً مباشراً فى قيمة معامل الارتباط الذى نحصل عليه هو طريقة انتخابنا للمشاهدات أو الملاحظات أو القياسات التى اعتمدنا عليها فى حساب الارتباط . إذ يبدو ضروريا فى كل الحالات أن تكون عينة الملاحظات عشوائية حتى يمكن الثقة فى أن البيانات لا تتضمن مفردات منتخبة تؤدى إلى حصولنا على ارتباط معين سواء أكان هذا الارتباط مرتفعاً أو منخفضاً . ورغم الحرص الشديد فى انتخاب عينات عشوائية لا تؤدى إلى تحيز فى قوة أو اتجاه معامل الارتباط . إلا أنه من الضرورى فى ضوء الأعتبارات المنهجية الصارمة أن نستمر فى اعتبار معامل الارتباط الذى حصلنا عليه محصلة لبيانات

العينة ، ومايمكن أن تتضمنه من أخطاء . ويعنى ذلك أن علينا أن نتوقع أن إعادة سحبنا لأزواج أخرى من المشاهدات لتكوين عينة جديدة لنعيد حساب الارتباط فيها بين المتغيرين نفسهما سيؤدى بنا إلى قدر من الأختلاف عن المعامل الاول الذى سبق أن حصلنا عليه ؛ كما سيؤدى بنا إلى اختلاف سواء كبر أو صغر . عن الارتباط الحقيقى الموجود فى المجتمع بين المتغيرين .

ويمكننا أن نلاحظ أن معاملات الارتباط التى نحسبها بين متغيرين والمسحوبة من عدد متتالى من العينات لاتتوزع فى حقيقة الامر توزيعاً اعتداليا مالم تكن ن كبيرة . وكان ارتباط المتغيرين فى المجتمع صفريا . أو كان هذا الارتباط فى المجتمع صفرياً دون اعتبار لقيمة ن (Mc Nemar, 1957, P.145) .

الخطأ المعيارى لمعامل الارتباط:

تثير مشكلة تذبذب معاملات الارتباط الناتجة عن عينات مسحوبة من المجتمع نفسه مشكلة جوهرية ، وهى مدى حاجتنا لمقياس لتقدير ما إذا كان معامل الارتباط الذى خرجنا به له قيمة ، أو يشير إلى أرتباط حقيقى بين المتغيرين فى المجتمع أم لا . والواقع أن هذه المشكلة تثير أكثر من تساؤل ضرورى، من ذلك :

١ - هل يمكن اعتبار معامل الارتباط الذى نحصل عليه ممثلا لارتباط حقيقى وليس نتيجة للصدفة ؟ بمعنى آخر ، هل تختلف قيمة هذا المعامل بدرجة كافية عن الصفر ، بحيث نستطيع اعتبارة غير ناتج عن الصدفة ، لحالة واقعية لا ارتباط فيها بين المتغيرين .

٢ - هل يمكن قبول معامل أرتباط يبدو مختلفاً عن قيمة متوقعة لهذا الارتباط بين المتغيرين ، حددت قبلياً .

٣ - هل الأختلاف بين معاملين للارتباط ، بين المتغيرين نفسهما الناجين من عينتين مستقلين له قيمة ؟ أو بمعنى آخر ، هل الآختلاف بين معاملى الارتباط الذين نحصل عليهما للمتغيرين نفسهما من عينتين ، مسحوبتين من المجتمع نفسه . إختلاف جوهرى أم لا دلالة له ؟

وتصاغ الإجابة على هذه الأسئلة الثلاثة بمفاهيم الإحتمالات . فإذا كان عدد المشاهدات (ن) أكبر من ٣٠ وكان اهتمامنا منصباً حول تقدير جوهرية إختلاف معامل ارتباط قدره ٠,٥ أو أكثر عن الصفر ، فيمكننا هنا أن نقوم بتحديد قيمة الخطأ المعياري لهذا المعامل . ويحسب الخطأ المعياري لمعامل الارتباط بالمعادلة الآتية :

$$ع_ر = \frac{١}{\sqrt{ن - ١}} \qquad (١٠ : ٢)$$

ثم نقوم فى الخطوة التالية بقسمة معامل الارتباط الذى حصلنا عليه على هذا الخطأ المعيارى لكى نحصل على القيمة $\frac{ر}{ع}$ المناظرة للقيمة $\frac{س}{ع}$ والتى يمكن من خلالها تفسير دلالة معامل الارتباط بالمفاهيم الإحتمالية وفقاً لخصائص المنحنى الأعتدالى* . فإذا كانت $\frac{ر}{ع}$ (أى ناتج قسمة معامل الارتباط على خطأه المعيارى) أكبر من ٢,٥٨ فيمكننا فى هذه الحالة أن نستخلص بقدر كافى من الثقة أن القيمة الحقيقية أو المجتمعية لمعامل الارتباط تميل لأن تكون أكبر من الصفر أما إذا كانت أقل من ذلك فعلينا فى هذه الحالة أن نتبع إجراء آخر حيث يلاحظ أنه فى الحالة التى يكون فيها الارتباط صفرياً بين المتغيرين ، فى المجتمع ، (أى لا ارتباط بينهما) ، فإن معامل الارتباط المحسوب لعينات متتابعة مسحوبة من المجتمع نفسه تكون قيم ت المتتابعة لها هى ماتوضحه المعادلة الآتية رقم (١٠:٣) :

$$ت = ر \frac{\sqrt{ن - ٢}}{\sqrt{١ - (ر)^٢}} = \frac{ر}{\sqrt{\frac{١ - (ر)^٢}{ن - ٢}}} \qquad (١٠ : ٣)$$

(*) وذلك بالرجوع إلى جدول المساحات تحت المنحنى الاعتدالى بالملحق (جدول ب) .

بحيث تتوزع هذه القيم وفقا لخصائص ت المعروفة ، وبدرجات حرية = ن-٢ ، فإذا بلغت قيمة ت مستوى دلالة ٠,٠١ ، فيمكننا فى هذه الحالة استخلاص أن معامل الارتباط غير ناتج عن مجرد انحراف عن الصفر ، أو ناتج عن الصدفة ، بمعنى آخر يمكننا استخلاص أن الارتباطات تظهر بين المتغيرين باحتمالية إحصائية مقبولة . ويلاحظ من هذه المعادلة أن استخدام توزيع ت لاختبار دلالة معامل الارتباط لا يخرج عن كونه تقدير لاحتمالية الخطأ المعيارى لمعامل الارتباط وفق خصائص المنحنى الإعتدالى* ، حيث تعد المعادلة الآتية :

$$ع_ر = \sqrt{\frac{١ - ر^٢}{ن - ٢}} \qquad (١٠ : ٤)$$

تقديرا للخطأ المعيارى لمعامل الارتباط ، ومع ذلك فإن هذا التفسير لا يُقبل دائماً من وجهة نظر رياضية ، ويفضل بدلا منه استخدام تحويل فيشر Fisher باعتباره يوفر تقديراً أكثر دقة وصحة لأخطاء العينة .

توزيع ذ والخطاء العينة :

يستخدم توزيع ذ باعتباره وسيلة أفضل بكثير من طريقة حساب الخطأ المعيارى لمعالجة أخطاء العينة ، ومدى تدخلها فى تقدير قيمة معامل الارتباط بين متغيرين ويستخدم فيشر المعادلة الآتية لتحويل قيم ر إلى قيم ذ أو تحويل معامل الارتباط إلى توزيع ذ ونص المعادلة كالآتى :(Peatman, 1963, P.405)

$$** ذ = ٠,٥ \{ لو (١ + ر) - لو (١ - ر)] \qquad (١٠ : ٥)$$

حيث لو = لوغاريتم

(*) ويمكن هنا استخدام مستويات لمعاملات الارتباط المختلفة والتى يوفرها جدول (جـ) بالملحق والتى تعد تطبيقا للمعادلة (٣ : ١٠) وفقا لهذا المنطق .

(**) أو ذ = ١,١٥١٣ لو ١٠ $\frac{١ + ر}{\sqrt{١ - ر}}$ (McNemar, 1957, P.147)

ويمكن استخدام هذه المعادلة* سواء فى حالة العينات الكبيرة أو الصغيرة ، وتتميز طريقة فيشر هذه بميزتين هامتين : إذ يلاحظ من الناحية الأولى أن توزيع ذ للعينات المتتالية مستقل عن قيم ارتباطات المجتمع الأصيلة أو الارتباطات الحقيقية فى المجتمع ، بمعنى أنه بالنسبة لأى ن، فإن توزيع العينة يتشتت بنفس طريقة تشتت قيم الارتباطات الحقيقية فى المجتمع ، ومن الناحية الثانية يلاحظ أن توزيع ذ للعينات المتتالية شديد القرب من الإعتدالية بحيث يمكن استخدام خصائصه بالطريقة التى تجعلنا لا نتجاوز الصحة فى نتائجنا إلا بقدر ضئيل للغاية. ونص معادلة الخطأ المعيارى لقيم ذ كالآتى (٦ : ١٠) :

$$ع = \frac{١}{\sqrt{ن - ٣}} \qquad (٦ : ١٠)$$

فإذا أردنا على سبيل المثال تقدير درجة ثقة ٩٩, (مستوى دلالة ٠١,) لمعامل الارتباط الحقيقى بين المتغيرين فى المجتمع ، فاننا نقوم بتحويل قيمة ذ المقابلة له باستخدام المعادلة (٥ : ١٠) أو من خلال جدول (د) بالملحق ثم نحدد الخطأ المعيارى لقيمة ذ التى أستخلصناها وفقاً للمعادلة (٦ : ١٠) ، ثم نحسب ذ + ٢,٥٨ ع ، ذ - ٢,٥٨ ع ثم نعود فنحول هاتين القيمتين مرة أخرى إلى مقابلاتهما من معاملات الارتباط حسبما يوضحه جدول (د) فنحصل على حدود الصحة الحقيقية لمعامل الارتباط الذى خرجنا به عند مستوى دلالة ٠١, .

وإيضاحاً لهذه الخطوات يمكننا افتراض أننا حصلنا على معامل ارتباط قدره ٩, بين متغيرين ، من عينة حجمها ٥٠ مفحوص (ن = ٥٠) ، فاذا أردنا حساب الخطأ المعيارى لمعامل الارتباط بالطريقة الأولى الأقل دقة وفقا للصيغة $\frac{١ - ر^{٢}}{\sqrt{ن}}$ فسنجد أنه = ٠٢٧, ، وبضرب هذه القيمة فى حدود الثقة المطلوبة (أى ٢,٥٨)**

(*) يوفر جدول (ذ) بالملحق حلا لهذه المعادلة لقيم معاملات الارتباط المختلفة من صفر إلى ٩٩٥, ومقابلاتها من قيم (ذ) وفقا لنص المعادلة (٥:١٠) والمنطق الذى تقوم عليه .

(**) حيث الدرجة المعيارية ±٢,٥٨ تحتجز خلفها ٠١, فقط من العينة تحت المنحنى الاعتدالى .

نحصل على القيمة ٠٧, . وبذلك تتراوح قيمة معامل الارتباط بين ± ٠٧. فى حدود ثقة قدرها ٠١, وبذلك يكون الارتباط بين المتغيرين يتراوح بين ٩. ± ٠٧. أى ٩. + ٠٧, = ٩٧, ، ٩, - ٠٧, = ٨٣ , أى أنه يتراوح بين ٩٧. ، ٨٣. .

أما إذا استخدمنا طريقة التحويل إلى توزيع ذ فسنجد أن القيمة ذ لمعامل ارتباط قدره ٩ , حسب الجدول (د) = ٤٧ , ١ والخطأ المعيارى لهذه القيمة وفقاً للمعادلة (٦ : ١٠) = ١٤٦ , ويضرب هذه القيمة فى حدود الثقة المطلوبة (أى ٥٨, ٢) نحصل على القيمة ٣٧٧ , . وبذلك تتراوح القيمة الحقيقية لـ ذ بين ١,٤٧ ± ٣٧٧, أى ١,٨٤٧ ، ١,٠٩٣ وبتحويل هاتين القيمتين مرة أخرى من ذ إلى ر باستخدام جدول (د) نحصل على القيمتين ٩٥١, ، ٧٩٨, وبذلك يكون الارتباط بين المتغيرين فى المجتمع يتراوح بين ٩٥, ، ٨, وهو تقدير يختلف عن استخدام معادلة الخطأ المعيارى السابقة ويعد أكثر دقة إلى حد كبير .

دلالة الفرق بين معاملى ارتباط :

يمكننا بالمثل إذا أردنا تحديد الفرق بين معاملى ارتباط ودلالة هذاالفرق ، أن نقوم بتحويلهما إلى قيم ذ ثم نحسب الخطأ المعيارى للفرق بين قيمتى ذ بالمعادلة الآتية رقم (٧ : ١٠) :

$$ع_{ذ_١ - ذ_٢} = \sqrt{\frac{١}{ن_١ - ٣} + \frac{١}{ن_٢ - ٣}} \qquad (٧ : ١٠)$$

ثم نحسب نسبة الفرق إلى خطأه المعيارى بالطريقة المعتادة ، فاذا كانت قيمتى ذ مختلفتين جوهرياً ، فيمكننا أن نستخلص أن معاملى الارتباط مختلفتين جوهرياً ويلاحظ هنا أن هذا الاسلوب فى حساب دلالة الفرق بين معاملى الارتباط يصلح فقط فى حالة معاملات الارتباط المستقلة التوزيع وليس المترابطة التوزيع ، أى أن هذا الأسلوب لا يصلح للمقارنة بين معاملى ارتباط يكون أحد المتغيرات

مشتركا فيهما ، من ذلك مثلا أن يكون معامل الارتباط الأول بين س ، ص بينما معامل الارتباط الثانى بين س ، ع ونتيجة لاشتراك المتغير س فى الحالتين لا يصبح توزيعهما مستقلا .

متوسط الارتباطات:

قد تحصل أحياناً على عدد من معاملات الارتباط بين المتغيرين نفسهما ، مستخلصة من عينات متعددة ، فإذا كان فى مقدورنا افتراض أن هذه العينات مسحوبة من المجتمع نفسه ؟ أو كان فى مقدورنا افتراض أن العينات مسحوبة من مجتمعات مترابطة بناء على اختبار دلالة الفروق بين هذه المعاملات من الارتباط ، وظهور أن الفروق غير دالة . فانه يمكننا فى هذه الحالة أن نحصل على متوسط الارتباط ، بأن تقوم بتحويل كل معامل منها إلى قيمة ذ الم قابلة له ثم نقدر لكل ذ درجة موزونة بقسمتها على تباين عينتها ثم نحسب متوسط أوزان ذ . فاذا كانت لدينا ثلاثة معاملات ارتباط من ثلاث عينات على سبيل المثال ، فان المتوسط الموزون لهذه المعاملات يحسب وفق المعادلة الآتية رقم (٧ : ١٠) :

$$\text{ذ}_{\text{م}} = \frac{\text{ذ}_{١}\,(\text{ن}_{١} - ٣) + \text{ذ}_{٢}\,(\text{ن}_{٢} - ٣) + \text{ذ}_{٣}\,(\text{ن}_{٣} - ٣)}{(\text{ن}_{١} - ٣) + (\text{ن}_{٢} - ٣) + (\text{ن}_{٣} - ٣)} \qquad (٨ : ١٠)$$

وبعد الحصول على متوسط ذ الموزونة نقوم باعادة تحويلها إلى ر ونحسب دلالة متوسط الارتباط باستخدام معادلة الخطأ المعيارى لمتوسط الارتباطات الآتية رقم (٩ : ١٠)

$$\text{ع}_{\text{ذم}} = \frac{١}{\sqrt{(\text{ن}_{١} - ٣) + (\text{ن}_{٢} - ٣) + (\text{ن}_{٣} - ٣)}} \qquad (٩ : ١٠)$$

تمارين على الفصل العاشر

١- كيف يمكن تفسير الارتباط بين متغيرين بمفاهيم التحدد والاغتراب .

٢- استخدم المعادلة رقم (٣ : ١٠) فى حساب دلالة معاملات الارتباط الآتية عند مستويات ٠٥, ، ٠١, وقارن نتائجك بالقيم الخاصة بهذه المعاملات من جدول (ج) بالملحق .

٧, ، ٩, ، ١٥, ، ٤٥, ، ٦١, المحسوبة من العينات ذات الاحجام الآتية على الترتيب : ١٠٠ ، ٥٠ ، ٦٠ ، ٧٥ ، ٣٠

٣ - احسب دلالة معاملات الارتباط السابقة باستخدام المعادلتين (١٠:٥) ، (١٠:٦) وقارن بين نتائج هذه المعالجة والمعالجة السابقة باستخدام المعادلة (١٠:٣).

٤ - استخلصت أربعة ارتباطات بين المتغيرين س ، ص من عينات مختلفة مسحوبة من المجتمع نفسه ، أحسب متوسط هذه الارتباطات بالطريقة المناسبة .

وفيما يلى كل معامل منها وقيمة ن التى حسب منها هذا الارتباط :

أ - ر = ٧,   ، ن = ٥٠

ب - ر = ٥,   ، ن = ١٠٠

جـ - ر = ٦٤,   ، ن = ٨٠

د - ر = ٧٢,   ، ن = ٧٠

٥ - مطلوب تقدير مستوى ثقة ٩٥, لمعامل الارتباط الحقيقى فى المجتمع بين متغيرى الذكاء والقدرة على حل المشكلات ، وذلك بعد تقدير الارتباط بين هذين المتغيرين فى عينة حجمها ١٠٠ مفحوص من طلاب علم النفس ، وكان معامل الارتباط المحسوب يبلغ ٨٢, استخدم توزيع ذ فى تقدير الارتباط الحقيقى بين المتغيرين .

٦ - احسب متوسط الارتباطات الآتية ٧. ، ٤٢. ، ٩٣. ، ٥١. ، ٤٩. بين القلق وتقدير الذات والتى أمكن الحصول عليها من خمس عينات أحجامها كالآتى : ٦٥ ، ٥٠ ، ٥٠ ، ١٠٠ ، ٧٠ مع ملاحظة أن هذه العينات مسحوبة من المجتمع نفسه .

(استخدم فى الحل المعادلتين (٨ ، ٩ : ١٠) .

الفصل الحادى عشر
أساليب ارتباطية مختلفة

ذكرنا فى الفصل الثامن أن طبيعة بيانات المتغير ونوع التعبير الكمى عن مشاهدات كل متغير هى التى تفرض أسلوب الارتباط المناسب لحساب العلاقة بين متغير وآخر ، وأوضحنا الفئات المختلفة التى يمكن أن تصنف فيها طرق التعبير عن المتغيرات وأنواع معاملات الارتباط المختلفة فى كل طريقة ، وسنتناول الآن بعض هذه الأساليب بعد أن تناولنا فى الفصل التاسع طريقة بيرسون أو معامل ارتباط العزوم وهو معامل الارتباط الأكثر استخداما فى مجال البحوث النفسية .

معامل الارتباط الثنائى الأصيل(١) :

يعد معامل الارتباط الثنائى الأصيل أقرب معاملات الارتباط فى منطقة العام ، بل وفى تفاصيل خطواته الحسابية لمعامل ارتباط بيرسون ، والواقع أنه حالة خاصة من معامل ارتباط بيرسون (Downie & Heath, 1974, P.101) .

ويستخدم معامل الارتباط الثنائى الأصيل فى الحالات التى نرغب فيها حساب الارتباط بين متغيرين أحدهما متصل والآخر ثنائى ، كأن يكون المتغير الأول هو الذكاء ، والدرجات عليه متصلة ، بينما المتغير الآخر هو الموقف من أحد قضايا الرأى العام وحيث تصنف مواقف الأفراد من هذه القضية فى فئتى موافق وغير موافق ، وحيث نشير عادة إلى الموافقة بالدرجة (١) وعدم الموافقة بالدرجة (صفر) ، وبهذا تصنف مواقف الأفراد تصنيفا ثنائيا . ولمعامل الارتباط الثنائى الأصيل استخدامات أخرى عديدة فى علم النفس ، من ذلك استخدامه الواسع فى تصميم الاختبارات وتطويرها ، أو تحليل بنود الاختبارات ، حيث نلجأ مثلا لحساب الارتباط بين الدرجة الكلية على الاختبار ، وبين الدرجه على بند معين ، ولأن الإجابة على البند أما أن تكون بنعم أو بلا أو تكون صحيحة أو خاطئة ، فإن

---

(١) Point-Biserial Coefficient

الدرجة على البند تصنف فى فئتين بالطريقة نفسها حيث نشير للأجابة بنعم أو الإجابة الصحيحة بالدرجة (١) ونشير للإجابة بلا أو الإجابة الخاطئة بالدرجة صفر.

وتستخدم المعادلة الآتية رقم (١ : ١١) لحساب الارتباط بين المتغيرين المتصل والثنائى :

$$\text{ر}_{\text{ث أ}} = \frac{\text{ن} \left(\sum \text{أ ص} \right) - \text{ن}_{\text{ن}} \left(\sum \text{ك ص} \right)}{\sqrt{\text{ن}_{\text{ن}} \times \text{ن}_{\text{ل}} \left[\text{ن} \left(\sum \text{ك ص}^{٢} \right) - \left(\sum \text{ك ص} \right)^{٢} \right]}} \qquad (١١:١)$$

وحيث $\text{ر}_{\text{ث أ}}$ = معامل الارتباط الثنائى الأصيل

ن = عدد الأفراد أو حجم العينة

$\text{ن}_{\text{ن}}$ = عدد الاجابات بنعم أو صواب على المتغير الثنائى

$\text{ن}_{\text{ل}}$ = عدد الاجابات بلا أو خطأ على المتغير الثنائى لكل درجة

أ = تكرارات الصواب أو الاجابة بنعم على المتغير الثنائى

ص = المتغير المتصل

فإذا افترضنا أننا قمنا باختبار عينة من الأفراد يبلغ عددها ٩٠ مفحوصا باختبار للادراك البصرى وحيث يحصل كل فرد على درجة على الاختبار تتراوح بين صفر ، ١٠ درجات (درجات متصلة) وأردنا حساب الارتباط بين درجات هؤلاء الأفراد على الاختبار ودرجاتهم على البند الثالث من الاختبار للتعرف على ماإذا كان هذا البند يقيس بقية بنود الأختبار ام لا وحيث يجيب كل فرد من أفراد العينة على هذا البند أما إجابة صحيحة أو خاطئة (تصنيف ثنائى) فيمكننا أن ننظم بياناتنا لحساب الارتباط الثنائى الأصيل وفقاً لما يبينه الجدول الآتى رقم (١١:١) :

١ - نرصد فى العمود الأول من الجدول فئات الدرجات المختلفة التى حصل عليها الأفراد على الاختبار المتصل القيم والذى نرمز له فى المعادلة بالرمز (ص)

ففى مثالنا تتراوح بين صفر ، ١٠ درجات فنضع ١١ فئة من أعلى إلى أسفل بادئين بصفر حتى ١٠ .

٢ - نرصد فى العمود الثانى من الجدول تكرارات الإجابة بصواب أو نعم التى حصل عليها أصحاب الدرجات المختلفة على المتغير (ص) ، من ذلك مثلا أن تكرارات الإجابة بنعم بين أصحاب الدرجة ١ عددها تكرار واحد . بينما تكرارات الإجابة بنعم بين أصحاب الدرجة ٦ عددها ٨ (راجع الجدول ١ : ١١) ونشير للاجابات بنعم على المتغير الثنائى بالرمز أ وبذلك تكون (أ) أى العمود الثانى ترمز لتكرارات الإجابة بنعم بالنسبة لكل فئة من فئات الدرجات على المتغير ص أو المتغير المتصل .

٣ - نرصد فى العمود الثالث (العمود ب) فى الجدول تكرارت الإجابة بلا (خطأ) التى حصل عليها أصحاب الدرجات المختلفة على المتغير ص ، من ذلك مثلا أن تكرارات الإجابة بلا بين أصحاب الدرجة ٨ تبلغ تكرارا واحداً ، وتكرارات الإجابة بنعم (المرصودة فى العمود الثانى) لنفس الدرجة تبلغ ٦ أى أن من حصلوا عى ٨ درجات على المتغير ص (أى الاختبار كله) عددهم ٧ أجاب منهم ٦ فقط إجابة صحيحة على البند وأجاب ١ إجابة خاطئة ، وبالمثل تكون تكرارت من أجابوا بلا من أصحاب الدرجة ٣ عددها ٨ . وهكذا .

٤ - نضع فى العمود الرابع حاصل ضرب كل درجة من درجات الاختبار ص فى عدد الإجابات الصحيحة (أو إجابات نعم) عل المتغير الثانى التى حصل عليها أصحاب هذه الدرجة أى حاصل ضرب قيم العمود (١) فى قيم العمود (٢) ونرمز لهذا العمود بالرمز أص .

٥ - نرصد فى العمود الخامس التكرار الكلى للإجابات على البند أو المتغير الثنائى ، أى مجموع الإجابات الصحيحة والإجابات الخاطئة ، بالنسبة لأصحاب كل درجة على الاختبار ص أى حاصل جمع القيمتين فى العمودين ٢ ، ٣ ويلاحظ أو مجموع قيم هذا العمود سيمثل (ن) أو عدد الحالات ، أى ٩٠ حيث أن كل فرد من أفراد العينة أجاب أما صواب أو خطأ على المتغير الثنائى ونرمز لهذه القيم بالرمز ك أى التكرار .

٦ - نرصد فى العمود السادس حاصل ضرب كل درجة من درجات الاختبار ص فى التكرار الكلى للبند أو المتغير الثنائى ، أى حاصل ضرب قيم العمود (١) فى قيم العمود (٥) ونرمز لهذه القيمة بالرمز ك ص .

٧ - نرصد فى العمود السابع حاصل ضرب قيم العمود (٦) فى القيم المناظرة لها فى عمود (١) وتؤدى هذه الخطوة لحصولنا على تكرارات مربع الدرجة على الاختبار ص ونرمز لهذه الخطوة بالرمز ك ص٢ .

ونقوم بعد ذلك بحساب مجاميع الأعمدة المختلفة ، فيما عدا العمود الأول .

جدول رقم (١١:١)

اعداد البيانات اللازمة لحساب معامل الارتباط الثنائى الاصيل

(١) ص	(٢) أ	(٣) ب	(٤) أ ص	(٥) ك	(٦) ك ص	(٧) ك ص٢
صفر	صفر	٩	صفر	٩	صفر	صفر
١	١	٨	١	٩	٩	٩
٢	٢	٧	٤	٩	١٨	٣٦
٣	٣	٨	٩	١١	٣٣	٩٩
٤	٥	٦	٢٠	١١	٤٤	١٧٦
٥	٦	٤	٣٠	١٠	٥٠	٢٥٠
٦	٨	٢	٤٨	١٠	٦٠	٣٦٠
٧	٧	١	٤٩	٨	٥٦	٣٩٢
٨	٦	١	٤٨	٧	٥٦	٤٤٨
٩	٤	صفر	٣٦	٤	٣٦	٣٢٤
١٠	٢	صفر	٢٠	٢	٢٠	٢٠٠
	Σ = ٤٤	٤٦	٢٦٥	٩٠	٣٨٢	٢٢٩٤

بالتعويض فى المعادلة رقم (١١:١) نحصل على قيمة معامل الارتباط كالآتى :

$$ر ث أ = \frac{٩٠ (٢٦٥) - ٤٤ (٣٨٢)}{\sqrt{٤٤ (٤٦) \left[٩٠ (٢٢٩٤) - (٣٨٢)^{٢} \right]}}$$

$$= \frac{٢٣٨٥٠ - ١٦٨٠٨}{\sqrt{٢٠٢٤ (٢٠٦٤٦٠ - ١٤٥٩٢٤)}}$$

$$= \frac{٧٠٤٢}{\sqrt{٢٠٢٤ \times ٦٠٥٣٦}}$$

$$= \frac{٧٠٤٢}{١١٠٦٩}$$

$$= .٦٣٦$$

وتعد هذه الطريقة لحساب معامل الارتباط الثنائى الأصيل طريقة مناسبة فى حالة ما إذا كان مدى الدرجات ، وحدها الأقصى منخفضا على الاختبار ذو الدرجات المتصلة وكانت تكرارات الصواب والخطأ بالنسبة لكل درجة محدودة وغير كبيرة باستخدام اختبارات ذات مدى درجات كبير (اختبار للذكاء مثلا قد تتراوح نسب الذكاء عليه بين ٥٠ أو ٦٠ إلى ١٢٠ أو ١٤٠) وبين عدد كبير من الحالات وحيث تكون تكرارات الصواب والخطأ على المتغير الثنائى كبيرة بالنسبة لكل درجة من درجات المتغير المتصل وفى هذه الحالة تصبح الطريقة التى استخدمناها طويلة ومستهلكة للوقت ويتعين استخدام طرق أخرى أفضل .

واحدى الطرق المناسبة لحساب معامل الارتباط الثنائى الأصيل عندما نواجه هذه الحالة ، هى الطريقة التى نستخدم فيها المتوسط والانحراف المعيارى للمتغير

المتصل ونسبة الإجابة الصحيحة والخاطئة على المتغير الثنائى وسنستخدم المثال التالى لإيضاح خطوات هذه الطريقة :

كما ذكرنا فإن أحد الاهتمامات الأساسية التى تشغل الباحثون عند استخدام اختباراتهم هى الرغبة فى دراسة القدرة التمييزية لبنود هذه الأختبارات ، ويقع هذا الاهتمام فى اطار التحليل الكمى للبنود ، ويتلخص السؤال المطلوب اجابته من خلال معامل الارتباط الثنائى الأصيل فى الآتى : هل هناك ارتباط بين البند والدرجة الكلية على الاختبار؟ فاذا افترضنا أن هذا السؤال ينصب على أحد بنود اختبار وكسلر لذكاء الراشدين ، فإننا نبدأ بتطبيق الاختبار على عينة ولتكن مكونة من ١٠٠ مفحوص ونظرا لكبر حجم هذه العينة يتعذر استخدام المعادلة السابقة (١ : ١١) لذا نستخدم هذا الأسلوب الجديد ليؤدى إلى نفس النتيجة ، وذلك بأن نستخدم المعادلة التالية رقم (٢ : ١١) ونصها :

$$\text{رث أ} = \frac{\text{ص} - \text{س}}{\text{ع}} \sqrt{\frac{\text{ن ص}}{\text{ن خ}}} \qquad (١١ : ٢)$$

حيث رث أ = معامل الارتباط الثنائى الأصيل

ص = متوسط درجة من أجابوا إجابة صحيحة على البند

س = متوسط الدرجة الكلية على الاختبار

ع = الانحراف المعيارى للدرجة الكلية على الاختبار

ن ص = نسبة من أجابوا إجابة صحيحة على البند من مجموع أفراد العينة

ن خ = ١ − ن ص أو نسبة من أجابوا إجابة خاطئة على البند .

نجد فى هذا المثال أن العينة تتكون من ١٠٠ مفحوص ، حصل كل مفحوص منهم على درجتين على الاختبار ، الدرجة الأولى متصلة ، وهى درجته الكلية على كل البنود ، والدرجة الثانية عبارة عن إجابته على البند المعين موضوع الدراسة ، والتى لاتخرج عن كونها « صواب أو خطأ » . أى أن درجته على البند تصنفه فى أحد فئتين إما فئة صواب أو فئة الخطأ . وفى ضوء هذه البيانات الأولية نبدأ فى تصميم جدول لرصد البيانات الأساسية المستخدمة فى حساب معامل الارتباط الثنائى الأصيل على الوجه الاتى الذى يوضحه جدول رقم (٢ : ١١) :

جدول رقم (٢ : ١١)

تنظيم البيانات اللازمة لحساب معامل الارتباط الثنائى الاصيل

(١) ف	(٢) ص	(٣) خ	(٤) ك	(٥) ح	(٦) كحَ	(٧) كحَ٢	(٨) صحَ
-٣٩	صفر	١٢	١٢	-٥	-٦٠	٣٠٠	صفر
-٤٩	١	٤	٥	-٤	-٢٠	٨٠	-٤
-٥٩	٣	٩	١٢	-٣	-٣٦	١٠٨	-٩
-٦٩	٣	٦	٩	-٢	-١٨	٣٦	-٦
-٧٩	٦	٨	١٤	-١	-١٤	١٤	-٦
-٨٩	٧	٦	١٣	صفر	صفر	صفر	صفر
-٩٩	٦	٢	٨	١	٨	٨	٦
-١٠٩	٥	٤	٩	٢	١٨	٣٦	١٠
-١١٩	٦	٢	٨	٣	٢٤	٧٢	١٨
-١٢٩	٦	١	٧	٤	٢٨	١١٢	٢٤
-١٣٩	٣	صفر	٣	٥	١٥	٧٥	١٥
	٤٦	٥٤	١٠٠		-٥٥	٨٤١	٤٨

١ - نضع فى العمود الأول من الجدول وعنوانه (ف) الفئات التى ينقسم إليها المدى الخاص بالدرجات الكلية على الاختبار ، فإذا افترضنا أن هذا المدى يتراوح بين ٣٢ ، ١٣٥ فإننا نقوم بتقسيمة إلى ١١ فئة بطول ١٠ للفئة ابتداء من ٣٠ بحيث تبدأ الفئة الأول وتنتهى بـ ٣٠ - ٣٩ من أعلى الجدول إلى أسفله ، تليها الفئة ٤٠ - ٤٩ وهكذا .

٢ - العمود الثانى وعنوانه (ص) ، أى تكرارات الصواب على البند ، حيث نرصد فيه عدد من أجابوا إجابة صحيحة على البند فى كل فئة من فئات الدرجة على الاختبار من ذلك مثلا أنه من بين أصحاب الدرجات التى تقع فى الفئة ١٠٠- ١٠٩ كان عدد من أجابوا إجابة صحيحة على البند ٥ أفراد . فنرصد ٥ فى هذا العمود على يسار الفئة ١٠٠ - ١٠٩ .

٣ - العمود الثالث وعنوانه (خ) ، أى تكرارات الخطأ على البند ، ونرصد فيه عدد من أجابوا إجابة خاطئة على البند فى كل فئة من فئات الدرجة على الاختبار من ذلك مثلا أنه من بين أصحاب الدرجات التى تقع فى نفس الفئة ١٠٠ - ١٠٩ كان عدد من أجابوا إجابة خاطئة على البند ٤ أفراد فنرصد ٤ فى هذا العمود على يسار الـ ٥ .

٤ - العمود الرابع وعنوانه (ك) ، أى التكرار الكلى ، ونرصد فيه العدد الكلى للافراد فى كل فئة من فئات الدرجة على الاختبار ، وبما أن هذا العدد الكلى فى كل فئة عبارة عن مجموع من أجابوا إجابات صحيحة وعدد من أجابوا إجابات خاطئة على البند فتكون القيمة التى ترصد فى هذا العمود عبارة عن مجموع قيم العمودين ٢ ، ٣ فى كل فئة ، من ذلك أننا نرصد ٩ أمام الفئة ١٠٠ - ١٠٩ وهى مجموع من أجابوا إجابة صحيحة (٥) + مجموع من أجابوا إجابة خاطئة (٤). وهكذا بالنسبة لكل فئة .

٥ - العمود الخامس وعنوانه (حَ) ، أى الانحرافات الفرضية ، وهى انحرافات فرضية عن مراكز الفئات الخاصة بالدرجة الكلية على الاختبار بنفس الطريقة التى استخدمناها من قبل فى حساب المتوسط للبيانات المصنفة ، وحيث نختار عادة

الفئة الواقعة وسط الجدول لنجعلها الفئة الصفرية وسنختار هنا الفئة (٨٠ - ٨٩)، وبهذا يكون الانحراف الفرضى للفئة التالية عليها (٩٠ - ٩٩) مقداره (١) ، والتالية (١٠٠ - ١٠٩) مقداره (٢) ، وهكذا ، كما تكون انحرافات الفئات السابقة عليها -١ ، -٢ ، -٣ بدءا من الفئات ٧٠ - ٧٩ ، ٦٠ - ٦٩ ، ٥٠ - ٥٩ على الترتيب .

٦ - العمود السادس وعنوانه (ك حَ) ، أى حاصل ضرب التكرار الكلى فى الانحرافات ، ونرصد فيه حاصل ضرب التكرارات الكلية (أى القيمة فى عمود ٤) فى الانحرافات الفرضية (أى القيمة فى عمود ٥) من ذلك مثلا أن القيمة المناظرة للفئة ١٣٠ - ١٣٩ تساوى ١٥ حيث تكرارها الكلى ٣ وأنحرافها الفرضى ٥ وهكذا فى بقية الفئات .

٧ - العمود السابع وعنوانه (ك $حَ^{٢}$) ، أى التكرار الكلى مضروبا فى مربع الانحرافات الفرضية وقيم هذا العمود عبارة عن مربع الانحرافات الفرضيه لكل فئة (عمود ٥) مضروبا فى التكرار الكلى للفئة (عمود ٤) .

٨ - العمود الثامن وعنوانه (ص حَ) ، أى التكرار الخاص بالإجابات الصحيحة مضروبا فى الانحرافات الفرضية للفئات ، أى قيم عمود ٢ مضروبة فى قيم عمود ٥ . ونستخدم قيم هذا العمود الأخير لحساب متوسط الإجابات الصحيحة على البند .

نقوم فى الخطوة الأخيرة بحساب مجاميع قيم الأعمدة ٢، ٣، ٤، ٦، ٧، ٨ ونرصدها أسفل هذه الأعمدة بالجدول . ثم نقوم بالتعويض فى المعادلة رقم (٢:١١).

ونبدأ أولا بحساب المتوسطين المطلوبين ، متوسط درجة أصحاب الإجابات الصحيحة على البند ، ومتوسط الدرجة الكلية على الوجه الآتى :

(أ) يحسب متوسط درجة أصحاب الإجابات الصحيحة بالمعادلة الآتية :

$$\overline{ص} = مَ + \frac{ص حَ}{ص} \ (ف) \qquad (٣ : ١١)$$

حيث مَ = مركز الفئة الصفرية

ص حَ = مجموع التكرار الخاص بالإجابات الصحيحة (مجموع عمود ٨)

ص = مجموع تكرارات الصواب على البند الثنائى (مجموع عمود ١)

ف = طول الفئة فى الجدول (وطولها ١٠ فى مثالنا)

وبالتعويض فى هذه المعادلة نحصل على الآتى :

$$ص = ٨٥ + \frac{٤٨}{٤٦} (١٠)$$

$$= ٨٥ + ١٠,٤$$

$$= ٩٥,٤$$

(ب) يحسب متوسط الدرجة الكلية بالمعادلة الاتية :

$$\overline{س} = مَ + \frac{ك حَ}{ك} (ف) \qquad (٤ : ١١)$$

حيث مَ = مركز الفئة الصفرية

ك حَ = مجموع التكرارات الكلية فى الانحرافات الفرضية (مجموع عمود ٦)

ك = التكرار الكلى للإجابة (أى ن)

ف = طول الفئة فى الجدول (وهو ١٠ فى مثالنا)

وبالتعويض فى هذه المعادلة نحصل على الآتى :

$$\overline{س} = ٨٥ + \frac{(-٥٥)}{١٠٠} (١٠)$$

$$= ٨٥ + (-٥,٥)$$

$$= ٧٩,٥$$

(جـ) نحسب بعد ذلك الانحراف المعيارى لمتوسط الدرجة على الاختبار بالمعادلة الآتية :

$$ع = \sqrt{\frac{\sum ح^2}{ن}} \qquad (٥ : ١١)$$

حيث تحسب قيمة $ح^2$ فى المعادلة السابقة (٥ : ١١) بالمعادلة الآتية :

$$\sum ح^2 = ك ح^2 - \left(\frac{(ك حَ)^2}{ك}\right) ف^2 \qquad (٦ : ١١)$$

وحيث ك $حَ^2$ = مجموع التكرار الكلى مضروبا فى مربع الانحرافات الفرضية (مجموع عمود ٥)

$(ك حَ)^2$= مربع مجموع حاصل ضرب التكرار الكلى فى الانحرافات الفرضية (مربع مجموع عمود ٦)

ك = التكرارالكلى

ف = طول الفئة

وبالتعويض فى المعادلة (٦ : ١١) نحصل على الاتى :

$$\sum ح^2 = ٨٤١ - \frac{(-٥٥)^2}{١٠٠}(١٠)^2$$

$$= ٨٤١ - ٣٠,٢٥ (١٠٠)$$

$$= ٨١٠,٧٥ \times (١٠٠)$$

$$= ٨١٠٧٥$$

وبالتعويض فى المعادلة (٥ : ١١) نحصل على الاتى :

$$ع = \sqrt{\frac{٨١٠٧٥}{١٠٠}}$$

$$= ٢٨,٥$$

(د) نحسب بعد ذلك كل من ن ص ، ن خ وحيث :

$$ن ص = \frac{ص}{ك}$$

$$= \frac{٤٦}{١٠٠} = ٤٦,$$

$$ن خ = ١ - ن ص$$

$$= ١ - ٤٦, = ٥٤,$$

نقوم الآن بالخطوة الأخيرة لحساب معامل الارتباط الثنائى الأصيل وذلك بالتعويض فى المعادلة (٢ : ١١) كالاتى :

$$ر_{ث أ} = \frac{٧٩,٥ - ٩٥,٤}{٢٨,٥} \sqrt{\frac{٤٦,}{٥٤,}}$$

$$= ٥٥٨, \times ٩٢,$$

$$= ٥١,$$

ويلاحظ أن هذا الأسلوب يصلح بالمثل فى عدد من الاستخدامات فى البحوث النفسية من ذلك مثلا عندما نحسب صدق اختبار فى ضوء محك ثنائى التصنيف ، مثل الدرجة على الاختبار فى مقابل « مريض - سوى » أو مقابل « مقبول - مرفوض » على امتحان آخر أو « ناجح - راسب » فى اختبارات القبول لعمل أو وظيفة . للأختبار ويشار إلى معامل الارتباط هذا بين الاختبار والمحك فى مجال القياس النفسى باعتباره معامل صدق .

معامل الارتباط الثنائى[1] :

الاستخدام الشائع لمعامل الارتباط الثنائى ، لا يختلف كثيراً عن استخدامات معامل الارتباط الثنائى الأصيل . وإن كان هذا المعامل الأخير يفوقه دقة ومعنى ، وبذلك لا يتميز معامل الارتباط الثنائى بأية مميزات إضافية ، وهو يستخدم عادة عندما لايكون لدينا متغير ثنائى التصنيف أصلا ، بل متغير متصل نحوله عند نقطةمعينة إلى تقسيم ثنائى ، كأن نحاول حساب الارتباط بين الذكاء وبين تصنيف الأفراد من حيث موافقتهم أو رفضهم لرأى فى قضية معينة ، وحيث يصنف الأفراد أساساً فى متصل كالأتى : موافق تماماً - موافق - محايد - غير موافق - غير موافق بالمرة . فنحول هذا المتصل إلى « موافق ومعارض » أو نحول درجات الأفراد فى امتحان آخر العام إلى أداء حسن - أداء سيئ » عند الدرجة ٢٥ من الحد الأقصى وهو ٥٠ درجة .

ويلاحظ بصفة عامة أن معامل الارتباط الثنائى يؤدى إلى تقدير مبالغ فيه للارتباط بين المتغيرين ، وعملياً يمكن توقع تجاوز قيمة معامل الارتباط الثنائى للواحد الصحيح ويرجع ذلك لأبتعاد التوزيع عن الاعتدالية ، بالإضافة إلى هذا فان معامل الارتباط الثنائى لا يمكن اعتباره مناظرا لمعامل ارتباط بيرسون ، وهو لايقبل تحويله وفقا لخصائص توزيع (ذ) لفيشر . وتستخدم المعادلة الآتية رقم (٧ : ١١) والتى تتوفر جميع البيانات للتعويض فيها فى جدول (١١:٢) .

$$ر_ث = \frac{\bar{ص} - \bar{س}}{ع_ك} \left(\frac{ص}{أ} \right) \qquad (١١ : ٧)$$

وحيث جميع الرموز مساوية لرموز المعادلة (١١:١) فيما عدا (أ) والتى تعنى قيمة الإحداثى (ص) الخاص بالمساحة الصغرى التى تساويها قيمة (ص) والتى تستخرج من جدول (ب) بالملحق والخاص بالمساحات تحت المنحنى

---

(١) Biserial Correlation, Coefficient

الإعتدالى وهى تساوى فى مثالنا هذا (٠,٣٩٧)وبالتعويض فى المعادلة (١١:٧) نحصل على الآتى :

$$ر_ث = \frac{٧٩,٥ - ٩٥,٤}{٢٨,٥} \left(\frac{٠,٤٦}{٠,٣٩٧}\right)$$

$$= ٠,٥٥٨ \times ١,١٦$$

$$= ٠,٦٥$$

ويظهر من هذه القيمة مدى المبالغة فى تقدير الارتباط بين المتغيرين واللذين بلغ معامل الارتباط بينهما باستخدام طريقة معامل الارتباط الثنائى الأصيل ٥١, فقط وعلى هذا لا ينصح باستخدام معامل الارتباط الثنائى نتيجة لعدم إمكان إستخدامه فى التنبؤ ، ولعدم توفيره إمكانية حساب الخطأ المعيارى للارتباط ، وهو عادة لايُقبل بثقة كبيرة (McNemar, 1957, P. 195) .

معامل ارتباط فاى[١] :

كثيراً مايجد الدارس أنه فى حاجة لحساب الارتباط بين متغيرين ، كل منهما مصنف تصنيفا ثنائيا . وهى حاجة تظهر باستمرارلدى أولئك الذين يهتمون بدراسة الارتباطات بين بنود الإختبار الواحد ، ولأن الإجابة على البند الواحد تكون إما بنعم أو لا فإن المتغير الواحد ، أى البند سيقسم أية عينة يطبق عليها إلى مجموعتين ، مجموعة من أجابوا بنعم ومجموعة من أجابوا بلا وبالمثل فى البند الثانى ، وقد تظهر نفس الحاجة فى حالات أخرى كأن نفكر فى حساب الارتباط بين « الرسوب والنجاح » لعينة من الأفراد وبين الجنس « ذكر أو أنثى » ، وكلا المتغيرين أيضا مصنف تصنيفا ثنائيا .

ويستخدم معامل فاى فى مثل هذه الحالات وحيث نوضح من خلال المثال التالى خطوات حسابه بين بندين من بنود استخبار ايزنك للعصابية وحيث طبق الاختبار على عينة مكونة من ٢٠٠ مفحوص ويوضح الجدول الآتى رقم (١١:٣) طريقة تنظيم البيانات الخاصة بحساب معامل ارتباط فاى .

---

(١) Fourfold Coefficient or Phi

جدول رقم (٣ : ١١)

تنظيم البيانات لحساب معامل ارتباط فاى

بند (٢)				
		صواب	خطأ	
بند (١)	صواب	٧٠ (أ)	٣٠ (ب)	١٠٠ (ك)
	خطأ	٣٠ (جـ)	٧٠ (د)	١٠٠ (ل)
		١٠٠ (م)	١٠٠ (ن)	٢٠٠

إذا نظرنا إلى الجدول من جانبه الأيمن فسنجد فى الصف الأول أن ١٠٠ مفحوص أجابوا إجابة صحيحة على البند الأول ، من بينهم ٧٠ أجابوا إجابة صحيحة على البند الثانى أيضاً ، بينما الـ ٣٠ الآخرين أجابوا إجابة خاطئة على البند الثانى ، وإذا فحصنا الصف الثانى فسنجد أيضاً أن ١٠٠ مفحوص أجابوا إجابة خاطئة على البند الأول ، أجاب منهم ٣٠ إجابة صحيحة على البند الثانى ، وأجاب ٧٠ إجابة خاطئة . وإذا نظرنا إلى الجدول من أعلاه فيمكننا أن نقرأه بنفس الصورة . ويمكننا أن نلاحظ أن كل خلية من خلايا الجدول سميت برمز معين مثل أ، ب ، جـ ، د فإذا استخدمنا هذه الرموز لتوضيح ترتيب البيانات فى الجدول فسنتبين الآتى :

١ - الخلية (أ) نرصد فيها عدد من أجابوا إجابة صحيحة على المتغيرين .

٢ - الخلية (ب) نرصد فيها عدد من أجابوا إجابة صحيحة على المتغير الأول وإجابة خاطئة على المتغير الثانى .

٣ - الخلية (جـ) نرصد فيها عدد من أجابوا إجابة خاطئة على المتغير الأول وإجابة صحيحة على المتغير الثانى .

٤ - الخلية (د) نرصد فيها من أجابوا إجابة خاطئة على المتغيرين .

ويمكننا أن نلاحظ أننا قمنا أيضا بحساب مجاميع الأعمدة والتى رمزنا لها بالرمزين م ، ن وكذلك مجاميع الصفوف ورمزنا لها بالرمزين ك ، ل .

بعد أن ننتهى من هذه الخطوات نقوم بالتعويض فى المعادلة الآتية رقم (١١:٨) .

$$ر ف = \frac{أ د - ب جـ}{\sqrt{ك ل م ن}} \qquad (١١:٨)$$

وحيث أ ، ب ، جـ ، د = قيم الخلايا الموضحة حسب المثال

ك ، ل ، م ، ن = مجاميع الصفوف والأعمدة الموضحة بالمثال ، وبالتعويض نجد أن :

$$ر ف = \frac{(٣٠ \times ٣٠) - (٧٠ \times ٧٠)}{\sqrt{١٠٠ \times ١٠٠ \times ١٠٠ \times ١٠٠}}$$

$$= \frac{٩٠٠ - ٤٩٠٠}{\sqrt{١٠٠٠٠٠٠٠٠}}$$

$$= \frac{٤٠٠٠}{١٠٠٠٠}$$

$$= ٤,$$

ويلاحظ بالطبع أن حالتى المتغير قد تكونا صواب - خطأ ، أو نعم - لا ، أو يوافق - لا يوافق وفى كل الحالات يستخدم معامل فاى طالما المتغيرين مصنفين فى فئات ثنائية .

ويعد معامل ارتباط فاى معاملا لارتباط العزوم[١] مثله فى ذلك مثل ارتباط بيرسون (Edwards, 1967, P. 120) وتمثل هذه الخاصية ميزة واضحة فيه تشجع على استخدامه كتقدير جيد للارتباط بين المتغيرات الثنائية ، غير أن هناك بعض القصور فى معامل فاى ناتج عن أن قيمته فى أغلب الأحوال لاتصل إلى الواحد الصحيح سواء سلبا أو إيجاباً إلا فى الحالة التى ينقسم فيها المتغيرين بالتساوى (أى حيث مجموع العمودين يساوى مجموع الصفين أى قيم ك ، ل تساوى قيم م ، ن) كالحالة فى مثالنا السابق وفى مثل هذه الحالة يمكن أن يصل معامل الارتباط إلى الواحد الصحيح ، من ذلك مثلا الحالة التى تكون فيها كل قيمة فى الخليتين أ ، د تساوى ١٠٠ وكل قيمة فى الخليتين ب ، جـ = صفر فنحصل على معامل ارتباط قدره + ١,٠ حيث يؤدى التعويض فى المعادلة (٨ : ١١) إلى النتيجة التالية :

$$\text{ر ف} = \frac{١٠٠ \times ١٠٠ - \text{صفر}}{\sqrt{١٠٠ \times ١٠٠ \times ١٠٠ \times ١٠٠}}$$

$$= \frac{١٠٠٠٠}{١٠٠٠٠}$$

$$= +١,٠$$

وبالمثل نحصل على معامل ارتباط سلبى تام فى الحالة التى تكون فيها كل قيمة فى الخليتين أ ، د تساوى صفر ، وكل قيمة فى الخليتين ب ، جـ = ١٠٠ وبالتعويض فى نفس المعادلة نحصل على الآتى :

$$\text{ر ف} = \frac{\text{صفر} - ١٠٠ \times ١٠٠}{\sqrt{١٠٠ \times ١٠٠ \times ١٠٠ \times ١٠٠}}$$

$$= \frac{-١٠٠٠٠}{١٠٠٠٠}$$

$$= -١,٠$$

(١) Product Moment

أما فى الحالات التى لا تتساوى فيها قيم الخلايا الهامشية (الخلايا ك ، ل ، م ، ن) الخاصة بمجاميع الصفوف والأعمدة فإن قيمة معامل الارتباط ستختلف من حالة إلى أخرى حسب توزيع البيانات ولكنها لن تصل فى أى حالة منها إلى معامل ارتباط يبلغ الواحد الصحيح سلباً أو إيجاباً . أما إذا انقسم المتغيران إلى نسبتين بين ٣٠, و ٧٠, فإن أقصى ارتباط يمكن الحصول عليه سيتراوح بين + ٤٣, ، -٤٣, وفى حالة انقسام المتغيرين على أساس نسبتين ٥٠, ، ٥٠, فإن أقصى ارتباط يمكن الوصول إليه فى هذه الحالة لا يتجاوز + ٦٥, ، - ٦٥, . (Davidoff & Goheen, 1953)

تصحيح معامل فاى:

نتيجة لهذا القصور الذى يؤدى لعدم بلوغ معامل فاى لتقدير أقصى ارتباط بين المتغيرين ؛ تستخدم معادلة خاصة لتصحيح قيمته لتقريب هذه القيمة إلى معامل بيرسون وذلك بافتراض اعتدالية توزيع المتغيرين ، وعلى أن تستوفى عدة شروط قبل التصحيح وهى :

(أ) أن لاتكون قيمة معامل فاى المحسوبة أكبر من ٤ , ٠ .

(ب) أن يتراوح تكرار القيم الهامشية الموجبة للمتغيرين (أى القيمتين ك؛ م)* بين ٣ , ٠ ، ٧ , ٠ .

فإذا أفترضنا أننا أختبرنا عينة من ٢٠٠ مفحوص باختبارين (أو سؤالين) يقيس الأول الرأى فى عمل المرأة (يوافق - لا يوافق) ويقيس الثانى التخصص الدراسى (أدبى - علمى) وكان التوزيع النسبى** للتكرارات فى المتغيرين هو مايوضحه جدول (٤ : ١١) .

(*) أى مجموع تكرارات الصف الأول والعمود الأول من الجدول .

(**) أى أننا سنستخدم هنا فى خلايا الجدول النسب وليس التكرارات الفعلية .

جدول رقم (٤ : ١١)

التوزيع النسبى لتكرارات الراى فى عمل المرأة والتخصص (ن = ٢٠٠)

	موافق	غيرموافق	
أدبى	,٢٩ (أ)	,٣١ (ب)	,٦٠ (ك)
علمى	,١٢ (جـ)	,٢٨ (د)	,٤٠ (ل)
	,٤١ (م)	,٥٩ (ن)	١,٠

ولحساب قيمة فاى نعوض أولا فى المعادلة (٨ : ١١) فنحصل على القيمة الآتية :

$$\text{ر ف} = \frac{(,٢٩ \times ,٢٨) - (,٣١ \times ,١٢)}{\sqrt{,٦٠ \times ,٤٠ \times ,٤١ \times ,٥٩}}$$

$$= \frac{,٠٨١ - ,٠٣٧}{\sqrt{,٠٥٨١}}$$

$$= \frac{,٠٤٤}{,٢٤١}$$

$$= ,١٨$$

وبمراجعة الشروط الخاصة بامكانية تصحيح هذا المعامل نجد أن الشرط الأول مستوفى حيث قيمة فاى تساوى ١٨ر٠ أى أقل من ٤ , ٠ والشرط الثانى مستوفى

أيضا حيث يتراوح التكرارين ك ، م بين ٠,٦٠ ، ٠,٤١ أى انهما داخل الحدود ٠,٣٠ ، ٠,٧ ر وبذلك يمكن استخدام معادلة التصحيح الآتية (٩:١١) (Guilford, Fruchter, 1973, PP. 330-331) .

$$ر\bar{ف} = ر ف \left(\frac{\sqrt{ك \times ل}}{ط ك} \right) \left(\frac{\sqrt{م \times ن}}{ط م} \right) \quad (٩ : ١١)$$

حيث رفَ = معامل فاى المصحح

رف = معامل فاى المحسوب

ك ، ل ، م ، ن = مجموع تكرارات الأعمدة والصفوف طبقاً للموضح فى جدول (٤ : ١١)

ط ك ، ط م = الطول المعيارى للأحداثى الخاص بالمتغيرين عند النقطة التى يقطع فيها هذا الإحداثى قاعدة المنحنى لنسبتين*

وبالتعويض فى هذه المعادلة نحصل على الآتى :

$$رف = ,١٨ \left(\frac{\sqrt{,٦٠ \times ,٤٠}}{,٣٩} \right) \left(\frac{\sqrt{,٤١ \times ,٥٩}}{,٣٩} \right)$$

$$= ,١٨ \left(\frac{\sqrt{,٢٤}}{,٣٩} \right) \left(\frac{\sqrt{,٢٤}}{,٣٩} \right)$$

$$= ,١٨ \left(\frac{,٤٩}{,٣٩} \right) \left(\frac{,٤٩}{,٣٩} \right)$$

$$= ,١٨ \times \frac{,٢٤}{,١٥٢١}$$

(*) ويستخرج الطول من العمود الخامس للقيمة المساوية لكل من ك ، م فى العمودين الثالث والرابع من جدول المساحات تحت المنحنى الاعتدالى (جدول ب بالملحق) .

$= ١,٥٧٨ \times ,١٨$

$= ,٢٨$

وبهذا يرتفع معامل فاى نتيجة لاستخدام المعادلة (١١:٩) من ١٨ر٠ إلى ٢٨ ر.

دلالة معامل فاى :

يستمد معامل ارتباط فاى دلالته من دلالة إحصاء كا٢* ، فاذا كانت كا٢ دالة يصبح معامل فاى دالا . ويحول معامل فاى إلى كا٢ بالمعادلة الآتية رقم (١١:١٠) :

كا٢ = ن × (رف)٢	(١١ : ١٠)

وبالتعويض فى هذه المعادلة وحيث ن فى مثالنا تساوى ٢٠٠ نحصل على كا٢ كالآتى :

كا٢ = ٢٠٠ × (,٢٨)٢

$= ٢٠٠ \times ,٠٧٨$

$= ١٥,٦٨$

ولحساب دلالة كا٢ ، نحسب أولا درجات الحرية ، ودرجات الحرية لكا٢ تساوى عدد الصفوف ناقص واحد مضروبا فى عدد الأعمدة ناقص واحد ، وبما أن جدول حساب الارتباط كان ٢ × ٢ إذن فدرجات الحرية عبارة عن :

$(٢ - ١) (٢ - ١) = ١$

(*) أنظر احصاء كا٢ فى الفصول التالية .

معنى هذا أن مستويات الدلالة لمعامل فاى بعد تحويله إلى كا٢ لا يتغير من حالة لأخرى حيث أنها باستمرار عند درجات حرية ١ وبالرجوع إلى القيمة الجدولية* لكا٢ لدرجة حرية ١ سنجد أن مستويات دلالتها كالآتى :

(أ) عند مستوى ٠,٠٥ = ٣,٨٤١

(ب) عند مستوى ٠,٠١ = ٦,٦٣٥

(جـ) عند مستوى ٠,٠٠١ = ١٠,٨٢٧

وبما أن كا٢ المحسوبة تزيد عن ١٠,٨٢٧ (أى كا٢ الجدولية عند مستوى ٠,٠٠١) إذن فالارتباط دال بين المتغيرين : الرأى ونوع التعليم فيما وراء مستوى ٠,٠٠١

معامل الارتباط الرباعى[1] :

لايختلف معامل الارتباط الرباعى فى فكرته العامة عن معامل فاى ، وتتمثل الاختلافات المحدودة بينهما فى الآتى :

١ - أن المتغيرين فى معامل الارتباط الرباعى متغيران متصلان أصلا ، قُسم كل منهما إلى فئتين فقط عند نقطة معينة على متصل الدرجات بحيث تصبح درجة الفرد على أى متغير منهما أما « منخفضة أو مرتفعة » « أقل من المتوسط أو أعلى من المتوسط » ، وهكذا وفقا لمحك نقطة التقسيم ، وبذلك تتحول درجات أفراد العينة إلى تكرارات فى هذا التقسيم الثنائى للمتغير .

٢ - أن يؤدى هذا التصنيف الثنائى للدرجات إلى تكرارات متقاربة فى فئتى الجدول بحيث لا تبعد تكرارات الفئة الواحدة بعدا كبيرا عن ٥٠ ٪ من التكرارات الخاصة بالمتغير ، ولا يصح حساب معامل الارتباط الرباعى فى حالة ما إذا زادت التكرارات فى إحدى خلايا الجدول عن ٩٠ ٪ من تكرارات المتغير أو نقصت فى خلية أخرى عن ١٠ ٪ (السيد ، ١٩٧٩ ، ص ٣٦٧)

---

(١) Tetrachoric Correlation Coefficient

(*) جدول دلالة كا٢ بالملحق .

٣ - أن يكون توزيع الدرجات الأصلية لكل من المتغيرين قريب قربا كافيا من التوزيع الأعتدالى ، بحيث يسوغ للباحث أفتراض أن البيانات التى يعالجها مسحوبة من مجموعة أصلية ذات توزيع اعتدالى نموذجى (خيرى ، ١٩٦٣ ، ص ٣٨٠ - ٣٨١) .

ولهذا السبب فكلما كانت العينة كبيرة كلما كان معامل الارتباط الرباعى أكثر قربا للدقة لإستيفائه شرط اعتدالية التوزيع ، وينصح عادة أن لاتقل العينة عن ٢٠٠ .

وتتبع الخطوات الآتية فى الحصول على معامل الارتباط الرباعى وحيث نفترض أننا أختبرنا عينة من الأفراد مكونة من ٢٠٠ مفحوص باختبار للذكاء ، وبعد الحصول على درجاتهم صنف الأفراد فى فئتين ، مرتفعى الذكاء وهم من حصلوا على درجات تزيد عن المتوسط ومنخفضى الذكاء وهم من حصلوا على درجات تقل عن المتوسط ، وأختبر نفس الأفراد باختبار للأنبساط ، وصنفوا أيضا باعتبارهم منبسطين أو منطوين بناء على متوسط الدرجة على الأختبار ، ويمثل الجدول الآتى رقم (٥ : ١١) توزيع تكرارات أفراد العينة على هذين المتغيرين ، ويلاحظ أن الجدول منظم بنفس طريقة تنظيم البيانات المستخدمه لحساب معامل ارتباط فاى وحيث نحسب أيضا مجاميع أعمدة ومجاميع صفوف الجدول ونشير لكل خلية برموز أبجدية أ ، ب ، جـ ، د .

وتستخدم عادة معادلة من الدرجة الثانية ذات مجهولين لحساب قيمة معامل الارتباط الرباعى أو (رب) وهى معادلة طويلة وتتطلب كمية عمل كبيرة غير أن ديفيدوف وجوهين وضعا جدولا مبسطاً لتحديد قيمة رب من مجرد القيام بخطوة بسيطة حيث تستخلص قيمة رب من جدول رقم (٥ : ١١) بحساب ناتج قسمة أد على ب جـ ثم تستخلص قيمة رب (معامل الارتباط الرباعى) من الجدول رقم (٦ : ١١) (Devidoff & Goheen, 1953) .

جدول رقم (٥ : ١١)
توزيع درجات ٢٠٠ مفحوص على متغيرى
الذكاء والانبساط ثنائى التقسيم

		الذكاء		
		مرتفعين	منخفضين	
الانبساط	منبسطين	٤٠ (أ)	٦٠ (ب)	١٠٠
	منطوين	٣٥ (جـ)	٦٥ (د)	١٠٠
		٧٥	١٢٥	ن = ٢٠٠

وباتباع هذه الخطوات نحصل على الآتى :

$$\text{أ د / ب جـ} = \frac{٤٠ \times ٦٥}{٦٠ \times ٣٥}$$

$$= \frac{٢٦٠٠}{٢١٠٠} = ١,٢٤$$

وبالكشف عن القيمة ١,٢٤ فى جدول (٦ : ١١) نجد أنها تساوى ٠٩, أى أن رب أو معامل الارتباط الرباعى بين الذكاء والأنبساط قدره ٠٩,

ويلاحظ أن هذه القيمة تقريبية ، وإن كانت الفروق بينها وبين القيمة الناتجة عن التعويض فى معادلة الدرجة الثانية فروق ضئيلة لاتقارن بحجم الوفر فى الوقت والجهد وأحتمال التعرض للأخطاء .

جدول رقم (٦ : ١١)

تقدير ر ب من القيم المختلفة لـ أ د / ب جـ

ر ب	أ د / ب جـ	ر ب	أ د / ب جـ
صفر	٣,٠٠ - ٠٠	,٢٦	١,٩٨ - ١,٩٤
,٠١	١,٠٣ - ١,٠١	,٢٧	٢,٠٤ - ١,٩٩
,٠٢	١,٠٦ - ١,٠٤	,٢٨	٢,١٠ - ٢,٠٥
,٠٣	١,٠٨ - ١,٠٧	,٢٩	٢,١٥ - ٢,١١
,٠٤	١,١١ - ١,٠٩	,٣٠	٢,٢٢ - ٢,١٦
,٠٥	١,١٤ - ١,١٢	,٣١	٢,٢٨ - ٢,٢٣
,٠٦	١,١٧ - ١,١٥	,٣٢	٢,٣٤ - ٢,٢٩
,٠٧	١,٢٠ - ١,١٨	,٣٣	٢,٤١ - ٢,٣٥
,٠٨	١,٢٣ -١,٢١	,٣٤	٢,٤٨ - ٢,٤٢
,٠٩	١,٢٧ - ١,٢٤	,٣٥	٢,٥٥ - ٢,٤٩
,١٠	١,٣٠ - ١,٢٨	,٣٦	٢,٦٣ - ٢,٥٦
,١١	١,٣٣ - ١,٣٠	,٣٧	٢,٧١ - ٢,٦٤
,١٢	١,٣٧ - ١,٣٤	,٣٨	٢,٧٩ - ٢,٧٢
,١٣	١,٤٠ - ١,٣٨	,٣٩	٢,٨٧ - ٢,٨٠
,١٤	١,٤٤ - ١,٤١	,٤٠	٢,٩٦ - ٢,٨٨
,١٥	١,٤٨ - ١,٤٥	,٤١	٣,٠٥ - ٢,٩٧
,١٦	١,٥٢ - ١,٤٩	,٤٢	٣,١٤ - ٣,٠٦
,١٧	١,٥٦ - ١,٥٣	,٤٣	٣,٢٤ - ٣,١٥
,١٨	١,٦٠ - ١,٥٧	,٤٤	٣,٣٤ - ٣,٢٥
,١٩	١,٦٤ - ١,٦١	,٤٥	٣,٤٥ - ٣,٣٥
,٢٠	١,٦٩ - ١,٦٥	,٤٦	٣,٥٦ - ٣,٤٦
,٢١	١,٧٣ - ١,٧٠	,٤٧	٣,٦٨ - ٣,٥٧
,٢٢	١,٧٨ - ١,٧٤	,٤٨	٣,٨٠ - ٣,٦٩
,٢٣	١,٨٣ - ١,٧٩	,٤٩	٣,٩٢ - ٣,٨١
,٢٤	١,٨٨ - ١,٨٤	,٥٠	٤,٠٦ - ٣,٩٣
,٢٥	١,٩٣ - ١,٨٩		

(تابع) جدول رقم (٦ : ١١)

ر ب	أ د / ب جـ	ر ب	أ د / ب جـ
,٥١	٤,٠٧ - ٤,٢	,٧٦	١١,٥٢ - ١٢,١٦
,٥٢	٤,٢١ - ٤,٣٤	,٧٧	١٢,١٧ - ١٢,٨٩
,٥٣	٤,٣٥ - ٤,٤٩	,٧٨	١٢,٩٠ - ١٣,٧٠
,٥٤	٤,٥٠ - ٤,٦٦	,٧٩	١٣,٧١ - ١٤,٥٨
,٥٥	٤,٦٧ - ٤,٨٢	,٨٠	١٤,٥٩ - ١٥,٥٧
,٥٦	٤,٨٣ - ٤,٩٩	,٨١	١٥,٥٨ - ١٦,٦٥
,٥٧	٥,٠٠ - ٥,١٨	,٨٢	١٦,٦٦ - ١٧,٨٨
,٥٨	٥,١٩ - ٥,٣٨	,٨٣	١٧,٨٩ - ١٩,٢٨
,٥٩	٥,٣٩ - ٥,٥٩	,٨٤	١٩,٢٩ - ٢٠,٨٥
,٦٠	٥,٦٠ - ٥,٨٠	,٨٥	٢٠,٨٦ - ٢٢,٦٨
,٦١	٥,٨١ - ٦,٠٣	,٨٦	٢٢,٦٩ - ٢٤,٧٦
,٦٢	٦,٠٤ - ٦,٢٨	,٨٧	٢٤,٧٧ - ٢٧,٢٢
,٦٣	٦,٢٩ - ٦,٥٤	,٨٨	٢٧,٢٣ - ٣٠,٠٩
,٦٤	٦,٥٥ - ٦,٨١	,٨٩	٣٠,١٠ - ٣٣,٦٠
,٦٥	٦,٨٢ - ٧,٤٠	,٩٠	٣٣,٦١ - ٣٧,٧٩
,٦٦	٧,٤١ - ٧,٤٢	,٩١	٣٧,٨٠ - ٤٣,٠٦
,٦٧	٧,٤٣ - ٧,٧٥	,٩٢	٤٣,٠٧ - ٤٩,٨٢
,٦٨	٧,٧٦ - ٨,١١	,٩٣	٤٩,٨٤ - ٥٨,٧٩
,٦٩	٨,١٢ - ٨,٤٩	,٩٤	٥٨,٨٠ - ٧٠,٩٥
,٧٠	٨,٥٠ - ٨,٩٠	,٩٥	٧٠,٩٦ - ٨٩,٠١
,٧١	٨,٩١ - ٩,٣٥	,٩٦	٨٩,٠٢ - ١١٧,٥٤
,٧٢	٩,٣٦ - ٩,٨٢	,٩٧	١١٧,٥٥ - ١٦٩,٦٧
,٧٣	٩,٨٣ - ١٠,٣٣	,٩٨	١٦٩,٦٨ - ٢٩٣,١٢
,٧٤	١٠,٣٤ - ١٠,٩	,٩٩	٢٩٣,١٣ - ٩٢٣,٩٧
,٧٥	١,٩١ - ١١,٥٤	١,٠٠	٩٢٣,٩٨ - ...

وقد يجد الباحث فى بعض الحالات أن قيمة أ د أقل من قيمة ب جـ وفى هذه الحالة فاننا نستخدم نسبة ب جـ / أ د ونستخلص قيمتها من الجدول ، والقاعدة العامة أن تكون القيمة الأكبر سواء أكانت ب جـ أو أ د هى المقام . ويفيد أستخدام جدول ديفيدوف وجوهن بشكل أفضل كلما كانت تكرارات المتغير فى الفئتين متقاربة حول نسبة ٢٠٪ إلى ٥٠٪ .

غير أنه من الملاحظ أن الخطأ المعيارى لمعامل الارتباط الرباعى أكبر دائما من الخطأ المعيارى لمعامل ارتباط بيرسون وبقدر واضح ، مما يؤدى إلى أعتباره أقل دقة وأستقراراً . وحتى فى الحالات المثالية التى تتوزع فيها تكرارات كل متغير بنسب ٥٠٪ إلى ٥٠٪ فى الفئتين فان الخطأ المعيارى لقيمة رب يزيد عن الخطأ المعيارى لمعامل بيرسون بنسبة تصل إلى ٥٠٪ .

وعادة ما يفضل أستخدام معامل ارتباط فاى نتيجة لجوانب القصور هذه (McNemar, 1975, PP. 200-201) .

معامل الارتباط الثلاثى لتشيبرو(١) :

لاحظنا فى حالة أستخدام معامل فاى أننا نتعامل مع متغيرين ، كل منهما ثنائى التصنيف . غير أنه توجد حالات أخرى نجد فيها أن أحد المتغيرين ثلاثى التصنيف من ذلك الدرجات على بعض اختبارات الشخصية ، والتى يحتمل البند الواحد فيها بديل للإجابة من بين ثلاثة بدائل مثل نعم ، لا ، غير متأكد أو لا أستطيع الحسم ، وفى مثل هذه الحالة لا نستطيع أستخدام معامل فاى والذى يعتمد على قسمة ثنائية لكل متغير . ويقدم تشيبرو أسلوبا آخرا لمعالجة هذه الحالة يطلق عليه اسم معامل الارتباط الثلاثى ويتطلب الأمر فى هذه الحالة حساب كا٢ بين المتغيرين ثم تحويل كا٢ إلى معامل توافق(٢) وذلك بالمعادلة الآتية رقم (١١:١١) .

---

(١) Tachuprou Coeffient

(٢) Gontingency Coeffient

$$ر ت = \sqrt{\frac{كا^{2}}{كا^{2} + ن}} \qquad (11 : 11)$$

وبعد حساب قيمة رت نقوم بالتعويض للحصول على قيمة معامل الارتباط الثلاثى أو معامل تشيبرو بالمعادلة الآتية :

$$ر ش = \sqrt{\frac{(ر ت)^{2}}{(1 - ر ت^{2})\sqrt{(ل - 1)(م - 1)}}} \qquad (11 : 12)$$

وحيث رش = معامل تشيبرو

رت = معامل التوافق وفقا للمعادلة (٧ : ١١)

ل = عدد بدائل المتغير الأول

م = عدد بدائل المتغير الثانى

فإذا إفترضنا أن أحد الباحثين قام باختبار عينة من الأفراد حجمها ١٢٠ فردا وأراد حساب الارتباط بين متغيرى « ريف - حضر » ، « متعلم - متوسط التعليم - أمى » وقام فى الخطوة الأولى بحساب $كا^{2}$ للجدول ٢ × ٣ وكانت تساوى ٤,٧ فان التعويض فى المعادلتين (١١ ، ١٢ : ١١) بالتتابع الآتى يؤدى للحصول على معامل ارتباط تشيبرو بين المتغيرين :

أولا : نحسب ر ت بالتعويض فى المعادلة (١١ : ١١) حيث :

$$ر ت = \sqrt{\frac{4.7}{120 + 4.7}}$$

$$= \sqrt{\frac{4.7}{124.7}}$$

$$= .194$$

ثانيا : نعوض فى المعادلة (١٢ : ١١) لحساب معامل تشيبرو .

وحيث :

$$\text{رش} = \sqrt{\frac{(\text{١٩٤,})^{٢}}{\text{٢} \times \text{١} \sqrt{(\text{١} - \text{٠٣٧٦,})}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{٠٣٧٦,}}{\text{١,٤١٤} \times \text{,٩٦٢٤}}}$$

$$= \sqrt{\text{٠٢٧٦,}}$$

$$= \text{,١٦٦}$$

ويفضل أستخدام معامل ارتباط تشيبرو فى هذه الحالات ، وفى الحالات التى يرغب فيها الباحث فى تقدير الارتباط بين ظاهرتين مصنفتين فى فئات بدلا من أستخدام كا^{٢} فقط .

معامل ارتباط الرتب :

يحدث فى كثير من الحالات أن تكون البيانات المتوفرة لدينا عن المتغيرين عبارة عن رتب أو ترتيب الأفراد عليهما ، وليس الدرجات الأصلية التى حصل عليها هؤلاء الأفراد . أو يكون المتغير المستخدم متغيرا رتبيا لم يعبر عنه بتقديرات كمية متصلة ، وفى مثل هذه الحالات نستخدم معامل ارتباط الرتب[١] والذى يوفر لنا تقديرا تقريبيا للارتباط بين المتغيرين .

ويستخدم معامل ارتباط الرتب إذا كانت لدينا رتب على المتغيرين معا وليس درجات ، وبالطبع يمكننا تحويل أى مجموعة من الدرجات على متغير ما إلى مجموعة من الرتب بأن نرتب هذه الدرجات من أقل درجة إلى أكبر درجة . ويفضل أحيانا أستخدام معامل ارتباط الرتب نتيجة لسهولة حسابه وسرعة هذا الحساب .

---

(١) Rank Order Coefficient

ويفترض عند استخدام معامل ارتباط الرتب أن يكون المتغيرين موزعين توزيعا أعتدالياً، وفى ضوء هذا الإفتراض يمكن استخدام هذا المعامل .

وتستخدم المعادلة الآتية رقم (١٣:١١) لحساب معامل ارتباط الرتب (Thurstone, 1953, P. 224)

$$ر_{ت} = ١ - \frac{٦ \sum ف^{٢}}{ن (ن^{٢} - ١)} \qquad (١٣ : ١١)$$

حيث رت = معامل ارتباط الرتب

ن = عدد الأفراد

ف = الفرق بين رتبتى الفرد على المتغيرين

فإذا أفترضنا أننا قمنا باختبار عينة من الأفراد يبلغ عددها ٢٤ فرداً باختبارين يقيس الأول الذكاء ويقيس الثانى المفردات . وأردنا استخدام معامل ارتباط الرتب بدلا من معامل ارتباط بيرسون ، فإننا نقوم أولا بتحويل درجات الأفراد إلى رتب ثم نعوض فى المعادلة (١٣ : ١١) من خلال الخطوات الآتية والتى يبينها الجدول الآتى رقم (٧ : ١١) والذى يمثل العمود الثانى فيه (العمود الأول لمسلسل الأفراد) درجات الأفراد من ١ إلى ٢٤ على المتغير س (الذكاء) ويمثل العمود الثالث درجاتهم على المتغير ص (المفردات) .

نقوم فى الخطوة الثانية بترتيب درجات هؤلاء الأفراد أو تحويلها إلى رتب فنضع فى العمود الرابع ترتيب كل درجة فى ضوء درجات المتغير بحيث تكون أصغر درجة هى صاحبة الرتبة (١) والدرجة الأكبر منها الرتبة (٢) وهكذا . وبالرجوع إلى الجدول نتبين أن أصغر درجة على المتغير س (الذكاء) هى ١٧ وحصل صاحبها على الرتبة (١) والأكبر منها مباشرة ٣٢ وحصل صاحبها على الرتبة (٢) . ويلاحظ أحياناً تكرار درجة معينة مثال ذلك الدرجة (٥٩)

جدول رقم (٧ : ١١)
بيانات حساب معامل ارتباط الرتب

(١) م	(٢) قيم س	(٣) قيم ص	(٤) رتب س	(٥) رتب ص	(٦) ف	(٧) ف^{٢}
١	١٠٤	١٨	١٢	١٤	٢	٤,٠
٢	٨٣	١٤	٩	٨	١	١,٠
٣	١٥٥	١٧	٢٠	١٢,٥	٧,٥	٥٦,٢٥
٤	١٦٥	٢٣	٢١	٢٠,٥	,٥	٠,٢٥
٥	١٨٧	١٩	٢٢	١٥,٥	٦,٥	٤٢,٢٥
٦	١٤٧	٢٥	١٨	٢٣	٥	٢٥,٠
٧	٢٢	١٢	٢	٥	٣	٩,٠
٨	٨٤	١٠	١٠	١,٥	٨,٥	٧٢,٢٥
٩	٢٧	١٩	٣	١٥,٥	١٢,٥	١٥٦,٢٥
١٠	٦٣	٢١	٧	١٨	١١	١٢١,٠
١١	١١٧	١٧	١٤	١٢,٥	١,٥	٢,٢٥
١٢	٩٤	٢٣	١١	٢٠,٥	٩,٥	٩٠,٢٥
١٣	٧٤	١٦	٨	١١	٣	٩,٠
١٤	٥٩	١٣	٥,٥	٧	١,٥	٢,٢٥
١٥	١١٨	١٥	١٥	٩,٥	٥,٥	٣٠,٢٥
١٦	١٣١	٢١	١٦	١٨	٢	٤,٠
١٧	١٩٨	٢٤	٢٤	٢٢	٢	٤,٠
١٨	١٠٨	١٢	١٣	٥	٨	٦٤,٠
١٩	٥٩	١١	٥,٥	٣	٢,٥	٦,٢٥
٢٠	١٧	١٥	١	٩,٥	٨,٥	٧٢,٢٥
٢١	٢٩	١٠	٤	١,٥	٢,٥	٦,٢٥
٢٢	١٨٩	٢١	٢٣	١٨	٥	٢٥,٠
٢٣	١٥٢	٢٦	١٩	٢٤	٥	٢٥,٠
٢٤	١٤٦	١٢	١٧	٥	١٢	١٤٤,٠

$\sum$ ر^{٢} = ٩٧٢

والتى تلى الدرجة ٢٩ فى مثالنا وبما أن الدرجة ٢٩ حصلت على الرتبة (٤) فلا نستطيع أن نجعل الـ ٥٩ الأولى صاحبة الرتبة (٥) والـ (٥٩) الثانية صاحبة الرتبة (٦) بل نقوم هنا بإعطاء القيمتين وزن واحد متساوى بأن تحصل كل منهما على الرتبة (٥,٥) بدلا من الرتبتين ٥ ، ٦ وتصبح الرتبة التالية لهما ٧ وهكذا حتى ننتهى من ترتيب قيم المتغير الأول .

نقوم فى الخطوة الثالثة بترتيب قيم المتغير ص (المفردات) والتى يمثلها العمود الخامس فى الجدول بالطريقة نفسها بحيث تحصل أصغر قيمة فيه على الرتبة (١) والقيمة الأكبر على الرتبة (٢) حتى أكبر قيمة .

نقوم فى الخطوة الرابعة بحساب الفرق بين ترتيب رتبتى كل فرد من أفراد العينة على المتغيرين وذلك للحصول على قيم ف فى المعادلة ، ونضع فى العمود السادس من الجدول الفرق المطلق بين الرتبتين على المتغيرين ، (أى الفرق دون اعتبار لعلامة السلب أو الإيجاب) .

نقوم فى الخطوة الأخيرة التى يمثلها العمود السابع بحساب مربعات الفروق من ذلك مثلا أن الفرق بين رتبتى الفرد الأول كان (٢) ومربعها (٤) والفرق بين رتبتى الثانى (١) ومربعها (١) وهكذا .

نجمع بعد ذلك مجموع مربعات الفروق أى قيم العمود الأخير فى الجدول الذى يساوى ٩٧٢ . وبالتعويض فى المعادلة (١٣ : ١١) نحصل على القيمة الآتية للارتباط بين المتغيرين :

$$\text{رت} = ١ - \frac{(٩٧٢ \times ٦)}{٢٤ (٥٧٦ - ١)}$$

$$= ١ - \frac{٥٨٣٢}{١٣٨٠٠}$$

$$= .٥٧٧$$

وفى حالة ما إذا كان توزيع المتغيرين اعتدالياً ، وهو إفتراض نبدأ به عند حسابنا لمعامل ارتباط الرتب يمكننا تحويل قيمة هذا المعامل إلى معامل ارتباط بيرسون المساوى له وذلك باستخدام المعادلة الآتية رقم (١٤ : ١١) .

ر = ٢ جا $\frac{\mu^{*}}{٦}$ رت	(١٤ : ١١)

وحيث ر = معامل ارتباط بيرسون

جا = جيب تمام الزاوية

μ = ٣,١٤١٦

رت = معامل ارتباط الرتب

ويوضح الجدول الآتى رقم (٨ : ١١) تعويضا فى هذه المعادلة لعدد من القيم المختلفة لمعامل ارتباط الرتب وقيم معامل ارتباط بيرسون المناظرة لها .

(*) μ أو Pi قيمة نسبة محيط الدائرة إلى قطرها أى ٣,١٤١٦ .

جدول رقم (٨ : ١١)

قيم رت وقيم ر المناظرة

ر	رت	ر	رت
,٥٦٨	,٥٥	صفر	صفر
,٦١٨	,٦٠	,٠٥٢	,٠٥
,٦٦٨	,٦٥	,١٠٥	,١٠
,٧١٧	,٧٠	,١٥٧	,١٥
,٧٦٥	,٧٥	,٢١٠	,٢٠
,٨١٣	,٨٠	,٢٦١	,٢٥
,٨٦١	,٨٥	,٣١٣	,٣٠
,٩٠٨	,٩٠	,٣٦٤	,٣٥
,٩٥٤	,٩٥	,٤١٦	,٤٠
١,٠٠٠	١,٠٠	,٤٦٧	,٤٥
		,٥١٨	,٥٠

ويتعين ملاحظة أن معامل ارتباط الرتب لا يصلح فى حالة العينات كبيرة الحجم وهناك عدد من التحفظات عليه فى حالة زيادة حجم العينة عن ١٢ فرداً . وفى مثل هذه الحالات يفضل استخدام معامل ارتباط بيرسون إذا توفرت قيم المتغيرات وليس رتب الأفراد عليها .

معامل الاتساق لكيندال[١] kendall

بينما يمكننا استخدام معامل ارتباط الرتب لسبيرمان فى حساب الارتباط بين ترتيي الأفراد على متغيرين ، فقد تنشأ حالة نحتاج فيها لحساب الأتساق بين أكثرمن ترتيب (وليس ترتيبين فقط) ، ويمكننا بالطبع فى حالة ما إذا كان لدينا أكثر من ترتيب أن نحسب معامل ارتباط الرتب بين الأول والثانى ، ثم الأول والثالث ثم الأول والرابع ، ونعود لنحسب المعامل بين الثانى والثالث وهكذا إلى أن

(١) Coefficient of Concordance (W)

نستوفى كل احتمالات العلاقات ثم نحسب متوسط هذه المجموعة من معاملات ارتباط الرتب ، ومثل هذه الطريقة وأن كانت ممكنة ومقبولة ألا أنها لا تمثل مزايا بالإضافة إلى أنها مستهلكة للوقت إذا قورنت بمعامل اتساق كيندال .

ولإيضاح استخدامات معامل اتساق كيندال سنفترض أننا قدمنا عشرة جمل (العينة) إلى خمسة محكمين من أساتذة علم النفس وطلب من كل منهم ترتيب هذه الجمل العشرة من حيث جودة أو صحة قياس كل منها للعصابية ، وبعد الحصول على تقديرات هؤلاء المحكمين الخمسة سنقوم بحساب ما إذا كان هناك ارتباط بين ترتيبهم جميعا لهذه الجمل أم لا . ويوضح الجدول الآتى رقم (٩:١١) طريقة تنظيم البيانات لحساب معامل إتساق كيندال .

كما تبين الخطوات التالية كيفية إجراء الحسابات اللازمة للحصول على هذا المعامل .

جدول رقم (٩:١١)

البيانات اللازمة لحساب معامل إتساق كيندال

(١) الجمل أو العينة	(٢) تقديرات المحكمين					(٣) مجموع رتب كل جملة	(٤) ف	(٥) ف٢
	(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)			
١	٢	١	٢	٣	٤	١٢	١٥,٥	٢٤٠,٢٥
٢	١	٣	١	٢	٢	٩	١٨,٥	٣٤٢,٢٥
٣	٣	٤	٤	١	٣	١٥	١٢,٥	١٥٦,٢٥
٤	٥	٥	٥	٥	١	٢١	٦,٥	٤٢,٢٥
٥	٤	٢	٦	٧	٦	٢٥	٢,٥	٦,٢٥
٦	٧	٨	٣	٤	٧	٢٩	١,٥	٢,٢٥
٧	٦	٦	٨	٦	٥	٣١	٣,٥	١٢,٢٥
٨	٨	٧	٧	٨	٩	٣٩	١١,٥	١٣٢,٢٥
٩	٩	١٠	١٠	٩	٨	٤٦	١٨,٥	٣٤٢,٢٥
١٠	١٠	٩	٩	١٠	١٠	٤٨	٢٠,٥	٤٢٠,٢٥

Σ = ٢٧٥ Σ = ١٦٩٦,٥

١ - نضع فى العمود الأول أرقام الجمل العشرة والتى تمثل العينة الخاصة بالدراسة وحيث لكل جملة خمسة رتب وضعها خمسة محكمين مختلفين .

٢ - نقسم العمود الثانى إلى خمس أعمدة نضع فى كل عمود الرتب الخاصة بكل محكم من المحكمين الخمسة .

٣ - نجمع فى العمود الثالث الرتب الخاصة بكل بند أو جملة من ذلك أن الجملة الأولى حصلت على الرتب الآتية لدى المحكمين الخمسة ٢ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ومجموع هذه الرتب يساوى ١٢ وهكذا بالنسبة لكل جملة .

٤ - نجمع قيم العمود الثالث (مجموع رتب كل جملة) والذى يساوى فى مثالنا ٢٧٥ وحتى نتثبت من صحة هذا المجموع يتعين أن يساوى نتيجة التعويض فى المعادلة الآتية :

$$\sum ر = \frac{م (ن) (ن + ١)}{٢} \qquad (١٥ : ١١)$$

وحيث $\sum$ ر = مجموع الرتب

م = عدد المحكمين

ن = حجم العينة

وبالتعويض فى هذه المعادلة للتثبت من صحة جمع العدد الكلى للرتب نجد الآتى :

$$\sum ر = \frac{٥ \times ١٠ \times ١١}{٢}$$

$$= \frac{٥٥٠}{٢}$$

$$= ٢٧٥$$

٥ - إذا لم يكن هناك أى إتساق بين ترتيب كل محكم وآخر فإننا نتوقع أن يكون مجموع رتب كل جملة غير متساوية مع مجموع رتب الجمل الأخرى ولهذا فإن الخطوة التالية هى أن نحسب متوسط الرتب أى متوسط رتب الصف بأن نقسم مجموع الرتب على مجموع الصفوف (أى على ن) فنحصل على القيمة التالية :
٢٧٥ ÷ ١٠ = ٢٧,٥

٦ - نحسب الفرق المطلق (بدون سلب أو ايجاب) بين مجموع رتب كل صف ومتوسط رتب الصف من ذلك أن مجموع رتب الصف الأول ١٢ ومتوسط الرتب ٢٧,٥ والفرق ١٥,٥ فنرصده فى العمود الرابع (ف) ، ومجموع رتب الصف الثانى ٩ والمتوسط ٢٧,٥ والفرق ١٨,٥ فنرصده أسفل الـ ١٥,٥ وهكذا .

٧ - يمثل العمود الأخير مربعات الفروق أى مربع قيم العمود الرابع ، وبعد أن ننتهى من حساب مربعات الفروق نحصل على مجموع مربعات الفروق أى $\sum$ ف^{2} ويحسب معامل إتساق كيندال بالمعادلة الآتية رقم (١٦ : ١١) :

$$\text{ر ك} = \frac{12 \sum \text{ف}^{2}}{\text{م}^{2}\,(\text{ن})\,(\text{ن}^{2}-1)} \qquad (16:11)$$

حيث رك = معامل كيندال

ف^{2} = مجموع مربعات الفروق عن المتوسط الخاص بالصفوف

م = عدد المحكمين

ن = العينة

وبالتعويض فى المعادلة نحصل على معامل الإتساق الآتى :

$$\text{ر ك} = \frac{١٢ \times ١٦٩٦,٥}{٢٥ \times ١٠ \times ٩٩}$$

$$= \frac{٢٠٣٥٨}{٢٤٧٥٠} = ,٨٢$$

ويوضح هذا المعامل أن هناك ارتباط أو اتساق مرتفع بين تقديرات المحكمين الخمسة لهذه الجمل العشرة وأن هذا الاتساق يصل إلى ٨٢, .

وتتراوح قيم معامل كيندال بين ١,٠ وصفر حيث يشير المعامل البالغ ١,٠ إلى اتساق تام ، ويشير المعامل صفر إلى اختلاف تام بين تقديرات المحكمين . (Downie & Health, 1974, P. 120)

الارتباطات غير المستقيمة :

كانت كل الأساليب الارتباطية التى عرضناها حتى الآن تقوم على افتراض استقامة[١] المتغيرات ، وحيث نجد أن العلاقة بين المتغيرين تأخذ اتجاها واحداً أو تسير فى خط مستقيم سواء كان المتغيران يسيران فى نفس الخط المستقيم أو أحدهما عكس الآخر وسواء كانا يتزايدان بنفس الإطراد أو بمعدلات مختلفة غير أن هذا لايحدث فى كل العلاقات ، إذ نجد أحياناً أن العلاقة بين المتغيرين منحنية[٢] وليست مستقيمة بمعنى أنه بينما تتزايد قيم المتغير الأولى فإن قيم المتغير الثانى قد تتزايد أيضاً . ولكنها تتوقف عن التزايد عند نقطة معينة ثم تبدأ بعدها فى الإنخفاض بينما يظل المتغير الأول فى تزايده ، وقد لوحظت مثل هذه الظاهرة كثيراً بين عدد من المتغيرات النفسية ، وحيث نعبر عنها إحصائيا باعتبارها ارتباطا منحنيا وليس مستقيما . ولا يصلح فى مثل هذه الحالة استخدام أى من أساليب الارتباط التى أشرنا لها من قبل للتعبير عن هذه العلاقة المنحنية ، وعندما نستخدم أحد أساليب الارتباط المستقيم لحساب الارتباط بين قيم متغيرين بينهما علاقة منحنية فان النتيجة التى نخرج بها تكون دائماً تقديراً أقل بكثير من درجة الارتباط الحقيقية بين المتغيرين ، وعندما يكون الارتباط الحقيقى بين المتغيرين مرتفعا فان تقديره بمعامل للارتباط المستقيم قد يؤدى إلى ارتباط صفرى أو قريب من الصفر .

---

(١) Linearity

(٢) Curvelinear

ولا نستطيع من خلال الفحص العيانى للبيانات الخاصة بالمتغيرين أن نكتشف ما إذا كانت البيانات تمثل علاقة منحنية أم لا ، ويصبح الحل الأمثل فى هذه الحالة أن نضع جدول انتشار[1] ، فإذا ظهر البعد عن الإستقامة واضحا فى الجدول أو إذا كانت البيانات فى الجدول تتضمن مجرد إيحاء بعدم الاستقامة ، فعلينا أن لانستخدم معامل ارتباط بيرسون أو أى معامل آخر مشتق منه أو يستخدم فى تقدير الارتباط المستقيم .

ويصبح معامل الارتباط المناسب فى هذه الحالة هو نسبة الارتباط[2] أو معامل إيتا[3] .

معامل إيتا :

فإذا افترضنا أن أحد الباحثين قام باختبار أفراد عينة مكونة من ٢٠٠ فرد باختبارين لقياس تقدير الذات والعصابية . وبعد حصوله على تقديرات هذين المتغيرين لدى جميع أفراد العينة شك فى أستقامة العلاقة بينهما فقام بتنظيم البيانات فى جدول الأنتشار الآتى رقم (١٠ : ١١) فيمكننا أن نتابع من خلال هذا الجدول خطوات حساب معامل إيتا على الوجه الآتى بدءا من طريقة تنظيم البيانات فى جدول الانتشار .

١ - نستخدم المحور الأفقى أو المحور السينى للتعبير عن القيم الخاصة بتقدير الذات والمحور الصادى أو الرأسى للتعبير عن درجات أو قيم العصابية .

٢ - نضع عمود اول على يسار فئات المتغير الرأسى (العصابية) نخصصه للأنحرافات الفرضية عن متوسط الدرجات ونبدأ من اسفل بالانحراف صفر ثم نرتفع مع فئات الدرجات ١ ، ٢ ، ٣ حتى ١٦ (وذلك بدلا من اختيار الفئة المتوسطة

---

(١) Scatterplot

(٢) Correlation Ratio

(٣) Eta Coefficient

ووضع انحرافات فرضية سلبية وموجبة) وذلك بهدف التيسير ونطلق عليه ح ص) .

٣ - نضع التكرارات الخاصة بدرجات كل فرد على تقدير الذات والعصابية .

٤- نحسب تكرارات فئات القيم الخاصة بالعصابية ونرصدها فى عمود على الجانب الأيسر من الجدول ونطلق عليه ك أى التكرارات .

٥ - نضيف عمودا جديدا نطلق عليه ك ح ص وقيمة عبارة عن تكرارات كل فئة من فئات المتغير ص (العصابية) مضروبة فى الأنحراف الفرضى لقيم هذا المتغير (والتى يمثلها العمود الثانى فى الجدول : ح ص) .

٦ - نضيف عمود أخير للجدول نطلق عليه ك (ص ح)^{٢} وقيمة تساوى مربعات الأنحرافات الفرضية للمتغير ص (العصابية) مضروبة فى التكرارات .

٧ - نجمع بالنسبة للمتغير س تكرارات كل فئة من فئاته ونرصدها أسفل الجدول تحت كل فئة فى صف جديد .

٨ - نضيف صفا أخيرا أسفل الجدول ونضع فيه الأنحرافات الفرضية للمتغير س ونبدأ بالفئة الأولى ١٥ - ١٩ ونجعل أنحرافها الفرضى صفر والتى تليها ١ والتى تليها ٢ وهكذا .

٩ - الخطوة الأخيرة هى أن نحسب مجموع كل من العمودين : ك ح ص ويساوى ١٦٤٨ ، والعمود ك (ح ص^{٢}) ويساوى ١٥٢٩٨ .

جدول الانتشار رقم (١٠ : ١١)

درجات تقدير الذات والعصابية لعينة من ٢٠٠ مفحوص

المحور س : تقدير الذات

المحور ص : العصابية

العصابية	ح ص	١٥-١٩	٢٠-٢٤	٢٥-٢٩	٣٠-٣٤	٣٥-٣٩	٤٠-٤٤	٤٥-٤٩	٥٠-٥٤	٥٥-٥٩	٦٠-٦٤	٦٥-٦٩	٧٠-٧٤	ك	ك ح ص	ك(ح ص)٢
٨٥-٨٩	١٦					١								١	١٦	٢٥٦
٨٠-٨٤	١٥					١								١	١٥	٢٢٥
٧٥-٧٩	١٤				٢									٢	٢٨	٣٩٢
٧٠-٧٤	١٣			٤	٣		١	١						٩	١١٧	١٥٢١
٦٥-٦٩	١٢			٣	٣	٤	٣		١					١٤	١٦٨	٢٠١٦
٦٠-٦٤	١١			٣	٥	٤	٥	٢		١				٢٠	٢٢٠	٢٤٢٠
٥٥-٥٩	١٠			٣	٤	٣	٦	٤	٣					٢٣	٢٣٠	٢٣٠٠
٥٠-٥٤	٩		١	١	٢	٣	٤	٣	٣	٥	٢		١	٢٥	٢٢٥	٢٠٢٥
٤٥-٤٩	٨	١	١	٢	١	٢	٥	٣	٣	٧	٢	٢		٢٩	٢٣٢	١٨٥٦
٤٠-٤٤	٧	١	١	٢	٢		٣	٣	٢	٤		٢		٢٠	١٤٠	٩٨٠
٣٥-٣٩	٦	١	٢	٢	١		٢	٢	٢	٣	٣	١	٣	٢٢	١٣٢	٧٩٢
٣٠-٣٤	٥	٢	٣				١			٢			٣	١١	٥٥	٢٧٥
٢٥-٢٩	٤	١	٣						١		٢	١	٢	١٠	٤٠	١٦٠
٢٠-٢٤	٣	٢	٢							١	١	١		٧	٢١	٦٣
١٥-١٩	٢		٢							١	١			٤	٨	١٦
١٠-١٤	١	١												١	١	١
٥-٩	صفر												١	١	صفر	صفر
ك		٩	١٥	٢٠	٢٣	١٨	٣٠	١٨	١٥	٢٤	١١	٧	١٠	ن = ٢٠٠	Σ ك ص ١٦٤٨	Σ ك ص٢ ١٥٢٩٨
س		صفر	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١			

خطوات حساب إيتا :

نحسب معامل إيتا فى هذا المثال باعتباره جذر نسبة مجموع مربعات «مابين» الأعمدة للمتغير ص إلى المجموع الكلى لمربعات المتغير ص وهو ماتعبر عنه المعادلة الآتية رقم (١٧ : ١١) :

$$ى = \sqrt{\frac{\sum ص ب^{٢}}{\sum ص ت^{٢}}} \qquad (١٧ : ١١)$$

حيث ى = معامل إيتا بين المتغيرين س ، ص

$\sum ص ب^{٢}$ = مجموع مربعات مابين أعمدة ص

$\sum ص ت^{٢}$ = المجموع الكلى لمربعات المتغير ص

ويحسب المجموع الكلى لمربعات ص بالمعادلة الآتية رقم (١٨ : ١١) والتى تتوفر كل بياناتها فى جدول (١٠ : ١١)

$$\sum ص ت^{٢} = \sum ك ح ص^{٢} - \frac{\sum (ك ص)^{٢}}{ن} \qquad (١٨ : ١١)$$

وبالتعويض فى المعادلة (١٨ : ١١) نحصل على $\sum ص ت^{٢}$ كالآتى :

$$\sum ص ت^{٢} = ١٥١٩٨ - \frac{(١٦٤٨)^{٢}}{٢٠٠}$$

$$= ١٥٢٩٨ - ١٣٥٧٩,٥٢$$

$$= ١٧١٨,٤٨$$

ولحساب مجموع مربعات مابين أعمدة المتغير ص نضع جدولا جديدا هو الجدول (١١ : ١١) على الوجه الآتى :

جدول رقم (١١ : ١١)

لحساب مجموع مربعات ما بين أعمدة المتغير ص لبيانات جدول (١٠ : ١١)

(١) الأعمدة	(٢) ك سَ	(٣) مج صَ	(٤) صَ٢	(٥) صَ٢ / ك سَ
صفر	٩	٤٢	١٧٦٤	١٩٦,٠
١	١٥	٧٣	٥٣٢٩	٣٥٥,٢٧
٢	٢٠	٢٠٢	٤٠٨٠٤	٢٠٤٠,٢٠
٣	٢٣	٢٤٤	٥٩٥٣٦	٢٥٨٨,٥٢
٤	١٨	١٩٦	٣٨٤١٦	٢١٣٤,٢٢
٥	٣٠	٢٧٨	٧٧٢٨٤	٢٥٧٦,١٣
٦	١٨	١٥٩	٢٥٢٨١	١٤٠٤,٥٠
٧	١٥	١٢٣	١٥١٢٩	١٠٠٨,٦٠
٨	٢٤	١٧٣	٢٩٩٢٩	١٢٤٧,٠٤
٩	١١	٦٥	٤٢٢٥	٣٠٤,٠٩
١٠	٧	٤٣	١٨٤٩	٢٦٤,١٤
١١	١٠	٥٠	٢٥٠٠	٢٥٠,٠٠
	٢٠٠	١٦٤٨		١٤٣٦٨,٧١

١ - يمثل العمود الأول فى هذا الجدول أعمدة الجدول (١٠ : ١١) وقيمه عبارة عن الإنحرافات الفرضية للمتغير س « تقدير الذات » والتى نحصل عليها من الصف س أسفل جدول (١٠ : ١١) .

٢ - يمثل العمود الثانى مجموع تكرارات هذه الأعمدة بالترتيب أى قيم الصف ك أسفل الجدول (١٠ : ١١) .

٣ - يتضمن عمود ٣ مجموع انحرافات المتغير ص (أى صَ) وهى الأنحرافات الفرضية للمتغير ص ، ونحسب كالآتى : نبحث بالنسبة لكل صف من صفوف العمود ح ص (من أعمدة س بدءاً من أسفل الجدول (١٠ : ١١) عن قيم ص المتقاطعة معه ، وبما أنه يوجد فى العمود الأول (الفئة ١٥ - ١٩) ٩ تكرارات مقابلة للانحرافات الفردية فى العمود ح ص فنضرب كل انحراف من ح ص فى التكرار المقابل له فى نفس الصف فى العمود الأول كالآتى :

١ تكرار مقابل الأنحراف ١ فى العمود ص أى ١ × ١ = ١

٢ تكرار مقابل الأنحراف ٣ فى العمود ص أى ٢ × ٣ = ٦

١ تكرار مقابل الأنحراف ٤ فى العمود ص أى ١ × ٤ = ٤

٢ تكرار مقابل الأنحراف ٥ فى العمود ص أى ٢ × ٥ = ١٠

١ تكرار مقابل الأنحراف ٦ فى العمود ص أى ١ × ٦ = ٦

١ تكرار مقابل الأنحراف ٧ فى العمود ص أى ١ × ٧ = ٧

١ تكرار مقابل الأنحراف ٨ فى العمود ص أى ١ × ٨ = ٨

فيكون مجموع هذه التكرارات = ٤٢

وبالمثل فى العمود الثانى حيث نجد الآتى : ٢ × ٢ + ٢ × ٣ + ٣ × ٤ + ٣ × ٥ + ٢ × ٦ + ١ × ٧ + ١ × ٨ + ١ × ٩ ومجموعهم ٧٣ وهكذا فى باقى أعمدة الجدول .

٤ - نحسب مربع كل قيمة من قيم العمود ٣ (فى جدول ١١ : ١١) ونرصدها فى عمود ٤ مثال ذلك القيمة الأولى فى عمود ٣ تساوى ٤٢ ومربعها ١٧٦٤ فنرصده فى العمود ٤ .

٥ - نقوم بقسمة كل قيمة من قيم العمود ٤ على تكرارات العمود الخاص بها، أى على القيمة المناظرة فى العمود (٢) من جدول (١١ : ١١) ونرصد النتيجة فى عمود (٥) ونطلق عليه (صَ)^{٢} / ك سَ .

مثال ذلك القيمة الأولى فى عمود (٤) = ١٧٦٤ وتكرارها المبين فى عمود (٢) = ٩ فتكون القيمة الخاصة بها فى عمود (٥) = ١٧٦٤ ÷ ٩ = ١٩٦ فنرصدها فى هذا العمود الأخير .

نقوم فى الخطوة الأخيرة بحساب مجاميع الأعمدة ٢ ، ٣ ، ٥ من جدول (١١:١١) ونرصدها فى صف جديد أسفل الجدول .

نحسب الان مجموع مربعات ما بين الأعمدة بالمعادلة الآتية :

$$\sum ص_ب^2 = \frac{ص^2}{ك_س} - \frac{(\sum ص)^2}{ن} \qquad (١١ : ١٩)$$

وجميع رموز المعادلة سبق استخدامها ، وبالتعويض فيما نحصل على مجموع مربعات ما بين الأعمدة كالآتى :

$$\sum ص_ب^2 = ١٤٤٤٠,٥٥ - \frac{(١٦٤٨)^2}{٢٠٠}$$

$$= ١٤٤٤٠,٥٥ - ١٣٥٧٩,٥٢$$

$$= ٨٦١,٠٣$$

يمكننا الآن حساب معامل إيتا بين المتغيرين س ، ص أو تقدير الذات والعصابية بالتعويض فى المعادلة (١٧ : ١١) كالآتى :

$$ى = \sqrt{\frac{٨٦١,٠٣}{١٧١٨,٤٨}}$$

$$= \sqrt{,٥٠١}$$

$$= ,٧١١$$

وعلينا أن نلاحظ أنه فى كل حالات حساب الارتباط بين متغيرين فإن معامل الارتباط الذى نخرج به بين المتغيرين س ، ص هو نفسه معامل الارتباط بين ص ، س . غير أنه فى حالة نسبة الارتباط أو معامل إيتا فإن الارتباط بين س ، ص ليس هو نفسه الارتباط بين ص ، س . بما يعنى أننا نستطيع الحصول على معاملى *ارتباط* وليس معاملا *واحدا* بين المتغيرين . ويمكننا حساب معامل إيتا بين ص ، س لنفس البيانات بأن نحسب البيانات الخاصة بالمتغير س (بدلا من ص) فى المعادلة الآتية رقم (٢٠:١١) والتى تجمع فى صيغة واحدة المعادلات (١٥: ١٦ ، ١٧ : ١١) لحساب مربع إيتا وحيث يمكن التعويض عن القيم المناظرة للمتغير س المطلوب حساب ارتباطه بالمتغير الآخر .

$$ى_{ص س} = \sqrt{\frac{\sum ص ب^{٢}}{\sum ص^{٢} - (\sum ك ص)^{٢} / ن}} \qquad (٢٠:١١)$$

١ - احسب معامل الارتباط الثنائى الأصيل بين درجات المجموعة الآتية من الطلاب (ن = ٧٥) فردا على أختبار للمتشابهات وبين الثنائى ناجح راسب .

الدرجة على اختبار المتشابهات	الناجحين	الراسبين
١٤	٨	٢
١٣	٧	٢
١٢	٦	١
١١	٤	٤
١٠	٢	٥
٩	٦	٩
٨	٣	٥
٧	٥	٢
٦	صفر	٤

٢ - طبق أختبار للذكاء على عينة من ٢٤٠ مفحوصا وأراد الباحث حساب الارتباط الثنائى الأصيل بين الدرجة الكلية على الأختبار وبين الفشل والنجاح على البند الرابع منه وكانت بياناته كالآتى :

ف	ك ص	ك خ
١١١ - ١٢٠	٣٥	١٣
١٠١ - ١١٠	٣٠	١٦
٩١ - ١٠٠	٢٨	٧
٨١ - ٩٠	٢٤	١٥
٧١ - ٨٠	١٠	١٨
٦١ - ٧٠	٦	١٥
٥١ - ٦٠	٣	٢٠

وحيث ك ص تكرارات النجاح على البند ، ك خ تكرارات الخطأ

٣ - أحسب الارتباط بين المتغيرين « ذكر - أنثى » . « موافق - غير موافق » والتى يبين الجدول الآتى توزيعهما :

المتغير	موافق	غير موافق
ذكر	٨٤	٢٢
أنثى	٣٨	٣٧

وحول معامل فاى الذى تحصل عليه إلى كا^{٢} وحدد مستوى دلالته .

٤ - صنفت مجموعة من الطلاب على متغير الذكاء فى فئتين مرتفعين ومنخفضين وصنفت درجاتهم على أختبار للحساب إلى فوق المتوسط وأقل من المتوسط ويبين الجدول الآتى هذا التصنيف :

		الحساب	
الذكاء	مرتفعين	أقل من المتوسط ٦٥	أعلى من المتوسط ٢٤
	منخفضين	٣٥	١٢٠

أحسب معامل الارتباط الرباعى بين المتغيرين موضحاً الفرق بينه وبين معامل فاى وأسباب أستخدام هذا المعامل فى هذه الحالة .

٥ - كانت قيمة كا^{٢} لجدول ٢ × ٣ بين بدائل متغيرين تساوى ٨ ,١٣ من عينة حجمها ١٠٠ مفحوص احسب معامل ارتباط تشيبرو المستخلص من قيمة كا^{٢} مبينا خطوات العمل المختلفة .

٦ - حصلت مجموعة من الأفراد على الدرجات الآتية فى أختبار للذكاء . ورتب أفراد المجموعة نفسها من حيث مهارتهم فى إصابة الهدف ، أحسب معامل الارتباط المناسب بين الذكاء والقدرة على إصابة الهدف .

الدرجة على الذكاء	الترتيب على إصابةالهدف	الدرجة على الذكاء	الترتيب على إصابةالهدف
١١٦	٢	١٠٣	١٠
٩٥	٩	١١٥	٣
١٠٠	٧	١٠٢	١١
١٢٠	١	١١٠	٤
٩٠	٦	١٠٥	١٢
١١٨	٥	١٠٩	٨

٧ - وضح الحالات التى يستخدم فيها معامل إيتا وأهمية هذا المعامل ومدى أختلافه عن معاملات الارتباط الأخرى .

الفصل الثانى عشر

الارتباط المتعدد والجزئى والانحدار

تضمن الفصل السابق عرضاً لعدد كبير من أساليب الأرتباط المستخدمة فى البحوث النفسية المختلفة وطرق حسابها وطبيعة البيانات التى تستخدم فيها ، بالإضافة إلى إمكانات تفسيرها فى ضوء معناها بالنسبة لمعامل ارتباط بيرسون .

ويتناول هذا الفصل ثلاث مشكلات ارتباطية ذات طابع مختلف ، الأولى هى الأرتباط بين متغير واحد على حدة ومجموعة أخرى « مجتمعة » من المتغيرات وهو الأسلوب الذى نطلق عليه اسم الأرتباط المتعدد ، والثانية هى الأرتباط بين متغيرين فقط مع استبعاد تأثير متغير ثالث له أرتباط بهما معا وحيث يعاد تقدير الأرتباط الجزئى بينهما معزولا عن تدخل هذا المتغير الثالث وتتعلق المشكلة الثالثة بأسلوب استخدام معلوماتنا عن الأرتباط بين متغيرين فى التنبؤ بدرجة فرد ما على متغير منهما للتنبؤ بدرجته على المتغير الآخر ، وهو ما تتناوله معادلات الأنحدار .

١- الارتباط المتعدد[١] :

كما ذكرنا من قبل ، تتناول كل أساليب الأرتباط التى عرضناها حتى الآن تقدير العلاقة بين متغيرين كالذكاء والتحصيل ، أو القلق والسرعة ، أو السن والأنبساط وهكذا .

غير أن الباحث قد يحتاج فى حالات متعددة لحساب الأرتباط لابين متغير وآخر بل بين متغير ومجموعة أخرى من المتغيرات معاً ، أى بين متغير من ناحية ، ومتغيرين أو ثلاثة من ناحية أخرى ، وحيث يكون هناك أفتراض ضمنى أن هذين المتغيرين أو الثلاثة معاً متداخلين بصورة أو بأخرى أو بينهم نوع من العلاقة أو التأثير أو التفاعل المشترك الذى يجعلنا نحسب أرتباطهم جميعاً كمجموعة بمتغير آخر منفرد .

---

(١) Multiple Correlation

والصورة البسيطة لمعامل الأرتباط المتعدد التى نعرض لها الآن تقوم على حساب الأرتباط بين المتغير (أ) والمتغيرين (ب ، جـ) معاً . فإذا افترضنا أن المتغير (أ) هو التوافق وأن (ب ، جـ) هما الذكاء والشخصية ، فيصبح المطلوب حساب الأرتباط بين التوافق من ناحية وهذين المتغيرين معا أى الذكاء والشخصية، وحيث التوافق هو المتغير رقم (١) والذكاء هو المتغير رقم (٢) والشخصية هى المتغير رقم (٣) .

الخطوة الأولى فى حساب الأرتباط المتعدد هى أن نبدأ بحساب معامل الأرتباط البسيط « معامل أرتباط بيرسون » بين كل متغير وآخر من متغيراتنا وحيث نحصل فى هذه الحالة على ثلاثة معاملات أرتباط ، وبافتراض أن هذه الأرتباطات كانت كالآتى :

١ - التوافق والذكاء = ,٦٥ (١ ، ٢)
٢ - التوافق والشخصية = ,٥٥ (١ ، ٣)
٣ - الذكاء والشخصية = ,٧٠ (٢ ، ٣)

يحسب الأرتباط بين التوافق وكل من الذكاء والشخصية معا بالتعويض فى المعادلة الآتية رقم (١ : ١٢) للأرتباط المتعدد

$$ر_{١.٢٣} = \sqrt{\frac{ر_{٢١}^{٢} + ر_{٣١}^{٢} - (٢(ر_{٢١} \times ر_{٣١} \times ر_{٣٢}))}{١ - ر_{٣٢}^{٢}}} \qquad (١٢:١)$$

وحيث $ر_{٢١}$ ، $ر_{٣١}$ ، $ر_{٣٢}$ = معاملات الأرتباط البسيطة بين المتغيرات وبالتعويض فى هذه المعادلة نحصل على القيمة الآتية :

$$ر_{١.٢٣} = \sqrt{\frac{,٤٢ + ,٣٠ - (٢ (,٦٥ \times ,٥٥ \times ,٧٠))}{١ - ,٤٩}}$$

$$= \sqrt{\frac{,٧٢ - ,٥٠}{,٥١}}$$

= ٤٣١

= ٦٥٦.

وبهذا يكون الأرتباط بين التوافق والثنائى « الذكاء والشخصية » يساوى ٦٥٦, وكما هو واضح فإن هذا المعامل أكبر من الأرتباط بين التوافق والذكاء وحده أو التوافق والشخصية وحده ، وذلك نتيجة لهذا التفاعل الإيجابى بين المتغيرين معاً .

ب - الارتباط الجزئى[١]:

يمثل الأرتباط الجزئى الوجه الآخر للأرتباط المتعدد ، فنحن نفترض هنا أن الأرتباط بين متغيرين يتأثر إلى حد ما بارتباط كل منهما بمتغير ثالث ، من ذلك مثلا إذا كان لدينا معامل أرتباط بين الشخصية والذكاء حصلت عليه من عينة من الأفراد ، وكان لدينا فى الوقت نفسه معامل آخر للأرتباط بين الشخصية والتوافق لنفس العينة ، كما حصلنا أيضاً على الأرتباط بين الذكاء والتوافق لنفس العينة أيضا ، وأفترضنا أن شخصية الأفراد ترتبط بكل من ذكائهم وتوافقهم معا ، فهل يمكننا أن نحدد معامل الأرتباط بين الذكاء والتوافق على حدة ؟ بافتراض أن الشخصية لا تلعب دورها ، أو بمعنى آخر هل نستطيع أن نعزل دور الشخصية ونحسب الأرتباط الجزئى بين التوافق والذكاء ؟ ، يجيب معامل الأرتباط الجزئى على هذا السؤال حيث يقدم لنا الأرتباط بين متغيرين ، أو إعادة تقدير الأرتباط بين متغيرين فى ضوء عزل المتغير الثالث المرتبط بهما معا .

فاذا اعتبرنا الشخصية هى المتغير رقم (١) والذكاء هو المتغير رقم (٢) والتوافق هو المتغير رقم (٣) .

وإذا افترضنا أن الأرتباط بين كل متغير من متغيراتنا الثلاثة والآخر كالآتى:

---

(١) Partial Correlation

١ - الشخصية والذكاء = ٧٥, (١ ، ٢)
٢ - الشخصية والتوافق = ٥٥, (١ ، ٣)
٣ - الذكاء والتوافق = ٤٩, (٢ ، ٣)

وكما يبدو واضحاً هنا فإن الأرتباط مرتفع بين الذكاء والتوافق وهو يبدو بالنسبة لعينه يصل حجمها إلى ٢٠٠ فرد ذو دلالة إحصائية فيما بعد ٠٠١, ، فإذا أعدنا تقدير الأرتباط الجزئى بين كل من الذكاء والتوافق مع أستبعاد تأثير الشخصية باستخدام معادلة الأرتباط الجزئى الآتية رقم (١٢:٢) فسنحصل على نتيجة مختلفة :

$$\text{ر}_{\text{جـ} ١.٣٢} = \frac{\text{ر}_{٣٢} - \text{ر}_{٢١} \times \text{ر}_{٣١}}{\sqrt{(١ - \text{ر}^{٢}_{٣١})(١ - \text{ر}^{٢}_{٢١})}} \qquad (١٢:٢)$$

وحيث $\text{ر}_{٢١}$ ، $\text{ر}_{٣١}$ ، $\text{ر}_{٣٢}$ = الأرتباط البسيط بين المتغيرات ١ ، ٢ ، ٣، وبالتعويض فى هذه المعادلة نحصل على الآتى :

$$\text{ر}_{\text{جـ} ١.٣٢} = \frac{\text{,٤٩} - (\text{,٧٥} \times \text{,٥٥})}{\sqrt{(١ - \text{,٣٠})(١ - \text{,٥٦})}}$$

$$= \frac{\text{,٠٧٧}}{\sqrt{\text{,٧٠} \times \text{,٤٤}}}$$

$$= \frac{\text{,٠٧٧}}{\text{,٥٥}}$$

$$= \text{,١٣٩}$$

وتظهر هذه النتيجة الفارق الكبير بين الأرتباط الذى حصلنا عليه بين المتغيرين على حدة وبين الأرتباط فى حالة استبعاد تأثير الشخصية ، وتحسب دلالة معامل الأرتباط الجزئى بمعادلة التحويل إلى ذ أو من جدول دلالة معاملات الأرتباط ، حيث يساوى معامل بيرسون .

جـ - الانحدار المستقيم[1]:

ذكرنا فى الفصل الأول : أن أحد الإسهامات الأساسية التى قدمها جالتون للإحصاء هو مفهوم الأنحدار ، والتنبؤ من خلال العلاقة بين متغيرين ، بقيم متغير من الآخر . وذكرنا أنه طبق مفاهيم الأنحدار على العلاقة بين طول قامة الأبناء وطول قامة الآباء والتى لاحظ من خلالها أن الآباء قصيرى القامة ينجبون أبناء أكثر طولا ، والآباء طويلى القامة ينجبون أبناء أقصر قامة فى أتجاه للإنحدار نحو المتوسط .

ويثير مفهوم الإنحدار الأهتمام بشكل واسع باعتباره يوفر أسلوبا إحصائيا يساعد على التنبؤ بدرجة فرد ما على أختبار من درجته على أختبار آخر ، طالما يوجد أرتباط محسوب بين الدرجات على الإختبارين ، ولمثل هذا الإستخدام أهميته فى علم النفس ، إذا استخدمنا أختباراتنا باعتبارها أدوات ذات قيمة تنبؤية، فإذا كان هناك أرتباط بين الدرجة على أختبار للإستعدادات المدرسية ودرجات التحصيل فى بعض المواد ، فيمكننا أن نحسب توقعاتنا لما سيحصل عليه الأفراد من درجات تحصيلية فى ضوء درجاتهم على أختبار الإستعدادات ، وبالمثل فى المجال التشخيصى والأكلينيكى ، ومجالات العمل المختلفة ، وحيث يكون الإختبار بمثابة المتغير المستقل ، والمحك أو الأداء الخارجى بمثابة المتغير التابع ، ويتطلب حساب أنحدار متغير على آخر ثلاث معلومات إحصائية هامة عرفنا حتى الآن طريقة حسابها وهى الأرتباط بين المتغيرين والمتوسط والإنحراف المعيارى لكل منهما ، ونبدأ أولا بإيضاح مفهوم معادلة الخط المستقيم .

معادلة الخط المستقيم[2] :

الصيغة الرياضية لمعادلة الخط المستقيم هى الآتى :

ص = أ + ب س	(٣ : ١٢)

(١) Linear Regression

(٢) Equation for a Straight Line

ونشير بـ ص ، س إلى المتغيرين المرتبطين ، أما أ ، ب فى هذه المعادلة فعبارة عن معاملين يحددان العلاقة بين ص ، س فإذا أردنا فهم دورهما فى المعادلة فعلينا أن نعطى لهما قيمة كمية ، وستؤدى هذه القيمة لتحديد قيمة أى ص إذا عرفنا س الخاصة بها ، فاذا أفترضنا أن أ = ٤ ، ب = ٢ فنستطيع إعادة صياغة المعادلة من جديد لتكون كالآتى ص = ٤ + ٢س وعلى ذلك فان أى قيمة من قيم س الآتية ستساوى ص المقابلة لها فى ضوء هذين المعاملين .

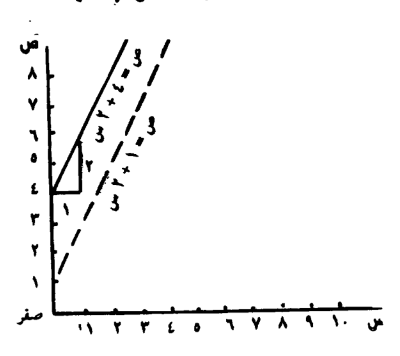
س	ص
صفر	٤
١	٦
٢	٨
٣	١٠
٥	١٤
١٠	٢٤
٢٠	٤٤

مافعلناه هنا هو التعويض عن هاتين القيمتين أ ، ب للحصول على قيمة ص المقابلة لقيم س المعطاة . ففى الحالة الأولى كانت س = صفر وبالتعويض فى المعادلة نجد أن ص = صفر × ٢ + ٤ = ٤ وفى الحالة الثانية كانت س = ١ وبالتعويض نجد أن ص = ١ × ٢ + ٤ = ٦ وهكذا فى حالة س = ٢٠ يؤدى التعويض إلى تقدير قيمة ص وحيث تكون ٢٠ × ٢ + ٤ =٤٤

ويمكن التعبير عن أى مجموعة أو مجموعات من القيم المناظرة لهذه الحالة فى شكل خط مستقيم كالذى يوضحة شكل (١ : ١٢) ولأن هذا البيانى يتطلب لتحديده نقطتين فقط لرسم الخط المستقيم فيكننا الإستعانة بأى قيمتين من قيم س، ص فى رسم هذا الخط .

شكل رقم (١٢:١)

خطين مستقيمين لهما نفس الإنحدار



ويمكننا أن نلاحظ من هذا الشكل أن زيادة درجة واحدة على المحور السينى يناظرها زيادة مقدارها درجتين على المحور الصادى . وعلينا أن نلاحظ أن الزيادة بدرجتين على المحور الصادى هى فى حقيقة الأمر المعامل الذى أطلقنا عليه اسم ب فى معادلة الخط المستقيم رقم (٣ : ١٢) ويوفر المعامل (ب) العلاقة بين القيمة فى ص فى ضوء القيمة فى س ، وهذه النسبة للتغير فى أحد المتغيرين إلى التغير فى المتغير الآخر يشار إليها عادة باعتبارها ميل أو إنحدار[١] الخط . ويمكننا أيضاً أن نرسم على نفس المحورين فى شكل (١٢:١) خطاً آخرا له الإنحدار نفسه (الخط المتقطع) والذى يميل وفق معادلة الإنحدار الآتية ص = ١ + ٢س وبما أن له الإنحدار نفسه فسنجد أنه موازى للخط الأول .

ونظريا يمكن رسم عدد لامتناهى من خطوط الإنحدار التى لها نفس معامل الإنحدار ب بين هذين المحورين .

---

(١) Slope

وقد يكون خط الإنحدار موجبا وهى الحالة التى نجد فيها هذا الخط ممتدا من أسفل المنحنى يسارا إلى أعلى يمينا . وبالمثل يمكننا أن نعبر عن إنحدار سالب بين متغيرين بمعادلة مماثلة كالآتى : ص = ٤ - ٠,٥ س

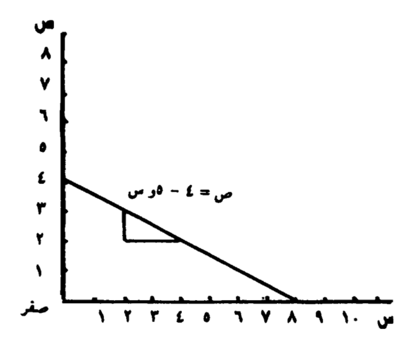
وبالتعويض بالطريقة نفسها بأى مجموعة من القيم للمتغير س نحصل على قيم ص المقابلة لها من ذلك .

س	ص
صفر	٤
١	٣,٥
٢	٣
٣	٢,٥
٤	٢
٥	١,٥
٦	١

وتعبر المعادلة بصيغتها هذه عن علاقة سالبة بين س ، ص . وبالمثل يمكن أختيار أى قيمتين من قيم س ، ص لرسم خط أنحدار كالذى يبينه شكل رقم (٢ : ١٢) .

شكل رقم (٢ : ١٢)

خط إنحدار سالب



ويبين هذا الخط نسبة تغير س إلى ص والتى تساوى ٠,٥ . ويلاحظ أن نقطة التقاء الخط المستقيم بالمحور ص هو العامل (أ) فى المعادلة . وبالرجوع إلى شكل (١٢:١) يتبين أن الخطين المستقيمين يلتقيان بالمحور ص فى نقتطين هما ٤ ، ١ وهما القيمتين اللذين أستخدمناهما للتعويض عن (أ) فى معادلتى الخط المستقيم اللتين كانتا أساس هذا الشكل ، إذ عوضنا عن (أ) فى المعادلة الأولى بـ ٤ وفى الثانية بـ ١ . ويطلق على (أ) فى معادلة الخط المستقيم أسم « المعامل أ » .

إذا أنتقلنا الآن إلى مجال تحليل الإنحدار[1] فسنجد فرقا محدودا فى صيغة المعادلة الخاصة بالخط المستقيم إذ تصبح كالآتى :

ص َ = أ + ب س	(٢ : ١٢)

وحيث ص هنا عبارة عن قيمة متوقعة من قيم المتغير ص ، وعادة مالا تكون القيم المتوقعة مساوية للنتيجة التى نحصل عليها من الصيغة العامة التى

---

(١) Regression Analysis

عرضناها فى المعادلة (١٢:١) ذلك أن القيم المتوقعة قد لا تكون مطابقة بالضبط للقيم الأصلية لـ ص .

وغالبا ماستكون هذه القيم أقرب لمتوسط ص ، وأكثر قربا لهذا المتوسط من القيم الأصلية الملاحظة التى حسب من خلالها الأرتباط بين س ، ص ، ولهذا السبب يطلق على هذه الظاهرة ونتيجة لهذا الميل أسم الأنحدار ، وهو هنا إنحدار نحو المتوسط .

تحديد قيم ا . ب واخطاء التنبؤ :

يطلق على الفرق بين قيم صَ المستخلصة من المعادلة وبين الدرجات الحقيقية الملاحظة أ ص أسم خطأ التنبؤ[١] ويعد خط الأنحدار أكثر الخطوط التى يمكن رسمها معبرة عن العلاقة بين المتغيرين س ، ص وحيث يكون مربع أخطاء التنبؤ عندها فى أدنى قدر له . فإذا بدأنا من المعادلة (١٢:٢) فنستطيع أن نستخلص منها الصيغة الآتية (٣ : ١٢) :

صَ = أ + ب س	
ص – صَ = ص – (أ + ب س)	(١٢ : ٣)

وحيث يلاحظ أن الحد الأيمن من المعادلة يمثل خطأ التنبؤ ، فإذا قمنا بتربيع هذا الخطأ ثم جمع مربعاته فى المعادلة السابقة فنحصل على الصيغة الآتية (١٢:٤) :

$\sum$(ص – صَ)^{٢} = $\sum$[ص – (أ = ب س)]^{٢}	(١٢ : ٤)

وتتحدد قيم كل من أ ، ب اللذين يؤديان إلى خفض مجموع مربعات خطأ التقدير إلى أدنى درجاته من خلال حساب التفاضل والتكامل لكل منهما .

---

(١) Error of Prediction

وتحسب قيمة ب فى معادلة الإنحدار الأساسية بالمعادلة الآتية (٥ : ١٢)

$$ب_{س ص} = \frac{\sum س ص - [(\sum س)(\sum ص) / ن]}{\sum ص^{٢} - [(\sum س)^{٢} / ن]} \qquad (١٢:٥)$$

كما تحسب قيمة العامل أ بالمعادلة الآتية (٦ : ١٢)

$$أ_{س ص} = \bar{ص} - (ب_{س ص} \times \bar{س}) \qquad (١٢:٦)$$

فإذا أفترضنا ، تطبيقا لهذه المجموعة من المعادلات ، أن لدينا أختبارين هما س ، ص وأن بياناتهما التى قمنا بحسابها أثناء حساب الأرتباط بينهما كانت كالآتى :

المتغير س	المتغير ص
$\sum س$ = -٤	$\sum ص$ = -١١١
$\sum س^{٢}$ = ٧٥٥٤	$\sum ص^{٢}$ = ٣٨٢٧
$\bar{س}$ = ٥٩,٩	$\bar{ص}$ = ٩٦,٨
$ع_{س}$ = ١٤,٧	$ع_{ص}$ = ١٠,٠
$\sum س ص$ = ٢٢٠٩ ، ر = ٠,٤٢٩ ، ن = ٣٥	

فنبدأ فى الخطوة الأولى بحساب العامل ب باستخدام المعادلة (١٢:٥) كالآتى :

$$\text{ب}_{\text{س ص}} = \frac{\sum \text{س ص} - [\,(\sum \text{س})(\sum \text{ص}) \,/\, \text{ن}\,]}{\sum \text{س}^{2} - [\,(\sum \text{س})^{2} \,/\, \text{ن}\,]}$$

$$= \frac{\text{٢٢٠٩} - [\,(\text{-٤})(\text{-١١١}) \,/\, \text{٣٥}\,]}{\text{٧٥٥٤} - [\,(\text{-٤})^{2} \,/\, \text{٣٥}\,]}$$

$$= \frac{\text{٢٢٠٩} - \text{١٢,٧}}{\text{٧٥٥٤} - \text{,٥}}$$

$$= \frac{\text{٢١٩٦,٣}}{\text{٧٥٥٣,٥}}$$

$$= \text{,٢٩١}$$

ثم نحدد بعد ذلك المعامل أ بالتعويض فى المعادلة (٦ : ١٢) كالآتى :

$$\text{أ}_{\text{س ص}} = \text{٩٦,٨} - \text{,٢٩١}\ (\text{٥٩,٩})$$

$$= \text{٩٦,٨} - \text{١٧,٤}$$

$$= \text{٧٩,٤}$$

ونستطيع الآن أن نضع قيم المعاملين أ ، ب فى معادلة الأنحدار (٢ : ١٢) كالآتى : ص َ = ٧٩,٤ + ٠,٢٩ س وبذلك تتحدد معادلة إنحدار ص على س وبالمثل يمكن أن نحدد إنحدار س على ص .

والآن بافتراض أن لدينا عدد من قيم س ونرغب فى التنبؤ بمقابلاتها من قيم ص فنستطيع التعويض فى الصيغة الأخيرة التى خرجنا بها كالآتى :

س	ص
٢٠	٨٥,٢
٤٠	٩١,٠
٦٠	٩٦,٩

ويمكن هنا أستخدام معادلة بديلة تختصر المعادلات (٢ ، ٥ ، ٦ : ١٢) فى معادلة واحدة نعوض فيها من نفس البيانات اللازمة لحساب الإنحدار كالآتى :

$$ص = ر \times \frac{ع ص}{ع ص} \left(س - \overline{س} \right) + \overline{ص} \qquad (١٢ : ٧)$$

وحيث ع ص ، ع س = الأنحرافان المعياريان للمتغيرين ص ، س

$\overline{س}$ ، $\overline{ص}$ = المتوسطان للمتغيران س ، ص

ر = معامل الأرتباط بينهما

وتتميز هذه المعادلة بسهولة واضحة فى طريقة الحساب وخطواتها وهى تؤدى لنفس النتيجة التى ننتهى إليها فى المعادلات السابقة (السيد ، ١٩٧٩ ص ٣٩٩، Downie & Heath,1974,PP.125-135) .

تمارين على الفصل الثانى عشر

١ - كان الأرتباط بين القلق والعصابية فى أحد الدراسات = ,٦ ، وكان الأرتباط بين القلق والمخاوف المرضية ,٥٤ ، والأرتباط بين المخاوف المرضية والعصابية ,٧ . أحسب الأرتباط المتعدد بين القلق من ناحية وكل من العصابية والمخاوف المرضية من ناحية أخرى فى ضوء هذه البيانات .

٢ - أحسب الأرتباط الجزئى بين العصابية والمخاوف المرضية من البيانات السابقة مع تثبيت تدخل متغير القلق .

٣ - أحسب القيم الآتية لـ : ص فى كل حالة من الحالات الآتية باستخدام معادلات الخط المستقيم .

١ - س = ٦	أ = ٣	ب = ٣
٢ - س = ٤	أ = ٤	ب = ٣
٣ - س = ٥	أ = -٢	ب = ٤
٤ - س = -٥	أ = -٣	ب = ٥
٥ - س = -٤	أ = ٤	ب = ,٧
٦ - س = ٩	أ = ٦	ب = ,٧٣

٤ - وضح الحالات المختلفة التى لايجوز فيها أستخدام معاملات الأرتباط المستقيمة وكيفية أختبار الأستقامة قبل حساب معامل ايتا .

٥ - حصل أحد الباحثين على البيانات الآتية لعينه من الطلاب على متغيرى القلق وسرعة الأداء والمطلوب حساب إذا ما كان الأرتباط بينهما مستقيما أم منحنيا مع توضيح خطوات أستخدام الأسلوب الأرتباطى الذى أخترته وتفسير العلاقة بين المتغيرين :

م	القلق	سرعة الأداء	م	القلق	سرعة الأداء
١	١٢	٤٠	١٣	١٤	١٢
٢	١٠	٣٥	١٤	٣٠	١٠
٣	١٣	٥٠	١٥	١٥	٦
٤	١٤	٣١	١٦	١٤	١١
٥	١٦	٤٢	١٧	١٨	١٨
٦	١٧	٣٠	١٨	١٦	٣٠
٧	٨	١٥	١٩	١٧	١٥
٨	٢٠	٦٢	٢٠	١٤	٢٥
٩	١١	٢٤	٢١	١٨	١٨
١٠	٨	١٠	٢٢	١٢	١٤
١١	١٢	١٤	٢٣	١٤	١٣
١٢	٣	٤	٢٤	١٠	٨

الفصل الثالث عشر

العينــات

إحدى المزايا الهامة للاحصاء هى كفاءته فى دراسة الظواهر المختلفة باستخدام عينات[1] صغيرة محدودة العدد ، ويوفر استخدام هذه الأعداد الصغيرة بدلا من كل مفردات الظاهرة ، الكثير من الجهد والنفقات والوقت .

وقد عرفنا على امتداد الفصول السابقة طرق حساب المقاييس الاحصائية مثل المتوسط والتباين والانحراف المعيارى من العينات . غير أن أهدافنا من استخدام عينات لا تقتصر على مجرد توفير الجهد والنفقات أو دراسة عينة محدودة من الظاهرة . بل تمتد هذه الأهداف لمحاولة الخروج من هذه العينات بحقائق ونتائج لا تصدق بالنسبة لها فقط ، بل تقبل التعميم على المجتمع الخارجى العريض ، أى أننا نرغب هنا فى القيام باستدلالات عن مجموعة كبيرة من الأفراد (هم المجتمع) بناء على المعلومات التى نحصل عليها من مجموعة صغيرة من هؤلاء الأفراد (هم العينة) . ويعد هدف القيام بتعميمات عن المجتمع ، بناء على دراسات تستخدم عينات صغيرة محدودة العدد من أهم أهداف الإحصاء الاستدلالى .

لهذا السبب يصبح من الضرورى أن نضع فى اعتبارنا أن المدى الذى يمكن أن نصل إليه من استدلالاتنا ، وصحة هذه الاستدلالات ، يعتمد فى المقام الأول على حسن ودقة تصميم عيناتنا . ويتطلب حسن تصميم العينة عددا من الشروط الموضوعية التى تهدف جميعها أما إلى حسن تمثيل المجتمع الخارجى ، أو افتراض توزيع الظاهرة اعتداليا فى مجتمعها الخارجى ، وسحب عينة أو عينات لا تتضمن تحيزاً أو انتخاباً عمديا لأفراد يقعون تحت مساحة معينة من منحنى توزيع الظاهرة ، فإذا أمكن الحصول على هذه العينات فإن الاستدلال منها على المجتمع الخارجى موضوع الدراسة يصبح مبرراً منطقيا وإحصائيا فى حدود احتمالية معينة .

---

(١) Samples

وهناك العديد من أنواع العينات التى تقبل نتائجها التعميم ، ويتعين أولا التعرف على أنواع العينات وأسس تصنيفها .

أنواع العينات :

يمكن تصنيف العينات المختلفة فى فئتين أساسيتين : أما عينة غير احتمالية(١) ، أو عينة احتمالية(٢) أى تخضع لقوانين الاحتمالات الرياضية ، ويما يعنى انها تخلو من أى قصد للتحيز(٣) ، ولايمكن الاعتماد على نتائج العينة غير الاحتمالية عند القيام باستدلال عن المجتمع الخارجى ، نتيجة لعدم توفر طريقة مناسبة لتقدير احتمال حصول كل فرد من أفراد المجتمع على فرصة متكافئة ليكون واحدا من أفراد هذه العينة ، أما فى حالة العينة الاحتمالية ، فيتوفر لكل فرد فى أغلب الحالات هذه الفرصة المتكافئة التى قد تتيح له أن يكون من أفراد العينة المختارة .

ا- العينات غير الاحتمالية :

يكثر استخدام هذا النوع من العينات نتيجة لاعتبارات كثيرة ، قد يكون أهمها سهولة الحصول عليها ، أو توفرها فى موقف معين ، من ذلك كثرة استخدام طلاب الجامعات كعينات فى الدراسات المختلفة ، وفى البحوث النفسية على وجه الخصوص ، نتيجة لأن الباحثين أما أن يكونوا من أساتذة هذه الجامعات أو من طلاب الدراسات العليا فيها ، وبالمثل يستخدم المدرسون أو الأساتذة فى المدارس والمعاهد المختلفة عينات من طلابهم لبحوثهم . ويطلق على هذا النوع من العينات اسم عينة صدفة(٤) أو عينة عرضية اشارة إلى أن أفرادها اشتركوا فيها عرضا أو نتيجة للصدفة البحتة .

وبالإضافة إلى هذا النوع من العينات غير الاحتمالية توجد العينة الحصصية(٥) وفى هذا النوع من العينات يصنف المجتمع إلى فئات معينة عبارة

---

(١) Nonprobability

(٢) Probability

(٣) Bias

(٤) Accidental or Incidental Sample

(٥) Quata Sample

عن قطاعات هذا المجتمع أو فئاته الفرعية التى يتكون من مجموعها هذا المجتمع ، ثم نحدد نسبة كل فئة من هذه الفئات إلى المجموع الكلى ؛ ونقوم بسحب عينة ممثلة لنسب هذه الفئات فى المجتمع ، عدد من كل فئة حسب نسبتها ، بحيث يُمثل المجتمع فى العينة بنسب فئاته .

مثال ذلك إذا أردنا سحب عينة حصصية من بين المهنيين وكانت المهن الموجودة فى المجتمع هى : الأطباء ويمثلون ٢٠٪ والمهندسون ويمثلون ١٢٪ والمحاسبون ويمثلون ١٠٪ والمحامون ويمثلون ١٨٪ والصيادلة ويمثلون ٢٣٪ والحرفيين ويمثلون ١٧٪ فإننا نسحب عينتنا بحيث تكون نسبة الأطباء فيها ٢٠٪ والمهندسون ١٢٪ وهكذا . إذن فالعينة مناظرة للمجتمع الأصلى من حيث نسب التمثيل أما طريقة سحب هذه النسب فقد لا تتضمن إجراءات تتيح لكل فرد فى كل مهنة الفرصة لأن يُختار عضوا فى حصة الأفراد المسحوبين من فئته .

معنى هذا أن سحب هذه النسب من فئات المجتمع لتكوين العينة بهذا الأسلوب غالباً ما يتم بطريقة غير عشوائية ، واحد الأمثلة الأخرى لهذا النوع من العينات غير العشوائية ، غير الاحتمالية . العينات التى نسحب فيها عددا من الذكور وعددا من الأناث بنفس نسبتهم فى المجتمع : أو نسحب عينة من طلاب الأقسام المختلفة فى كلية الآداب بنفس نسب اعداد كل قسم من الأقسام للمجموع الكلى لطلاب الكلية .

ويشبه هذا النوع من العينات ، العينة الطبقية العشوائية[١] ، وهى نوع من العينات الاحتمالية ، فيما عدا أن أفراد العينة الحصصية يسحبون بطريقة غير عشوائية (Selltize, et al., 1959) .

وهناك نوع ثالث من أنواع العينات غير الاحتمالية يعرف باسم العينة الغرضية[٢]، ويقصد به نوع من العينات التى لا يهدف الباحث من ورائها إلى تمثيل المجتمع كله بصورة مناسبة ، بل يهدف إلى دراسة مجموعة معينة من الأفراد

---

(١) Stratified Random Sample

(٢) Purpostive Sample

ذوى الخصائص النوعية المحددة ، فيقوم بسحب عينة من أفراد هذه المجموعة النوعية للحصول على استدلالات عن سلوك أفرادها فى فترة تالية من ذلك مثلا الحصول على عينة من فئة الأطباء أو المهندسين أو مؤيدى حزب سياسى معين . وأهم مميزات هذه النوع من العينات هى مناسبته للغرض المحدد له ، وسهولة سحبه ويسره بالنسبة للباحث بالمقارنة بالعينات الاحتمالية .

ب - العينات الاحتمالية :

عندما نهدف إلى الحصول على استدلالات عن المجتمع الخارجى : فان نموذج العينة المناسب هو العينة الاحتمالية ، ومثالها الواضح هو العينة العشوائية البسيطة[١] ، وهى عينة تتميز بأتاحتها الفرصة لكل فرد من أفراد المجتمع ليكون عضواً فيها ، والمثال الواقعى لهذه الفرصة المتساوية لكل أفراد المجتمع هى عمليات القرعة العسكرية التى تقوم بها سلطات التجنيد فى الجيش ، حيث توضع القواعد المناسبة وتتخذ الإجراءات التى تكفل أمكان اختيار أى فرد دون تمييز بين شخص وآخر ، وهى قواعد وإجراءات تشبه بصورة مبسطة وضعنا أسماء كل مواليد سنة معينة ، هم المطلوب اختيار مجموعة منهم للتجنيد بالقرعة ، فى وعاء كبير ثم تقليب هذا الوعاء تقليباً جيداً ، ثم قيام طفل بسحب عدد من الأوراق المسجل فى كل ورقة منها اسم شخص واحد ، وبالعدد المطلوب تجنيده .

وعندما نتعامل مع العينات الاحتمالية فقط يمكننا أن نعرف شكل التوزيع التكرارى للمقاييس الخاصة بالعينات الإحصائية : مثل المتوسط والانحراف المعيارى وغيره وهى المقاييس الخاصة بالعينات التى تستخلص بواسطة إجراءات سحب موحدة تستخدم بشكل متكرر فى المجتمع وهذه المعلومات هى التى تسمح بالقيام باستدلال من عينة على مجتمعها الأصلى .

وعلينا أن نلاحظ أن العينة العشوائية أو الانتخاب العشوائى[٢] هى جوهر مفهوم الاحتمالية وبالتالى أساس الإحصاء الاستدلالى كله . وتصبح العينة

(١) Simple Random Samdle

(٢) Randomization

المسحوبة متحيزة إذا لم تتبع إجراءات سحب عشوائية للمفردات ، ويلاحظ أن العشوائية تتطلب أتاحة الفرصة لكل أفراد المجتمع . معنى هذا أننا إذا قمنا بسحب عينة منتظمة لتمثيل المجتمع المصرى كله من السجل المدنى فإن هذه العينة لن تكون عينة احتمالية مناسبة حيث لن تتضمن ألا الأفراد الراشدين (بأغلبية من الذكور) . وبالمثل إذا قمنا بسحب عينة عباره عن كل خامس اسم فى دليل التليفونات فستكون العينة غير احتمالية لأنها تمثل فقط فئة من يملكون أجهزة تليفون . وهم فئة محدودة ذات قدرة اقتصادية معينة ، ومن طبقة اجتماعية معينة. والأمر نفسه عندما نسحب عينة من سجلات المرور إذ لن تمثل ألا أصحاب السيارات وهم فئة محدودة من فئات المجتمع ، ورغم إجراءات العشوائية فى كل من هذه الحالات إلا أن هذه الإجراءات لا تمتد لكل بل لبعض أفراد المجتمع ، مما يجعل العينة متحيزة .

وتعد العينة الطبقية[1] نوع من العينات الاحتمالية ، وهى تشبه العينة الحصصية كما سبق أن ذكرنا ، فيما عدا أننا نقوم بإجراء إضافى وهو أننا بعد تحديد النسبة من كل فئة ، أو الحصة النسبية من كل فئة من فئات المجتمع ، نقوم بسحب حصة كل فئة بإجراءات سحب عشوائية تتيح الفرصة لأى مفردة من مفردات كل فئة لأن تكون إحدى أفراد هذه الحصة النسبية .

وعلينا أن نلاحظ أنه من الممكن سحب عينة عشوائية غير نسبية (أى لا تمثل نسبة هذه الطبقة أو الفئة إلى المجتمع الكلى) وبحيث يكون العدد المسحوب من كل فئة عشوائيا ، بغض النظر عن حجم الفئة النسبى ، موحدا ومساويا للعدد المسحوب من كل فئة أخرى ، إلا أننا نقوم بعد ذلك بحساب وزن لكل عينة فرعية يناظر نسبتها إلى الحجم الكلى للمجتمع الذى تمثل إحدى فئاته . ثم نقوم بوضع تقديراتنا للمجتمع الكلى ، أى استدلالاتنا من العينات الفرعية المجمعة أو المركبة ومن نسبتها الصحيحة بعد حساب اوزانها (Downie & Heath, 1974, P. 156) ويعد هذا النوع من العينات مناسبا فى المجتمعات الفرعية ، مثل مجتمع طلاب

---

(١) Stratified Sample

الجامعات ، أو النقابات المهنية ، أو غير ذلك من المجتمعات المحدودة ، أما على المستوى القومى فتصبح هذه الإجراءات مكلفة وشاقة ، وحيث تفضل فى هذه الحالات عينات أخرى نطلق عليها اسم عينات التجمعات[١] وفيها ننظر إلى المجتمع باعتباره مكونا من تجمعات متعددة ، بمعنى أن كل تجمع أو طبقة[٢] فيه متجانسة[٣] داخليا ، أما التجمعات المتعددة فى هذا المجتمع فغير متجانسة[٤] فيما بينها .

وبينما نتبع فى حالة العينة الطبقية إجراءات سحب عشوائية للأفراد فى كل طبقة ، فإننا نقوم فى حالة عينات التجمعات بسحب عينات عشوائية من التجمعات، أى أن التجمعات ، وليس الأفراد هى التى تُسحب عشوائيا . وعمليا فإن عينات التجمعات تستخلص عادة مقترنة بالعينة الطبقية أو تُسحب على مراحل أو يتم مزج الطريقتين معاً .

وعندما نقوم بعملية جمع بيانات معيارية لتقنين اختبار جديد للذكاء مثلا بهدف الحصول على معايير على المستوى القومى ، فإن الحاجة تبدو ماسة لحسن انتخاب عينة احتمالية تمكننا من تعميم معاييرنا على المجتمع بأكمله ، ويمكننا أن نقوم فى هذه الحالة بتقسيم المناطق التعليمية إلى طبقات على أساس حجمها ، ثم نختار نماذج من كل طبقة من خلال إجراءات عشوائية ، وفى كل نظام مدرسى مختار نسحب المدارس التى ستدرج فى العينة سحباً عشوائيا ، كما يمكن أيضاً اختيار فصول معينة من كل مدرسة عشوائيا ، وأحيانا نقوم باختيار التلاميذ من كل فصل عشوائيا . ويؤدى هذا الأسلوب من تتابع الانتخاب العشوائى إلى سحب عينة احتمالية جيدة تمثل تغطية شاملة للمناطق التعليمية والمدارس المختلفة ، بالاضافة إلى اقتصادية هذا الأسلوب وانخفاض نفقاته وارتفاع وكفاءته من حيث توفيره لعينة ممثلة لمجتمع التلاميذ القومى فى مدى عمرى معين .

---

(١) Cluster Sample

(٢) Strata

(٣) Homogeneous

(٤) Heterogeneous

وأحد الأساليب المعتادة لسحب العينات العشوائية ، والتى تشبه وضع بطاقات بأسماء كل أفراد المجتمع فى وعاء ، الأسلوب المعروف باسم جداول « الأرقام العشوائية »[1] وحيث تتضمن هذه الجداول قوائم من الأرقام التى لا تنتظم وفق قاعدة معينة ، وعندما نرغب مثلا فى سحب عينة من ٣٠٠ فرد من بين قائمة تتضمن ٨٠٠ اسم هى أسماء طلاب فرقة معينة فى كلية الآداب بهدف تطبيق اختبار على عينة عشوائية من طلاب هذه الكلية ، فإننا نستخدم جداول الأرقام العشوائية ، بأن نبدأ من أية صفحة من صفحاتها ونضع أصبعنا تلقائيا وبدون اختيار معين على أى عمود فى هذه الصفحة ، وعند نقطة معينة فى هذا العمود نبدأ فى التحرك عشوائياً أما فى نفس العمود إلى أسفله أو نفس الصف إلى اليسار أو اليمين ، وقد نجد أن القيمة الأولى هى ٢٢٤ فنختار المفردة رقم ٢٢٤ من قائمة أسماء طلاب هذه الفرقة ، وقد يكون الرقم التالى ١٦ ، فنختار الشخص رقم ١٦ فى القائمة ، وقد يكون الشخص الثالث رقم ٢٩٣ فنختاره ، وهكذا حتى نحصل على العدد المطلوب وهو ٣٠٠ ويلاحظ أنه عند استخدام جداول الأرقام العشوائية قد نلتقى برقم ما مرتين أو ثلاثة فنهمله فى المرة الثانية ، كما يمكن أن نلتقى برقم يفوق العدد الكلى لأرقام القائمة التى نختار منها كأن نجد رقم ٩٠٥ أو ٨٤٦ فى مثالنا فنهمله أيضاً ونأخذ الرقم التالى له أو نبدأ من صفحة جديدة ، وعندما ننتهى من أرقام العمود أو الصف الذى بدأنا به يمكننا أن نأخذ العمود المجاور له أو الصف التالى له أو أن نبدأ من صفحة جديدة بنفس الإجراءات ومن الضرورى فى كل الحالات أن يتثبت الباحث من أن إجراءاته العشوائية سليمة وتتيح فرصة اشتراك أى فرد من أفراد المجتمع فى العينة ، وأن هذه الإجراءات ليست قاصرة على قطاع معين من قطاعات مجتمع الظاهرة . ودون الالتزام باجراءات العشوائية لانستطيع الحصول على عينات احتمالية يمكن التقدم منها باستدلالات عن المجتمع الخارجى .

---

(١) Random Numbers

توزيع متوسط العينات[1] :

ذكرنا عند تعرفنا على المصطلحات الإحصائية أن القيم المستخلصة من العينات تسمى مقاييس ، بينما تسمى القيم الخاصة بالمجتمع باسم المعْلمات ، فإذا كان من السهل أن نحسب متوسط أى عينة نتيجة لتوفر البيانات الخاصة بها فعلينا أن نتعرف على الوسيلة المناسبة لتقدير متوسط المجتمع أو المتوسط المعلمى ، فاذا قمنا بسحب عدد كبير من العينات من مجتمع معين وكان عدد هذه العينات ٢٠٠ عينة وحسبنا متوسط كل عينة منها ، فيمكننا فى ضوء هذا أن نعتبر أن متوسط هذه المتوسطات عباره عن تقدير جيد لمتوسط المجتمع (أى المتوسط المعلمى) إذ أن هذا الإجراء هو فى حقيقة الأمر عملية سحب لعينة عشوئية كبيرة من متوسطات المجتمع .

١- الخطأ المعيارى للمتوسط :

يقاس تباين توزيع هذه العينة من المتوسطات بالخطأ المعيارى للمتوسط[2] ، ووفقا للمفاهيم الأساسية للتوزيع الاعتدالى للعينات العشوائية نتوقع فى هذه الحالة عندما نسحب عددا كبيرا من العينات العشوائية المتساوية الحجم من مجتمع ما ، أن يكون توزيع متوسطات هذه العينات اعتداليا ، وكلما كانت أحجام العينات العشوائية كبيرة كبرا كافياً ، وكلما كان لدينا عدد كبير من العينات فى الوقت نفسه ، كلما كان متوسط متوسطات هذه العينات مساويا لمتوسط المجتمع ، وسيكون الانحراف المعيارى لمتوسطات هذه العينات أى حول المتوسط المعلمى مساويا للانحراف المعيارى للمجتمع مقسوما على جذر ن وفق المعادله الآتيه : (١٣:١)

$$ع_م = \frac{ع}{\sqrt{ن}} \qquad (١٣:١)$$

---

(١) Sampling Distribution

(١) Standard Error of the Mean

ويلاحظ أنه إذا كان حجم عينة المتوسطات أى عدد العينات العشوائية المحسوبة أقل من ٣٠ فان توزيع متوسطات العينات لا يأخذ بدقة صورة التوزيع الاعتدالى وخصائص هذا التوزيع التى يعكسها جدول المساحات تحت المنحنى الاعتدالى ، بل يتعين فى هذه الحالة استخدام توزيع «ت» للعينات الصغيرة التى تقل عن ٣٠ .

فاذا افترضنا ، كمثال ، أن لدينا مجتمع معين ، وأننا نعرف معلماته ، فاذا قمنا بسحب عينات من هذا المجتمع ، فاننا نستطيع صياغة عدد من الاستدلالات الاحتمالية من متوسطات هذه العينات ، مثال ذلك إذا افترضنا أننا نعرف متوسط نسبة ذكاء تلاميذ المدارس الثانوية وأن هذا المتوسط يبلغ ١٠٠ بانحراف معيارى ١٦ ، وإذا افترضنا أننا قمنا بعد ذلك بسحب عينة عشوائية من تلاميذ المدارس الثانوية حجمها ٣٦ تلميذا . فيمكننا فى هذه الحالة الإجابة على التساؤل الاتى فى ضوء ما يتوفر لنا من بيانات معلميه .

ماهو احتمال أن يكون متوسط هذه العينة أكبر أو أصغر من نسبة ذكاء معينة ؟ ويمكن أن يكون سؤالنا أكثر تحديداً كالاتى : ماهو احتمال أن يكون متوسط هذا العينة أقل من نسبة ذكاء ٩٦ مثلا ؟

وحتى نتمكن من الإجابة على هذا السؤال فاننا نبدأ بحساب الانحراف المعيارى لمتوسط العينات المسحوبة من هذا المجتمع بالمعادلة (١ : ١٣) التى سبق ذكرها كالاتى :

$$ع_م = \frac{ع}{\sqrt{ن}}$$

$$= \frac{١٦}{\sqrt{٣٦}}$$

$$= ٢,٦٧$$

ثم نحسب بعد ذلك الدرجة المعيارية للقيمة المطلوب اختبار احتمالية ظهورها لدى العينة ، أي نحول الـ ٩٦ إلى درجة معيارية فى ضوء المتوسط المعلمى والانحراف المعيارى لمتوسطات العينات عن المتوسط المعلمى والذى قمنا بحسابه فى الخطوة السابقة (أى ٢,٦٧) فنحصل على الاتى :

$$ذ = \frac{س - م}{ع_م}$$

$$= \frac{٩٦ - ١٠٠}{٢,٦٧}$$

$$= \frac{- ٤}{٢,٦٧}$$

$$= -١,٥$$

ومن جدول المساحات تحت المنحنى الاعتدالى نجد أن المساحة الصغرى للدرجة المعيارية ١,٥ تساوى ٠٦٦٨,٠ ، وبالتالى فان احتمالية سحب عينة حجمها ٣٦ ذات متوسط ٩٦ أو أقل ، من هذا المجتمع الذى يبلغ متوسطه ١٠٠ لايزيد عن ٠٧,٠ (٠٦٦٨,٠ بعد تقريبها) .

وعادة ما لا يمكن الحصول على الانحراف المعيارى للمتوسط ، والذى يشار إليه باعتباره الخطأ المعيارى للمتوسط من المعادلة السابقة طالما أن الانحراف المعيارى للمجتمع غير معروف (والذى تعاملنا معه افتراضا باعتباره معروف فى مثالنا السابق) . ويصبح الحل الأمثل فى هذه الحالة أن نستخدم الانحراف المعيارى للعينة كتقدير للقيمة المعلمية المقابلة .

تصحيح الانحراف المعيارى للعينة من التحيز :

يعتبر الانحراف المعيارى للعينه تقديرا متحيزا للانحراف المعيارى للمجتمع «المعلمى» فإذا افتراضنا أننا اخترنا عينة صغيرة (ن = ١٥ مثلا) من مجتمع

كبير الحجم ، فان هناك فرصة كبيرة أن أفراد هذه العينة سيأتون من مركز التوزيع أو من المنطقة الكثيفة حول متوسط التوزيع أى من المجموعة الكبرى من الأفراد الذين يقعون حول المتوسط أو مركز التوزيع ، وبالتالى فإن مدى هذه العينة سيكون أقل من مدى المجتمع ، وحيث توجد فى هذا المجتمع حالات متطرفة بنسبة أكبر كثيرا مما يوجد فى هذه العينة المحدودة التى تبلغ ١٥ فردا فقط وسيترتب على هذا المدى المحدود للعينة أن يكون الانحراف المعيارى للعينه أصغر من الانحراف المعيارى للمجتمع ، وكلما كبر حجم العينة فان الفرصة تصبح أكبر لأن تتضمن حالات متطرفه من بين أفراد المجتمع ، بما يؤدى لجعل الانحراف المعيارى للعينة أقرب كثيرا للانحراف المعيارى للمجتمع .

وفى ضوء هذه الاعتبارات يمكن تصحيح الانحراف المعيارى للعينة من هذا التحيز الناجم عن صغر حجمها بالمقارنة بالمجتمع الأصلى ، ونتيجة أيضا لتركز أفرادها حول المتوسط ، واحتمالية عدم وجود حالات متطرفة فيها وذلك باستخدام المعادلة الآتية :

$$ع = \sqrt{\frac{مج ح^2}{ن - ١}} \qquad (١٣ : ٢)$$

ويمكننا باستخدام هذه المعادلة والتى لاتختلف عن معادلة الانحراف المعيارى للعينة التى سبق دراستها (١ : ١٣) إلا فى أن مقامها هو (ن - ١) بدلا من (ن) فقط . ونتوصل باستخدام هذه المعادلة مباشرة لحساب الخطأ المعيارى للمتوسط وهو ماتوضحه المعادلة الآتية :

$$خ_{\bar{س}} = \sqrt{\frac{مج ح^2}{ن (ن - ١)}} \qquad (١٣ : ٣)$$

وأن كانت المعادلة الأكثر استخداما للخطأ المعيارى للمتوسط هى المعادلة الآتية :

$$خ_م = \frac{ع}{\sqrt{ن - ١}} \qquad (٤ : ١٣)$$

وحيث يؤدى استخدام (ن - ١) فى المقام بدلا من (ن) فقط إلى تصحيح الانحراف المعيارى فى البسط ، فبأفتراض أن لدينا عينة ذات انحراف معيارى قدره ١٥,٦ ومتوسط ١٠٥ وكانت ن = ١٤٥ فان الخطأ المعيارى لمتوسط هذه العينة وفقا للمعادلة السابقة يكون كالآتى :

$$خ_م = \frac{ع}{\sqrt{ن - ١}}$$

$$= \frac{١٥,٦}{\sqrt{١٤٤}}$$

$$= \frac{١٥,٦}{١٢}$$

$$= ١,٣$$

ويوضح فحصنا للمعادلة السابقة (٤ : ١٣) وجود بعض الخصائص الهامة فى الخطأ المعيارى من ذلك أنه بقدر كبر حجم العينة بقدر صغر حجم الخطأ المعيارى ، ولهذا معناه ودلالته حيث يتعين أن نتوقع دائما أنه كلما كبر حجم العينة كلما كانت النتائج أكثر ثباتا واستقرارا من النتائج المستخلصة من عينات صغيرة ، وحتى نكون أكثر دقة يمكننا أن نقول أن حجم الخطأ المعيارى للمتوسط عبارة عن نسبة عكسية لحجم الجذر التربيعى لعدد الحالات فى العينة ، ونسبة طردية من الانحراف

المعيارى ، ولعل هذه هى أهم الخصائص التى نتبينها من المعادلة السابقة . ونستطيع أن نخرج من هذه النقطة بتعميم مؤداه أن حجم الخطأ المعيارى لأى إحصاء عبارة عن نسبة عكسية من عدد الحالات فى العينة التى حسب منها هذا الإحصاء .

ويوصف متوسط العينات دائما بأنه تقدير غير متحيز لمتوسط المجتمع ، بمعنى أن متوسط أى عينة يمكن أن يكون أكبر أو أقل من متوسط المجتمع ، فاذا أخذنا عددا كبيرا من هذه العينات وحسبنا متوسطها ، فان النتيجة «متوسط المتوسطات» ستكون تقدير غير متحيز للمجتمع . بمعنى آخر فان هذه النتيجة لا هى أكثر ولا أقل كثيرا من متوسط المجتمع . وهذا على نقيض ما يحدث فى حالة الانحراف المعيارى للعينه الذى رأينا أنه تقدير متحيز للانحراف المعيارى المعلمى .

ولأن كل الإحصاءات لها توزيع عينات ، فان لها بالتالى خطأ معيارى ، وكل خطأ معيارى يعد مؤشرا لمدى ثبات هذه الإحصاءات ، وعندما يكون حجم الخطأ المعيارى صغيرا بالنسبة لوحدات القياس فان معالجاتنا الإحصائية تميل عندئذ لاظهار تباين محدود من عينة لأخرى ، وبالتالى تصبح ثقتنا أكبر فى نتائجنا .

وعلينا الآن أن نتعرف على الخطأ المعيارى لبقية الاحصاءات المستخدمة فى البحوث النفسية على وجه الخصوص ، لما لذلك من أهمية عرفناها الان من حيث تدخلها فى تقدير ثقتنا فى نتائجها من عينة لأخرى .

٢- الخطأ المعيارى للوسيط :

يحسب الخطأ المعيارى للوسيط بالمعادلة الاتية رقم (٥ : ١٣) .

$$خ_{م و} = \frac{1{,}253\ ع}{\sqrt{ن}} \qquad (٥ : ١٣)$$

وحيث خ م و = الخطأ المعيارى للوسيط

ع = الانحراف المعيارى للعينة

ن = حجم العينة

١,٢٥٣ = ثابت

وبمقارنة هذه المعادلة بمعادلة الخطأ المعيارى للمتوسط سنجد أن الخطأ المعيارى للوسيط يزيد عن الخطأ المعيارى للمتوسط بنسبة تصل إلى ٢٥٪ تقريبا ، وعلينا أن نتذكر ماسبق أن عرفناه من أن المتوسط هو أكثر مقاييس النزعة المركزية ثباتا ، وهو ما يعنى بعبارة أخرى أنه صاحب أصغر خطأ معيارى بين هذه المقاييس .

٣- الخطأ المعيارى للنسبة :

يحسب الخطأ المعيارى للنسبة[١] بالمعادلة الاتية :

$$خ_{م} = \sqrt{\frac{م\ ب}{ن}} \qquad (١٣:٦)$$

حيث م = النسبة

ب = باقى النسبة أو « ١ - ن»

ن = العينة

فاذا حصلنا على نسبة الناجحين فى اختبار معين وكانت هذه النسبة ,٧٢ وكان حجم العينة ٦٤ طالبا ، فان الخطأ المعيارى يكون كالاتى :

$$خ_{م} = \sqrt{\frac{,٧٢ \times ,٢٨}{٦٤}}$$

$$= \sqrt{\frac{,٢٠١}{٦٤}}$$

$$= ,٥٥$$

(١) Proportion

٤- الخطأ المعيارى للنسبة المئوية :

بما أن النسبة المئوية[1] عبارة عن مئة ضعف النسبة ، فيمكن فى هذه الحالة إعادة صياغة المعادلة السابقة لتقدير الخطأ المعيارى للنسبة المئوية فى ضوء هذه الحقيقة كالاتى :

$$\text{خ ن م} = ١٠٠ \sqrt{\frac{\text{ن}ـ \text{ب}}{\text{ن}}} \qquad (١٣ : ٧)$$

وحيث خ ن م = الخطأ المعيارى للنسبة المئوية

نـ = النسبة المئويه

ب = باقى النسبة

٥- الخطأ المعيارى للتكرار[2] :

بما أننا نحصل على النسبة ، بقسمة تكرارها على عدد الحالات أى $\text{نـ} = \frac{\text{ك}}{\text{ن}}$

وبإعادة صياغة هذه العلاقة كالآتى ك = نـ ب ، فيترتب على ذلك أن يصبح الخطأ المعيارى للتكرار عبارة عن جذر النسبة مضروبا فى باقى النسبة مضروبا فى حجم العينة أو :

$$\text{خ ك} = \sqrt{\text{ن} (\text{نـ ب})} \qquad (١٣ : ٨)$$

وحيث ن = عدد أفراد العينة

نـ = النسبة

ب = باقى النسبة

(١) Percentage

(٢) Frequency

تقدير معلمات المجتمع :

وفرت لنا المعالجة الخاصة بالعينات ، وطريقة حساب الخطأ المعيارى لمقاييس هذه العينات المقدمة المناسبة التى نستطيع استخدامها لتقدير معلمات المجتمع ، ومن خلال هذه المعالجة يصبح من الميسور التوصل إلى تقديرات استدلالية عن المجتمع الخارجى ، وهو كما ذكرنا أحد الأهداف الرئيسية للإحصاء الاستدلالى والذى نعرف أن هدفه الآخر الهام هو اختبار الفروض .

ولنفترض الان حالة معينة نعرض من خلالها كيفية استخدام المعلومات السابقة والاستفادة منها : حصل باحث نفسى على متوسط لنسبة ذكاء عينة ممثلة (احتمالية) من طلاب المدارس الاعدادية بإستخدام اختبار وكسلر المعدل للأطفال Wisc-R وكان حجم العينة مئة وخمسة وأربعون طالبا (ن = ١٤٥) وكان المتوسط ١٠٥ والانحراف المعيارى ١٤ وأراد هذا الباحث أن يتأكد مما إذا كان هذا المتوسط لا يختلف عن متوسط المجتمع ، وبمعنى آخر أراد هذا الباحث أن يعرف درجة الثقة فى أن هذا المتوسط يطابق متوسط المجتمع الذى تنتمى اليه عينته .

وبما أن المعلومات السابقة على امتداد هذا الفصل تشير إلى أن المتوسط غالبا ما يكون قيمة غير متحيزة بعكس الحال فى الانحراف المعيارى . فسيقوم الباحث فى الخطوة الأولى باستخدام المعادلة (٤ : ١٣) لحساب الخطأ المعيارى للمتوسط كما يقدر من هذه العينة على الوجه الاتى :

$$\text{خ م} = \frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن} - ١}}$$

$$= \frac{١٤}{\sqrt{١٤٤}}$$

$$= \frac{١٤}{١٢}$$

$$= ١{,}١٧$$

وبما أن هذا الخطأ المعيارى بمثابة انحراف معيارى عن هذا المتوسط وبما أن الانحراف المعيارى الواحد سيكون على جانبى المتوسط أى م ± ١,٩٦ ع فيمكننا

أن نقول فى هذه الحالة أن ١٠٥ + ١,٩٦ (١,١٧) تمثل مدى ثقتنا فى أن هذا المتوسط لا يختلف عن متوسط المجتمع باحتمالية تصل إلى ٩٥٪ (حيث ١,٩٦ انحراف معيارى على الجانبين تحت المنحنى الإعتدالى تحتجز تحتها ٩٥٪ من مجتمع الظاهرة* .

ويعنى هذا بتعبير آخر أننا نستطيع أن نقرر بثقة تصل إلى ٩٥٪ أن متوسط المجتمع يتراوح بين ١٠٥ + ١ع × ١,١٧ = ١٠٥ + (١,٩٦ × ١,١٧) = ١٠٧,٢٩

ف ١٠٥ - ١ع × ١,١٧ = ١٠٥ - (١,٩٦ × ١,١٧) = ١٠٢,٧١

أى بين ١٠٧,٢٩ ، ١٠٢,٧١ .

أى أن هذا الذى خرجنا به لنسبة ذكاء ١٠٥ من هذه العينة يتراوح فى حقيقة الأمر بين ١٠٧,٢٩ ، ١٠٢,٧١ وبنسبة ثقة ٩٥٪ . واستخدامنا لدرجة ثقة قدرها ٩٥٪ يعنى أننا نقرر أن الصدفة تلعب دوراً مقداره ٥ مرات من كل ١٠٠ مرة فى أن النتيجة خاطئة . ويمكننا بالطبع أن نرفع درجة الثقة إلى ٩٩٪ وحيث نستطيع أن نقرر أن متوسط المجتمع لن يخرج عن مدى معين وأن احتمال خروجه عن هذا المدى سيكون نتيجة للصدفة التى لا يمكن توقعها فى أكثر من حالة من ١٠٠ حالة .

(*) لتوضيح هذه النقطة يتعين تتبع منطقها فى الخطوات الآتية :

١ - الخطأ المعيارى للمتوسط هو - كما ذكرنا - انحراف معيارى لهذا المتوسط .

٢ - لأننا نرغب فى تحديد نسبة ثقة فى مدى هذا المتوسط ، فعلينا أن نختار هذه النسبة ولتكن ٩٥٪ بمعنى أننا لن نقبل احتمالية حدوث أكثر من ٥ أخطاء من كل ١٠٠ تقدير لصحة هذا المتوسط .

٣ - نحن نعلم أن ١,٩٦ من الانحراف المعيارى تحت المنحنى الاعتدالى على يسار ويمين المتوسط هى المساحة التى تحتجز أسفلها ٩٥٪ من الحالات ، وأن انحراف متوسطنا كما حسبناه الآن بمعادلة الخطأ المعيارى يبلغ ١,١٧ .

٤ - نستطيع أن نقرر الآن أن متوسطنا يتذبذب فى ٩٥٪ من الحالات بين قيمتين هما : هذا المتوسط + ١,٩٦ من خطأه المعيارى ، هذا المتوسط نفسه - ١,٩٦ من خطأه المعيارى (١٠٥ + ١,٩٦ من ال ١,١٧ ، ١٠٥ - ١,٩٦ من ال ١,١٧) أى : ١٠٥ + ١,٩٦ (١,١٧) = ١٠٧,٢٩ ، ١٠٥ - ١,٩٦ (١,١٧) = ١٠٢,٧١

تمارين على الفصل الثالث عشر

١- ماهى الأسباب التى تجعلنا نعتبر متوسط العينة تقديرا غير متحيز لمتوسط المجتمع ، بينما الأنحراف المعيارى تقديرا متحيزا .

٢- فى أى اتجاه يكون الانحراف المعيارى للعينة متحيزا عن الانحراف المعيارى للمجتمع .

٣- حدد أنواع العينات المختلفة وأسس التمييز بينها وميزة كل نوع منها .

٤- علل أى من العينات الآتية تعد عينة احتمالية .

أ- عينة من ١٠٠ تلميذ سحبت من قائمة تلاميذ الصف الرابع واحد من كل ٥ على الترتيب من قائمة تتكون من ٥٠٠ اسم لدراسة صعوبة امتحان نهاية العام للصف الرابع .

ب- عينة من سكان حى الدقى بالجيزة سحبت كالآتى : رب الأسرة فى الطابق الأرضى من كل مسكن لدراسة مشكلات المياه فى عمارات الحى .

جـ- عينة من العاملين بمصنع للنسيج سحبت من أول ١٠٠ عامل وصلوا للمصنع صباح يوم السبت لدراسة رضاء عمال النسيج بشبرا الخيمة عن عملهم .

د- عينة من أمراض الريفيين حددت من خلال فحص واحد من كل أربعة مرضى ترددوا على قسم الصدر بالمستشفى المركزى للمحافظة .

٥- حصل باحث على متوسط قدره ٣٤ وانحراف معيارى مقداره ٨ لاختبار المفردات من عينة حجمها ١٠٨ طالبا والمطلوب حساب ما إذا كان هذا المتوسط يختلف عن متوسط المجتمع الذى يبلغ ١١٢ أم لا بدرجة ثقة ٩٥٪ .

٦- بأفتراض أن ٦٥ من بين ١٩٨ شخصا أعلنوا تأييدهم لسياسة الأسكان الجديدة فى استفتاء ، حدد مستوى ثقة ٩٩٪ لنسبة الموافقين فى هذا الأستفتاء .

الفصل الرابع عشر

إختبار الفـروض

اختبار الفروض جانب هام من جوانب الإحصاء الأستدلالى ، وهو أحد الجوانب التى تكتسب أهمية كبيرة نتيجة لأستخدامة فى البحوث المختلفة ، وحيث يقوم الباحث عادة بمحاولة أختبار الفروض التى قامت عليها دراسته ، وبعد أن يكون قد قام بجمع بياناته أو سحب العينات المناسبة للظاهرة موضوع الدراسة .

ويظهر فحصنا لعينة ما من البحوث النفسية الحديثة أن اختبار الفروض يكاد أن يحتل الجزء الأكبر من المعالجات الاحصائية التى يقوم بها الباحث . وعادة ما يقع فى أطار هذه الاهتمامات الرغبة فى الأجابة على أسئلة مثل : هل عينة معينة مسحوبة من مجتمع معروف المعلمات ؟ أم أنها ليست من هذا المجتمع ولا تمثله ؟ أو : هل الفروق بين متوسطى عينتين مجرد تباين راجع للصدفة أم أنها فروق حقيقية ؟ وإذا كانت هذه الفروق حقيقية فهل نتوقع أن تظهر مرة أخرى بين عينات مماثلة ؟

وتخضع كل هذه الأسئلة للأختبار الإحصائى وفق قواعد محددة وبصيغة منهجية نطلق عليها اسم الفرض الصفرى[١] .

الفرض الصفرى :

إذا افترضنا أن لدينا مجتمع معروف المعلمات ، وليكن هذا المجتمع هو تلاميذ المدارس بين السادسة والسادسة عشر من العمر ، وأن متوسط نسبة الذكاء العملى لهذا المجتمع كما تقاس باختبار وكسلر تبلغ ١٠٠ بأنحراف معيارى ١٥ ، وبإفتراض أننا سحبنا عينة عشوائية تبلغ ٤٩ تلميذاً وكان متوسط نسبة ذكائهم على اختبار وكسلر ١٠٦ . فإن السؤال الذى يتطلب اختباراً إحصائياً هنا هو : هل

---

(١) Null Hypothesis

يختلف متوسط هذه العينة (١٠٦) جوهريا عن متوسط المجتمع معروف المعلمات (١٠٠) أم أن هذا الفرق الملاحظ عبارة عن تباين متوقع لمتوسط العينات المختلفة المسحوبة من المجتمع والتى متوسطها هذا المتوسط المعلمى ؟ .

تبدأ الإجابة على هذا السؤال بخطوة أولى هى وضع الفرض الصفرى (ف صفر)[٢] ،وهو أن متوسط العينة لا يختلف جوهريا عن متوسط المجتمع ، ويصاغ الفرض الصفرى صياغة تنفى وجود هذا الفرق ، ويؤدى الاختبار الإحصائى للفرض ، أما إلى تأييد الفرض الخاص بعدم وجود فرق أو بدحض هذا الفرض . ويصاغ الفرض الصفرى فى مثالنا هذا كالاتى : لا يوجد فرق جوهرى بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع ، كما يصاغ رمزيا بالصورة الاتية : ف صفر م = ١٠٠ وتعنى هذه الصيغة أن متوسط العينة البالغ ١٠٦ عبارة عن عينة عشوائية من مجتمع ما متوسطه ١٠٠ . وتأخذ الاختبارات الإحصائية المختلفة صورة هذا الفرض الصفرى بصفة عامة . ويصاحب كل فرض صفرى فرض بدليل يأخذ الصيغة الاتية : ف١ : م ≠ ١٠٠ فى مثالنا ، ويعنى هذ الفرض البديل أن متوسط المجتمع الذى قمنا بسحب هذه العينة منه ليس ١٠٠ ، أو بصيغة أخرى يمكن القول أن هذه العينة ذات المتوسط ١٠٦ مسحوبة من مجتمع آخر مختلف عن هذا المجتمع ، تكون متوسطات العينات المسحوبة منه ١٠٠ ، وفى كل الحالات تؤدى نتيجة اختبار الفرض الصفرى إما إلى قبوله أو رفضه وقبول الفرض البديل ، كما أن قبولنا للفرض البديل يتحدد عند مستوى احتمالية معينه أو مستوى ثقة معين ، وهى المستويات التى يشار إليها عادة باسم مستويات الدلالة .

مستويات الدلالة وانماط الخطأ :

عندما نحصل على فرق ما بين متوسطى عينتين ، كالفرق بين متوسط عينة وأخرى ، أو بين متوسط عينة ومتوسط المجتمع ، وبالمثل عندما نحصل على معامل إحصائى آخر كمعاملات الارتباط مثلا يصبح المطلوب بعد ذلك أن نحدد مدى ثقتنا فى هذا الفرق أو هذا المعامل ، ويعنى مدى الثقة «احتمالية» تكرار

---

(١) H_0

حصولنا على هذه النتيجة المعينة من عينات أخرى ، وبالطبع فإن السؤال عن احتمالية ظهور الفرق أو الارتباط أو غيره من المعاملات الإحصائية ليس متعلقا بالمعامل العددى الذى نحصل عليه فى حد ذاته ، ولكنه يتعلق بالفرق أو الأرتباط بين الظاهرتين ، وبوصف هذا المعامل العددى الذى نخرج به تقديرا يخضع لحساب الاحتمالات . وقد عرفنا من قبل أن احتمال حصولنا على الصورة التى تمثل أحد وجهى قطعة عملة من قذف هذه القطعة إلى أعلى وبعد أن تستقر على المائدة هو احتمال مقداره ٥, أو احتمال من بين اثنين ، أى ١ : ٢ ومن نفس المنطق نحتاج إلى تقدير احتمال ظهور فرق معين بين متوسطى عينتين ، أو معامل ارتباط معين بين متغيرين . وعادة مايكون من الضرورى أن نحدد مستوى الاحتمالية (أو الثقة) الذى سنختبر به فروضنا ، من ذلك أن نحدد أننا سنقبل الفروق عند مستوى احتمالية يبلغ ٠٥, أو ٠١, مثلا ، ويسمى مستوى الدلالة المقبول فى المعالجات الاحصائية باسم مستوى الفا[1] وتستخدم الدرجات المعيارية لعمل اختبارات الدلالة الإحصائية .

وقد سبق أن لاحظنا أن درجة معيارية قدرها ١,٩٦ على كل من يمين ويسار المتوسط تحت المنحنى الاعتدالى تحتجز بعدها ٥., من المساحات الكلية فى اتجاه طرفى المنحنى (أى ٠٥, من نسبة الحالات تحت المنحنى) ، كما أن درجة معيارية قدرها ٢,٥٨ على جانبى المتوسط تخرج عن المساحة الكلية ٠١, فقط ، وعند إجراء آية معالجة إحصائية تؤدى إلى حصولنا على درجة معيارية بين هاتين النقطتين الأخيرتين فإننا نرفض الفرض الصفرى عند مستوى ٠٥, (أى أنه يوجد فرق بين المتوسطين مثلا ، وأنه دال عند مستوى ٠,٠٥) أما إذا كانت الدرجة المعيارية أكبر من ٢,٥٨ فاننا نرفض الفرض الصفرى عند مستوى ٠١,

فاذا افترضنا أننا فى سبيلنا للمقارنة بين متوسطى عينتين ، وإننا حددنا مستوى الفا عند ٠٥, وأننا حصلنا على فرق يساوى درجة معيارية قدرها ٢,٢٤ فعلى أساس ما يتوفر لدينا من معلومات عن خصائص المنحنى الاعتدالى

---

(١) Alpha Level

والمساحات أسفله يتعين أن نرفض الفرض الصفرى عند مستوى ٠٥, طالما أن الدرجة المعيارية التى حصلنا عليها تقع بين ١,٩٦ ، ٢,٥٨ . أما إذا حددنا مستوى الفا عند ٠١, فلن يكون بوسعنا رفض الفرض الصفرى طالما أن الفرق يقل عن الدرجة المعيارية ٢,٥٨.

الطراز الأول من الخطأ :

يعنى رفض الفرض الصفرى عند مستوى ٠٥, أن هناك خمسة احتمالات من بين ١٠٠ احتمال أننا على خطأ فى رفضنا المقولة التى يتضمنها الفرض الصفرى . أى أن هناك خمسة احتمالات من بين مئة احتمال أن الفرق بين المتوسطين ناتج فى حقيقة الأمر عن مجرد الصدفة ، وأن هذا الاحتمال قريب للواقع ، ويعرف هذا النوع من الخطأ باسم «الطراز الأول من الخطأ»[١] . ويمكن خفض هذا النوع من الخطأ بتحديد مستوى أكبر من الدقة لاختباراتنا الاحصائية كأن نقبل مستوى دلالة (مستوى الفا) عند ٠١, بدلا من ٠٥, وحيث يكون هناك احتمال واحد فقط من بين مئة احتمال أن الفرق بين المتوسطين ناتج عن الصدفة وفى هذه الحاله لابد من الاعتماد على فرق أكبر او معامل اكبر من ذلك الذى أختبرناه عند مستوى ١,٩٦ درجة معياريه .

الطراز الثانى من الخطأ :

إذا قبلنا هذا الحل بهدف خفض الطراز الأول من الخطأ ، من خمسة احتمالات إلى احتمال واحد من بين مئة احتمال فاننا نكون معرضين للوقوع فى «الطراز الثانى من الخطأ»[٢] والذى يعنى عدم رفض الفرض الصفرى حيث يجب رفضه وعلى هذا فبقدر خفض احتمال الوقوع فى الخطأ من النوع الأول بقدر زيادة احتمال وقوعنا فى الخطأ من النوع الثانى . ويفضل أغلب الباحثون - توخيا لأكبر قدر من الحرص - تجنب الطراز الأول من الخطأ ، ويؤدى حرص الباحث على رفض الفروض التى يضعها عند أدنى احتمالية للخطأ إلى تأكيد حذره الشديد عند

---

(١) Type 1 Error

(٢) Type 2 Error

تقديم ادعاءات عن نتائج ذات دلالة : ولهذا فمن الأفضل باستمرار أن يحدد الباحث مستوى دلالة نتائجه عند مستوى ثقة ٠١,٠ وليس أقل من ذلك ، على الرغم من أن الجداول الإحصائية تقدم مستويات دلالة عند ٠٥,٠ ، ١٠,٠ وهى مستويات لا تقبل عادة فى البحوث التجريبية المضبوطة ذات النتائج القابلة لإعادة الاستخلاص من عينات مختلفة (Noether, 1976, P. 82) .

درجات الحرية :

حتى تكتمل مناقشة المفاهيم الأساسية فى مجال اختبار الفروض ، وقبل تناول الأساليب المختلفة لهذا الاختبار يتعين فهم المقصود بدرجات الحرية[١] . عندما نحدد مستوى دلالة نتيجة استخلصناها من عينة معينة ، فاننا لا نستخدم حجم العينة كله (ن) لتحديد احتمالية هذه النتيجة ، ولكننا نستخدم درجات الحرية لهذه العينة ، ويقصد بدرجات الحرية : حرية الاختلاف أو التباين بين مجموعة معينة من القيم حتى المدى الذى لا يغير من نتيجتها الأصلية أو نتيجتها المحددة، أو بمعنى آخر ، تشير درجات الحرية إلى عدد من القيم فى مجموعة معينة محددة النتيجة يكون لها الحرية فى أن تكون ما تكون دون أن يؤثر تغايرها أو اختلافها فى النتيجة الخاصة بهذه المجموعة ، مثال ذلك إذا افترضنا أن لدينا ١٠ قيم متوسطها = ٧ فان تسعا من هذه القيم (اى تسعة)يمكن أن تكون ماتكون ، ولكن لا حرية للقيمة العاشرة لأن تكون ماتكون إذا ستظل محددة القيمة بشكل حتمى حتى يظل متوسط هذه القيم العشرة (٧) . فاذا كانت تسعة من هذه القيم كالآتى : ٤ ، ٨ ، ١١ ، ٥ ، ١٢ ، ٣ ، ١ ، ٤ ، ٢ فالقيمة العاشرة أو الأخيرة تتحدد قهرا لتكون ٢٠ حتى يظل متوسط المجموعة (٧) وقد تختلف هذه القيم التسع أو تكون شيئا آخرا ، وهناك حرية فى اختلافها وقد تكون كالاتى : ٥ ، ٩ ، ٧ ، -١ ، ٩ ، ١٣ ، ٨ ، ١٩ ، ١٥ وحتى يظل متوسطها هو هو محددا على أنه (٧) فلابد ، وبشكل حتمى ، لا حرية فيه أن تكون القيمة الأخيرة (-١٤) وهى مجبرة أن تكون هكذا ليظل متوسط المجموعة كما هو ، بينما بقية

---

(١) Degrees of Freedom

قيم المجموعة يمكن أن تتغير وتكون ماتكونه . معنى هذا أننا فى هذه العينة المكونة من ١٠ قيم لدينا ٩ درجات حرية ، أى أن هناك حرية لكل درجات المجموعة ماعدا واحدة ، أى أن درجات الحرية هنا تساوى ن - ١ فاذا افترضنا أننا سحبنا عينة حجمها ٧٦ فردا من تلاميذ المدارس واختبرناهم باختبار للذكاء ، فإننا نبدأ فى الخطوة الأولى بحساب متوسط درجاتهم ، ثم نحسب انحراف كل قيمة عن هذا المتوسط ، ثم نحسب الانحراف المعيارى للعينة باستخراج الجذر التربيعى لمتوسط هذه الانحرافات ، وبعد حسابنا لهذا المتوسط نجنب وننقص من عدد القيم قيمة واحدة لنحدد درجات الحرية لهذا المتوسط ولأننا بدأنا بعينة حجمها ٧٦ تلميذا تصبح درجات الحرية لهذا المتوسط ٧٥ أى ن - ١ ، وبالمثل عندما يكون لدينا أزواج من القيم ، كما فى حالة حساب الارتباط بين متغيرين ، فان درجات الحرية تساوى عدد الحالات ناقص واحد .

الفروق بين المتوسطات:

عادة مانضع فروضا تتعلق بخصائص معينة فى المجتمع ، وعادة مانفترض أيضاً أن هذه الفروض صحيحة أو صادقة ، ثم نقوم بجمع البيانات التى نستخدمها لتقرير ما إذا كانت النتائج تتسق مع هذه الفروض ولا تختلف عن المدى المتوقع التى تتراوح فيه أخطاء العينات ام لا ، وإذا لم تكن النتائج التى نخرج بها منحرفة بشكل ملحوظ عما نتوقعه من تباين العينات ، فلن يصبح لدينا مبررا للشك فى صدق الفروض التى افترضنا مسبقا صحتها . أما إذا كانت النتائج منحرفة أو بعيدة بشكل ملحوظ عما يمكن توقعه بناء على هذه الأسس (أى مايمكن توقعه من تباين العينات وليس أكثر) يصبح هناك احتمال قوى أن يكون فرضنا غير صحيح، وعلينا أن نلاحظ هنا أنه من الافضل دائما صياغة فروضنا فى صيغة فروض صفرية نبدأها بتقرير أنه لا يوجد فرق بين العينه والمجتمع ، أو بين عينة وأخرى .

ويوضح المثال التالى هذا المنطق لافتراض الفروض : صمم باحث تجربة استخدم فيها مجموعة من المرضى بهدف أختبار صحة فرض مؤداه أن الدواء (س) لا يؤدى

إلى زيادة فى تذكر قائمة من الكلمات الصماء . ولأختبار صحة هذا الفرض سحب عينة من المرضى وقدم لهم الدواء بجرعات منتظمة قبل قيامهم بمحاولات حفظ القائمة ، وأصبح السؤال المطروح والمطلوب من النتائج الإجابة عليه هو الاتى : هل يختلف متوسط تذكر أفراد عينة أخرى من المجتمع نفسه لم تعالج بنفس الدواء عن متوسط تذكر هذه العينة . فاذا كان المتوسط الملاحظ يختلف بمقدار لا يمكن أن يعزى لاخطاء العينة فيمكننا أن نستنتج أن الدواء له تأثير ونرفض الفرض الصفرى . ويعد هذا مثالا لمقارنة متوسط عينة بمتوسط المجتمع ، غير أنه لا يتاح لنا فى أغلب البحوث معرفة متوسط المجتمع ، ولهذا نلجأ إلى استخدام عينتين أو مجموعتين من الأفراد أحدهما تتلقى الدواء والأخرى لاتتلقاه ، نطلق على الأولى اسم العينة التجريبية [١] وعلى الثانية اسم العينة الضابطة[٢].

ويصبح الإجراء الإحصائى المطلوب فى هذه الحالة عبارة عن مقارنة بين متوسطى العينتين لتقرير إذا ماكان هذين المتوسطين يبدو أنهما لمجموعتين مسحوبتين من مجتمعين لهما نفس المتوسط ، أو بمعنى آخر مسحوبتين من نفس المجتمع ، أو بمعنى ثالث أنهما لا يختلفان بعضهما عن البعض إلا فى حدود مايمكن ارجاعه للصدفه وحدها وان الفرق بين متوسطيهما ليس نتيجة اختلاف جوهرى يعود إلى أنهما من مجموعتين مختلفتين (Mc Call, 1970, P. 176) .

الفرق بين متوسطين غير مترابطين :

يعد حساب دلالة الفرق بين متوسطى عينتين غير مترابطتين ، أو عينتين مستقلتين أحد التطبيقات الأساسية لاختبارات الدلالة الإحصائية ، وتكون العينتين مستقلتين إذا سحبت كل واحدة منهما على حده وبمعزل عن الأخرى ، ولكل منهما مقاييسها المستقلة عن الأخرى ، دون أن يكون فى استطاعتنا تقرير أنهما مسحوبتان من مجتمع واحد ، من ذلك أن يكون لدينا عينتين أحدهما تجريبية والأخرى ضابطة ، وقمنا بتدريب أفراد العينة التجريبية على أسلوب حل

---

(١) Experimental Group

(٢) Control Group

المشكلات ، ونود المقارنة بعد ذلك بين العينتين على اختبار لحل المشكلات ، وفى هذه الحالة نستخدم اختبار «ت» بدلا من استخدام الدرجات المعيارية .

اختبار «ت» :

إختبار «ت» أو «ت الطالب»[1] إختبار إحصائى لدلالة الفرق بين متوسطى عينتين ، نشرة الإحصائى جوست W.S. Gosset فى مقال وقعه بتوقيع «طالب» ولهذا أصبح هذا الأسلوب معروفا باسم «ت الطالب» أو «اختبار ت» وفى هذا الأسلوب الذى نتعامل به مع العينات الصغيرة نفترض أن مجتمعى العينتين متجانسين[2] أو أن لهما نفس التباين ، وعلى هذا فإن افتراض أى فرق بين تباين هاتين العينتين سيكون فى ضوء فرضنا الأول عبارة عن تباين العينتين وحدهما ، وحتى نحصل بالتالى على تقدير لهذا التباين العام أو المشترك لمجتمعى العينتين نقوم بدمج[3] تباينهما وحساب جذره بالمعادلة الآتية رقم (١٤:١) والتى تؤدى إلى تقدير الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين .

$$\text{خ}_\text{م} = \sqrt{\frac{\sum \text{ح}_1^2 + \sum \text{ح}_2^2}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2 - 2}\left(\frac{1}{\text{ن}_1} + \frac{1}{\text{ن}_1}\right)} \qquad (١٤:١)$$

وعندما تكون العينتين متساويتين (أى $\text{ن}_1 = \text{ن}_2$) يمكننا اختصار المعادلة السابقة إلى الصورة الآتية :

$$\text{خ}_\text{م} = \sqrt{\frac{\sum \text{ح}_1^2 + \sum \text{ح}_2^2}{\text{ن}\,(\text{ن} - 1)}} \qquad (١٤:٢)$$

---

(١) Student's t

(٢) Homogeneous

(٣) Pooling the Variance

وتصبح قيمة «ت» عبارة عن الفرق بين متوسطى العينتين مقسوما على الخطأ المعيارى لهذا الفرق وهو ماتوضحه المعادلة الآتية :

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{خ_م} \qquad (٣ : ١٤)$$

ويوضح المثال الرقمى التالى الخطوات الحسابية للعمل . بإفتراض أن لدينا عينتين حجمهما على الترتيب ٧ ، ٦ ، وكانت درجات أفراد للعينتين على اختبار للشطب هى مايوضحه الجدول الآتى رقم (١ : ١٤) والذى يبين العمودين الأول والثانى فيه درجات أفراد المجموعتين ، ويوضح العمودان الثالث والرابع مربع درجة كل فرد فى المجموعتين والمطلوب حساب الفرق بين متوسطى هاتين المجموعتين :

جدول رقم (١ : ١٤) بيانات

مجموعتين من الأفراد على اختبار الشطب

$س_1$	$س_2$	$س_1^2$	$س_2^2$
٢٦	٣٨	٦٧٦	١٤٤٤
٢٤	٢٦	٥٧٦	٦٧٦
١٨	٢٤	٣٢٤	٥٧٦
١٧	٢٤	٢٨٩	٥٧٦
١٨	٣٠	٣٢٤	٩٠٠
٢٠	٢٢	٤٠٠	٤٨٤
١٨		٣٢٤	

علينا أن نقوم بالعمليات الحسابية الاساسية التى يتطلبها التعويض فى معادلة الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين ، ومعادلة ت ، بأن نحسب مجموع قيم كل عينة ومتوسطها ومجموع انحرافاتها ، وتؤدى هذه العمليات إلى النتائج الآتية:

المجموعة الأولى	المجموعة الثانية
$\sum$ س = ١٤١	$\sum$ س = ١٦٤
م = ٢٠,١٤	م = ٢٧,٣٣
$\sum$ س^{٢} = ٢٩١٣	$\sum$ س^{٢} = ٤٦٥٦
$\sum$ ح^{٢} = ٧٣	$\sum$ ح^{٢} = ١٧٣
ن = ٧	ن = ٦

وقد حسبنا هنا $\sum$ ح^{٢} لكل متغير بالمعادلة الآتية :

$$\sum ح^{٢} = \sum س^{٢} - \frac{(\sum س)^{٢}}{ن}$$

وكانت نتيجتها بالنسبة للمجموعه الاولى (س$_{١}$) كالآتى :

$$\sum ح_{١}^{٢} = ٢٩١٣ - \frac{(١٤١)^{٢}}{٧} = ٧٣$$

ونتيجتها بالنسبة للمجموعة الثانية (س$_{٢}$) كالآتى :

$$\sum ح_{٢}^{٢} = ٤٦٥٦ - \frac{(١٦٤)^{٢}}{٦} = ١٧٣$$

(*) لاحظ أن جذر $\frac{ح^{٢}}{ن}$ هو الانحراف المعيارى ويمكن بالطبع حسابه بأكثر من معادلة .

وبالتعويض فى المعادلة رقم (٢ : ١٤) الخاصة بالخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين نحصل على قيمة خ م كالآتى :

$$خ_م = \sqrt{\frac{١٧٣ + ٧٣}{٧ + ٦ - ٢} \left(\frac{١}{٧} + \frac{١}{٦} \right)}$$

$$= \sqrt{\frac{٢٤٦}{١١} \left(\frac{١}{٧} + \frac{١}{٦} \right)}$$

$$= \sqrt{٢٢,٣٦٣٦ \; (,٣٠٩٥٢٤)}$$

$$= \sqrt{٦,٩٢٢١٩}$$

$$= ٢,٦٣$$

نقوم بعد ذلك بحساب قيمة ت بالتعويض فى المعادلة رقم (١٤:٣) كالآتى :

$$ت = \frac{م١ - م٢}{خ_م}$$

$$ت = \frac{٢٠,١٤ - ٢٧,٣٣}{٢,٦٣} = \frac{-٧,١٩}{٢,٦٣}$$

$$= -٢,٧٣$$

وبما أننا نستطيع أن نطرح أى المتوسطين من الآخر لحساب الفرق بينهما لا يصبح لعلامة السلب هنا قيمة فى هذه النتيجة ، وتقرأ قيمة ت على أنها ٢,٧٣ وبالرجوع إلى جداول ت بالملحق (جدول ز) نتبين أن هذه القيمة دالة فيما بعد ٠,٠٥ أى أن هناك فرق جوهرى بين المجموعتين .

الفرق بين متوسطين مترابطين :

عرفنا طريقة حساب الفرق بين متوسطين مستقلين أو غير مترابطين . غير أننا نتعامل أحيانا مع متوسطات مترابطة ، ويؤدى الإرتباط بين المتوسطين فى مجموعتى الدرجات إلى زيادة واضحة فى حجم الخطأ المعيارى للفرق بينهما ، وفى هذه الحالة فإن المعادلة الأساسية التى استخدمناها لحساب الخطأ المعيارى بين متوسطين غير مترابطين ستؤدى إلى خفض متحيز فى قيمة ت ، ونص معادلة حساب الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين هو :

$$(*)\ خ_م = \sqrt{ح_1^2 + ح_2^2} \qquad (١٤ : ٤)$$

ويتطلب الامر فى هذه الحالة إضافة فقرة جديدة لها تضع فى الإعتبار حجم الارتباط القائم بين مجموعتى الدرجات المستخدمة للمقارنة بين المجموعتين لخفض الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين** فى ضوء هذا الحجم من الارتباط لتصبح كالآتى :

$$خ_م = \sqrt{ح_1^2 + ح_2^2 - ٢ر(ح_1)(ح_2)} \qquad (١٤ : ٥)$$

وهو ما يعنى أن المعادلة الأولى رقم (٢ : ١٤) ماهى إلا حالة خاصة من المعادلة الاعم (٥ : ١٤) وهى ناتجة عن الحالة التى تكون فيها نتيجة هذه الإضافة فى المعادلة العامة تساوى صفر (أى نتيجة $٢ر (ح_1) (ح_2) = صفر$) بسبب الإستقلال بين المتوسطين . ومن الواضح أن خطوات حساب معامل ارتباط

(*) لاحظ أن هذه المعادلة ماهى إلا صيغة أخرى للمعادلة (٢ : ١٤) .

(**) وبالتالى زيادة قيمة ت .

بيرسون بين قيم المجموعتين ستكون عملية إضافية وطويلة للتعويض فى هذه المعادلة ، ويمكننا أن نستخدم بدلا منها طريقة مختلفة تؤدى إلى نفس النتيجة ، ونتبين خطوات هذه الطريقة مطبقة على بيانات الجدول رقم (٢ : ١٤) .

جدول رقم (٢ : ١٤)

يبين أزواج القيم فى مجموعتين مترابطتين من الدرجات

س١	س٢	ف	ف٢
١٠	١٢	٢	٤
٦	٩	٣	٩
١٥	١٨	٣	٩
٨	١١	٣	٩
٨	١٠	٢	٤
١٥	١٩	٤	١٦
١٤	١١	-٣	٩
١٣	٨	-٥	٢٥
١٠	١٣	٣	٩
١٢	١٠	-٢	٤
١١١	١٢١	(+٢٠ - ١٠) = ١٠	٩٨

ونفترض فى هذا المثال أن لدينا مجموعتين من الدرجات المترابطة عددها ١٠ أزواج أطلقنا على المجموعة الأولى (س١) والمجموعة الثانية (س٢) ورصدنا هذه البيانات فى عمودين بالجدول ونبدأ بالخطوات الآتية :

١ - نضيف إلى الجدول عمودين الأول ف والثانى ف٢ . فى العمود الأول نحسب الفرق بين قيم العمودين وذلك بأن نطرح كل قيمة من قيم العمود الأول من

مقابلتها فى العمود الثانى (أو العكس) وسنجد أن بعض الفروق موجبة وبعضها سالبا . وفى العمود الثانى نضع مربعات الفروق ونجمعها .

٢- نجمع جبريا فروق العمود الثالث ونرصدها أسفله وعلينا أن نلاحظ ضرورة جمع القيم الموجبه معا ، والسالبة معا ، ثم نطرح السالبة من الموجبة للحصول على المجموع الكلى ، ثم نقسم هذا المجموع على عدد الحالات للحصول على متوسط الفروق وهو فى مثالنا $\frac{١٠}{١٠}$ = ١ . ويلاحظ هنا أن متوسط الفرق يساوى الفرق بين المتوسطين (وحيث متوسط المجموعة الأولى ١١,١ والثانية ١٢,١) .

٣ - نحسب الخطأ المعيارى لمتوسط الفرق فى الخطوة التالية ، ونحسب قيمة ت بالطريقة المعتادة ، وسنحتاج هنا لمجموع مربعات الفرق والذى قمنا بحسابه فى العمود الرابع من الجدول لحساب الخطأ المعيارى . فنحسب أولا مجموع مربعات الانحرافات ف^{٢} بالمعادلة الآتية :

$$\sum ح^{٢} = \sum ف^{٢} - \frac{(\sum ف)^{٢}}{ن}$$

$$= ٩٨ - \frac{(١٠^{٢})}{١٠}$$

$$= ٨٨$$

والانحراف المعيارى للفرق بالمعادلة الاتية :

$$ع_{ف} = \sqrt{\frac{ف^{٢}}{ن}}$$

$$= \sqrt{\frac{٨٨}{١٠}}$$

$$= ٢,٩٦$$

٥- نحسب الخطأ المعيارى لمتوسط الانحرافات بالمعادلة الاتية :

$$خ_م = \frac{ع}{\sqrt{ن - ١}}$$

$$= \frac{٢,٩٦}{\sqrt{٩}}$$

$$= ,٩٨٧$$

٦- نحسب قيمة ت والتى تساوى $\frac{\text{متوسط الفرق}}{\text{الخطأ المعيارى لمتوسط الفرق}}$

$$= \frac{١}{,٩٨٦}$$

$$= ١,٠١$$

وبما أن لدينا ١٠ أزواج من القيم (ن = ١٠ هنا) فإن درجات الحرية = ١٠ - ١ = ٩ .

وبالرجوع لجدول (ت) بالملحق نجد أن قيمة ت عند درجات حرية ٩ لمستوى دلالة ,٠١ تساوى ٣,٢٥ فنستخلص من هذا أن الفرق غير دال حيث قيمة ت المحسوبة اقل من قيمة ت الجدولية (وبالمثل غير دالة عند مستوى ,٠٥ حيث قيمة ت الجدولية عند هذا المستوى = ٢,٢٦٢) .

وعلينا ملاحظة أهمية استخدام المعادلة المناسبة عند حساب ت ، إذا أن استخدام معادلة المتوسطات المترابطة ، إذا كانت المتوسطات غير مترابطة فى الواقع، يؤدى إلى خفض فى تقديرنا للخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين ، ويؤدى هذا الخفض إلى قسمة الفرق بين المتوسطين على قيمة أقل من مما يجب وحصولنا على زيادة مبالغ فيها لقيمة «ت» بما يوحى بوجود فرق بين المتوسطين عندما لا يوجد

هذا الفرق أو عندما يكون أقل من ذلك فى الحقيقة ، وبالمثل فإن من يستخدم معادلة للبيانات غير المترابطة لبيانات مترابطة ، إنما يستخدم فى الحقيقة معادلة أكثر تشدداً وصرامة لبياناته (Downie & Heath, 1974, PP. 177-187) .

ويلاحظ إمكان استخدام طرق أخرى للوصول إلى دلالة الفروق بين متوسطى مجموعتين إذ يستخدم اختيار «ف» أو تحليل التباين لاختبار الفرق بين مجموعتين مستقلين ، وهو يتميز عن اختبار «ت» بميزة إضافية هى قدرتة على اختبار الفرق بين أكثر من مجموعتين ، أى أنه أكثر عمومية وشمولا من اختبار «ت» ورغم ذلك فإن اختبار «ت» أوسع انتشاراً واستخداماً . وكما عرفنا أن اختبار ت عبارة عن تطبيق جيد للدرجات المعيارية وتوزيع ز وعلينا أن نعرف العلاقة بين «ت» و «ف» ، وهذه العلاقة تتمثل فى أن ت^{٢} = ف فى حالة المجموعتين (وبالطبع ستكون ت = $\sqrt{ف}$) .

وعندما نكون فى موقف نستخدم فيه تحليل التباين بين مجموعتين ، فبمجرد حصولنا على قيمة ف ما علينا إلا أن نحسب جذرها التربيعى للحصول على قمية ت بين متوسطى المجموعتين (Young & Veldam, 1977, PP. 246) .

ويلاحظ أيضاً أن جداول نسبة دلالة «ت» تشير إلى تماثل بين حجم دلالة «ت» عند ٠,٠١ ، ٠,٠٥ وحجم دلالة الدرجات المعيارية فى حالة العينات الكبيرة ، أما إذا صغرت العينات إلى أن تصل إلى درجات حرية ٦٠ فإن قيمة ت عند مستوى ٠,٠١ تصبح ٢,٦٦ وعند ٠,٠٥ تصبح ٢ ، وباستمرار صغر العينات يوجد هذا الفرق الملحوظ بين قيم «ت» وقيم «ز» . ولأن «ت» تعرف بنفس الطريقة التى تعرف بها قيمة «ز» أى أنها عبارة عن انحراف مقسوم على الإنحراف المعيارى ، والفرق بين المتوسطين هو الإنحراف والخطأ المعيارى لهذا الفرق هو الإنحراف المعيارى، يترتب على ذلك أنه ليس أسلوب الحساب الذى نقوم به هو الذى يتعين تعديله عندما نستخدم عينات صغيرة ، بل التفسير الذى نفسر به نتائجنا هو الذى يحتاج إلى هذا التعديل ، ويرجع ذلك أساسا لعدم اعتدالية توزيع ت فى حالة العينات الصغيرة (Dowine & Heath, 1974, P. 170) .

اختبار دلالة الفروق بين النسب :

احيانا ما نجد فى بحوثنا النفسية أننا نتعامل مع توزيعات ثنائية على بند معين فى اختبار ما ، حيث تكون الإجابة عليه بنعم أو لا ، ولا يتوافر لدينا فى هذه الحالة حساب متوسطات أو انحرافات معيارية ، ورغم ذلك فإننا نحتاج لحساب دلالة الفرق بين نسب الأفراد الذين أجابوا بنعم مثلا فى عينتين مستقلتين على بند فى اختبار ، أو دلالة الفرق بين نسبة الإجابة بنعم على بندين فى اختبارين مختلفين بين أفراد نفس العينة ، أى أننا هنا أيضا نواجه حالات دلالة فروق بين نسبتين لبيانات غير مترابطة أو مترابطة (Yeomans, 1976 (2), P. 94) .

دلالة الفرق بين نسبتين* غير مترابطين :

إذا افترضنا كمثال لهذه الحالة أن لدينا استجابات مجموعتين مستقلتين من الأفراد : مجموعة من الذكور وأخرى من الإناث على بند فى مقياس للاتجاهات يتناول الاتجاه نحو عمل المرأة وكان حجم عينة الذكور ٩٠ فرداً وكان حجم عينة الإناث ٨٠ وكانت نتيجة الإجابة على هذا البند موافقة من ٣٠ من الذكور على مبدأ عمل المرأة ، وموافقة من ٥٥ من الإناث على هذا المبدأ ، ونود اختبار دلالة الفرق بين نسبتى من وافقوا على هذا البند فى المجموعتين .

تبدأ الخطوة الأولى من معادلة الخطأ المعيارى للنسبة ونصها :

$$ع_{ن} = \sqrt{\frac{ن \times ب}{ن}} \qquad (٦ : ١٢)$$

حيث ن = النسبة

ب = باقى النسبة (أى ١,٠ - ن)

(*) أو نسبتين مئويتين .

غير أن هذه المعادلة محدودة الاستخدام إذ أن توزيع عينة النسب لا يشبه توزيع المجتمع الأصلى فى أغلب الأحوال ، ولأن مجموع النسب لا يزيد أبداً عن ١,٠ فيترتب على ذلك أن زيادة النسبة فى أى من الإتجاهين يؤدى لعدم إمكان توزيع النسبة اعتدالياً ، ولا يقترب شكل التوزيع من الإعتدالية إلا عندما تقترب النسبة وبقيتها من ٥, وكلما كبر حجم العينات كانت النهاية الفجائية لأى من ذيلى المنحنى قليلة الأهمية لأن توزيع العينة يصبح شديد الضيق . غير أننا إذا بدأنا بمعادلة الخطأ المعيارى للنسبة فسنجد أن اختبار الدلالة بين نسبتين غير مترابطتين سيأخذ الصورة الآتية :

$$ز = \frac{ن_١ - ن_٢}{\sqrt{ع ن_١^٢ + ع ن_٢^٢}} \qquad (٦ : ١٤)$$

ويمكن تبسيط مقام المعادلة ليصبح :

$$ع ن = \sqrt{\left(\sqrt{ن_١ \times ب_١}\right)^٢ + \left(\sqrt{ن_٢ \times ب_٢}\right)^٢}$$

$$= \sqrt{\frac{ن_١ ب_١}{ن_١} + \frac{ن_٢ ب_٢}{ن_٢}}$$

ويمكن استخدام هذه المعادلة فى حالة العينات الكبيرة ، وعندما تكون النسب متقاربة (غير متطرفة) وإن كان يجب عدم استخدامها عندما تكون العينات صغيرة والنسب كبيرة أو صغيرة للغاية ، وعند استخدام هذه المعادلة تستخدم النسبتين المستقلتين $ن_١$ ، $ن_٢$ منفصلتين بوصفهما تقديرا للنسبة فى المجتمع ، ومن الأفضل استخدام إحصاء آخر للنسبة كتقدير لمعلمات المجتمع ، ومع ذلك فبدمج النسبة فى العينتين نحصل على تقدير أفضل للنسبة المعلمية والتى تساوى:

$$\text{ن} = \frac{\text{ن}_1\text{ب}_1 + \text{ن}_2\text{ب}_1}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2}$$

$$\text{أو ن} = \frac{\text{ف}_1 + \text{ف}_2}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2}$$

ويشار إلى هذه الصيغة باعتبارها توفر متوسطا موزونا للنسب أو على أنها متوسط للنسب فى المجتمعين .

وبالتعويض فى هذه المعادلة الأخيرة من بيانات مثالنا نحصل على الآتى :

$$\text{ن} = \frac{٣٠ + ٥٥}{٩٠ + ٨٠}$$

$$= \frac{٨٥}{١٧٠}$$

$$= ٠,٥$$

ثم نحسب الخطأ المعيارى للنسبتين (باعتبارهما نسبتى العينتين وليس نسبتى المجتمع) :

$$\text{ع ن} = \sqrt{\frac{\text{ن ب}_1}{\text{ن}_1} + \frac{\text{ن ب}_2}{\text{ن}_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{ن ب}}{\text{ن}_1} + \frac{\text{ن ب}}{\text{ن}_2}}$$

$$= \sqrt{\text{ن ب} \left(\frac{1}{\text{ن}_1} + \frac{1}{\text{ن}_2} \right)}$$

وبالتعويض فى هذه الصيغة الأخيرة نحصل على الخطأ المعيارى للنسبة

$$ع_{ن} = \sqrt{(,٥)(,٥)\left(\frac{١}{٩٠} + \frac{١}{٨٠}\right)}$$

$$= \sqrt{,٢٥ \; (,٠٢٣٦١)}$$

$$= \sqrt{,٠٠٥٩٠٢٥}$$

$$= ,٠٧٦٨$$

وفى الخطوة الأخيرة نحسب نسبة من أجابو بنعم فى كل عينة وهى لدى الذكور $\frac{٣٠}{٩٠}$ = ,٣٣٣ ولدى الإناث $\frac{٥٥}{٨٥}$ = ,٦٨٧ .

ويحسب الفرق أو ت للنسبة طبقا للمعادلة الآتية (٧ : ١٤)

$$ت_{ن} = \frac{ن_١ - ن_٢}{ع_{ن}} \qquad (٧ : ١٤)$$

وبالتعويض نحصل على الآتى :

$$ت_{ن} = \frac{,٦٨٧ - ,٣٣٣}{,٠٧٦٨}$$

$$= \frac{,٣٥٤}{,٠٧٦٨}$$

$$= ٤,٦٠٩$$

وبما أن هذه النسبة تتجاوز ٢,٥٨ أى قيمة ت عند مستوى دلالة ,٠١ فيمكننا أن نرفض الفرض الصفرى . أى نستخلص أنه يوجد فرق جوهرى فيما بعد ,٠١ بين اتجاهى المجموعتين نحو عمل المرأة .

دلالة الفرق بين نسبتين مترابطتين :

قد يكون لدينا موقف مختلف ، يتضمن عينة واحدة فقط نود المقارنة بين إجابة أفرادها على متغيرين ، فتكون النسبتين مترابطتين لحصولنا عليهما من نفس العينة ، فإذا كانت لدينا عينة مكونة من ١٢٠ مفحوصا ولدينا إجابة أفراد هذه العينة على بندين مختلفين فنبدأ بتصنيف وترتيب البيانات فى جدول رباعى كالآتى :

جدول رقم (٣ : ١٤)

إجابة مجموعة من الافراد على بندين مختلفين

		بند رقم (٢)		
		لا	نعم	
بند رقم (١)	نعم	(أ) ٣٣	(ب) ٤٧	٨٠
	لا	(جـ) ٢٥	(د) ١٥	٤٠
		٥٨	٦٢	١٢٠

بحيث نأخذ إجابتى كل فرد من أفراد العينة على حده ونضع تكرارهما على البندين فى الجدول ، وبافتراض أن الفرد الأول أجاب بنعم على البند الأول والثانى فنرصد علامة مائلة فى الخلية (ب) فى الجدول ، وإذا أجاب الفرد الثانى بنعم على البند الأول ولا على للبند الثانى فنرصد العلامة المائلة فى الخلية (أ) وهكذا ثم نلخص هذه العلامات المائلة ونرصدها فى صورة رقمية كما يظهرها الجدول السابق ، وعلينا أن نلاحظ أن الخليتين ب ، جـ يمثلان عدد الأفراد الذين أجابوا فى نفس الإتجاه على البندين ، ففى الخلية ب عدد الذين أجابوا بنعم على البندين وفى الخلية جـ عدد الذين أجابوا بلا على البندين ، أما الخليتين أ ، د فيوضحان عدد الذين أجابوا بطريقة مختلفة على كل بند والإختلاف الأساسى بين النسبة فى حالة

البيانات المترابطة عن حالة البيانات غير المترابطة نجده فى معادلة الخطأ المعيارى فقط حيث تصبح بالصيغة الآتية :

$$\text{ع ند} = \sqrt{(\text{ع}^{2}\,\text{ن}_{1} + \text{ع}^{2}\,\text{ن}_{2}) - ٢\,(\text{ر}_{٢١})\,(\text{ع ند}_{1})\,(\text{ع ند}_{2})} \qquad (١٤ : ٨)$$

ويمكن تجنب حساب الإرتباط بين النسبتين وفقا للمعادلة السابقة والذى يتضمن جهداً إضافيا بأن نقوم باستخدام المعادلة الآتية (McNimar, 1957, P. 101) والتى تعتمد على بيانات الجدول السابق وطريقة إعداده .

$$\text{ذ} = \sqrt{\frac{(\text{أ} - \text{د})^{2}}{\text{أ} + \text{د}}} \qquad (١٤ : ٩)$$

وبالتعويض نحصل على ت ند أو ذ على الوجه الآتى :

$$\text{ذ} = \sqrt{\frac{(٣٣ - ١٥)^{2}}{٣٣ + ١٥}}$$

$$= \sqrt{\frac{(١٨)^{2}}{٤٨}}$$

$$= \sqrt{\frac{(١٨)^{2}}{٤٨}}$$

$$= ٢,٦$$

وبما أن هذه القيمة تزيد عن ٢,٥٨ فيكون الفرق دالا عند مستوى ٠١, أى أننا نرفض الفرض الصفرى .

تمارين على الفصل الرابع عشر

١- فيما يلى درجات مجموعتين من الأفراد على اختبار للطلاقة اللفظية .

س : ١٦ ، ١٤ ، ١٢ ، ١٢ ، ١٠ ، ٨ ، ٦ ، ٤

ص : ١٤ ، ٨ ، ٧ ، ٦ ، ٤ ، ٤ ، ١٢ ، ٥

(أ) اختبر الفرض ف : $م_١ = م_٢$

(ب) اختبر الفرض ف : $ع_١^٢ = ع_٢^٢$

٢- حصلت على القيم الاتية الخاصة بعينتين :

$م_١$ = ١٢,٨ ، $م_٢$ = ١٦,٩ ، $ن_١$ = ١١ ، $ن_٢$ = ٩ ، $\sum ع_١^٢$ = ٦,١

$\sum ع_٢^٢$ = ٥,١ ، وبافتراض الاستقلال بين هاتين العينتين : أحسب قيمة ت ودلالتها .

٣- حصلت مجموعة من الأفراد على الدرجات الاتية على اختبار لدرجة التعصب ضد الملونين ثم بعد عرض فيلم ضد التعصب أعيد القياس وكانت الدرجات قبل وبعد الفيلم كالاتى :

$س_١$: ١٦ ، ١٨ ، ٢٠ ، ٢٤ ، ٢٤ ، ٢٢ ، ٢٠ ، ١٨ ، ١٠ ، ٨ ، ٢٠ ،

$س_٢$: ٢٤ ، ٢٠ ، ٢٤ ، ٢٨ ، ٣٠ ، ٢٠ ، ٢٠ ، ٢٤ ، ٢٢ ، ١٨ ، ٢٤

ضع الفرض المناسب لهذه الدراسة واختبره ووضح كيفية الوصول إلى النتيجة ودلالتها .

٤- حصلت مجموعة من ٣٠ مريضاً على برنامج علاجى للقلق واختبر أفرادها قبل وبعد البرنامج وكانت بياناتهم كالاتى :

قبل العلاج	بعد العلاج
م = ٧٠	م = ٦٧
ع = ٦	ع = ٥,٨
ن = ٣٠	ن = ٣٠

وكان معامل الارتباط قبل وبعد العلاج لبيانتهم ٨٢, ، احسب قيمة ت لهذه البيانات .

٥- أجاب ٣٢ طالبا من مجموعة عددها ٤٠ طالبا ، ١٨ طالبه من مجموعة عددها ٥٠ طالبه بنعم على بند فى اختبار للاتجاهات . اختبر صحة إذا ماكانت إجابات هاتين المجموعتين تختلف جوهرياً أم لا .

٦- من بين طلاب السنة الثانية قسم على النفس ، تبين أن ٣٢ طالبا من مجموع الذكور البالغ عددهم ١٢٨، ٦٠ طالبة من مجموع الاناث البالغ عددهم ١٧٠ يميلون لحل تمارين الاحصاء وليس الاجابة على الاسئلة النظرية هل توجد فروق جنسية بين المجموعتين فى هذا الميل ، اختبر هذا الفرض بالأسلوب المناسب .

٧ - البيانات الآتية عبارة عن إجابات ١٠٠ طالب على بندين فى اختبار .

	البند الأول	البند الثانى
صواب	٧٨	٦٨
خطأ	٢٢	٣٢

(أ) اختبر إذا ماكان هناك فرق جوهرى فى الإجابة على البندين .

الفصل الخامس عشر

إختبـــار كـــا[2]

كثيراً ما نتعامل مع بيانات بعض الظواهر دون معرفة بمتوسطاتها أو انحرافاتها المعيارية أو تبايناتها ، وأحياناً ما نفتقد خصائص هذه التلخيص الاحصائى فى بعض الظواهر حيث لا نعرف عن مفرداتها قيما معينة ، بل كل ما يتوفر لنا هو تكرارات هذه المفردات فى فئات . فإذا ألقينا زهرة النرد مثلا على مائدة مئة مرة فسنحصل على تكرارات مختلفة لكل وجه من وجوهها الستة ، وقد نلخص النتيجة بالصورة المبينة فى الجدول الآتى رقم (١ : ١٥) :

جدول رقم (١ : ١٥)

يبين الفئات والتكرارات لـ ١٠٠ رمية لزهرة النرد

الفئة	التكرار
١	١٥
٢	١٧
٣	٢٠
٤	١١
٥	١٤
٦	٢٣
مج ك	= ١٠٠

وقد يثير لدينا هذا التوزيع التكرارى أكثر من سؤال إحصائى يقوم على فروض معينة ويتطلب اختبارا ، من ذلك مثلا : هل يتفق هذا التوزيع التكرارى مع خصائص التوزيع الاعتدالى ، ونسب التوزيع تحت المنحنى الاعتدالى ؟ هل

هناك انتظام فى هذا التوزيع يتفق مع ما نتوقعه نتيجة تساوى احتمالية ظهور كل وجه من وجوه زهرة النرد ؟ ، وهل عدم الانتظام الملاحظ مجرد نتيجة للصدفة ؟ هل يتفق هذا التوزيع التكرارى مع توزيع حصل عليه زميل أخر يلقى نفس العدد من الرميات لزهرة النرد أو يلقى عددا آخرا ؟ .

تقع الاجابات على كل هذه الأسئلة فى نطاق الأسلوب الإحصائى المستخدم فى اختبار الفروض والذى نطلق عليه اسم « كا^2 »[1] والذى يتعامل مع توزيعات تكرارية للظواهر .

وعلينا أن نلاحظ أننا نقوم فى بعض الأحيان ، وأثناء اجراءنا لمعالجات إحصائية معينة بتلخيص للفئات التكرارية الكثيرة المتوقعة فى فئتين فقط ، كأن نلخص بيانات الطلاب فى امتحان نهاية العام لا فى فئات : ممتاز ، جيد جداً ، جيد، مقبول ، ضعيف ، ضعيف جدا ، بل فى فئتين فقط هما فئة الناجحون وفئة الراسبين ، غير أن التلخيص كثيراً ما يؤدى إلى اهمال بعض التفاصيل الهامة ، إذ أن استخدامنا لفئتى ناجح وراسب فقط يترتب عليه أن كل فئة منهما ستتضمن أفراد متفاوتين تفاوتا كبيرا فى مستوى ادائهم ، ومع ذلك فقد قمنا بوضعهم جميعا فى فئتين فقط . وتزيد كل هذه الاعتبارات من حاجتنا لأسلوب «كا^2» الإحصائى لتحليل هذه البيانات الموزعة فى فئات متعددة بين أفرادها فروقاً مميزة بدلاً من الاكتفاء بتصنيف كل الأفراد فى فئتين فقط .

فاذا افترضنا مثلا أن اخصائياً نفسيا أكلينيكيا لاحظ أنه رغم تحديد حجم وعدد جرعات دوائية معينة يحصل عليها أفراد مجموعة من المرضى الصرعيين تحت العلاج ، إلا أن التقارير اليومية التى تقدمها هيئة التمريض توضح وجود زيادة فى عدد النوبات الصرعية الخطيرة فى بعض أيام الأسبوع ، ولأن زيادة هذه النوبات تتعلق بكفاءة وعدد الجرعات اليومية . فقد طرح سؤال هام هو : هل يمكن بأحداث تعديلات معينة فى عدد الجرعات الدوائية الوصول إلى خفض عدد النوبات الخطيرة، وقد أعيدت صياغة هذا السؤال إحصائيا حتى يمكن اختباره فى ضوء البيانات المتوفرة ليصبح كالآتى :

---

(١) Chi Square أو X^2

هل الفروق فى عدد النوبات بين يوم وآخر على امتداد الأسبوع فروق راجعة للصدفة وحدها أم هى فروق جوهرية وبالتالى تتطلب تعديلا فى نظام الجرعات ؟ .

وبفحص سجلات آخر ١٧٥ نوبة تعرض لها أفراد العينة وتصنيفها على امتداد أيام الأسبوع التى حدثت فيها أمكن الخروج بالجدول الآتى رقم (٢:١٥) .

جدول رقم (٢:١٥)

توزيع النوبات الصرعية على ايام الاسبوع

أيام الأسبوع	عدد النوبات
السبت	٢٠
الأحد	١٥
الأثنين	٢١
الثلاثاء	٢٠
الأربعاء	٢٧
الخميس	٣٥
الجمعة	٣٧
$\sum$ ك	= ١٧٥

سنفترض الآن أننا قمنا بمقارنة التكرارات الحقيقية (الملاحظة بالفعل كما يمثلها الجدول السابق) بالتكرارات النظرية (أى التكرارات المتوقعة) فى ضوء افتراض أنه مالم يتدخل عامل خارجى (قد يكون حجم الجرعة، أو عامل ما لايحدث نتيجة لمجرد الصدفة) فإن النوبات ستتوزع بالتساوى على امتداد أيام الأسبوع ، فاذا تبينا أن هناك اتفاقا معقولا بين التكرارات الملاحظة[١] (الحقيقية) والتكرارات المتوقعة[٢] (النظرية) فسيعنى ذلك أنه لا داعى لأحداث تعديلات معينة فى عدد الجرعات أو حجمها . لأنه يمكن تفسير الفروق فى هذه الحاله بأنها راجعة للصدفة وحدها .

---

(١) Observed

(٢) Expected

أما إذا كان هناك عدم اتفاق واضح بين التكرارات الملاحظة والتكرارات المتوقعة فلابد من تعديلات مناسبة فى عدد وحجم الجرعات لخفض العدد الكلى للنوبات.

ونستطيع وضع تخمين حول نظام حدوث النوبات المتوقعة او النظرية وذلك بأفتراض ان هذه النوبات الصرعية تحدث بأعداد متساويه تقع يوميا أو موزعة على أيام الأسبوع بشكل طبيعى وليس نتيجة لخصائص يوم معين أو أيام معينة من الأسبوع مثل أيام الزيارات فى المستشفى ، أو نهاية الأسبوع او ظروف خاصة تحدث فى يوم معين من ايام الأسبوع ولهذا علينا أن نتوقع أن الـ ١٧٥ نوبه ستتوزع بانتظام (بالتساوى) على أيام الأسبوع السبعة أى أن تكرارات النوبات اليومية المتوقعة هى ١٧٥ ÷ ٧ = ٢٥ نوبة يوميا .

سنلاحظ الآن أن عدد النوبات الملاحظة يتفق إلى حد كبير مع عدد النوبات المتوقعة بالنسبة لأيام السبت والاثنين والثلاثاء والأربعاء ، أما يوم الأحد فأقرب للانخفاض ، ويبدو أن هناك ارتفاع ملحوظ فى أيام الخميس والجمعة ، فهل يمكننا فى ضوء هذه الملاحظة الانطباعية (المباشرة) أن نقرر أن الانحرافات فى التكرارات الملاحظة عن التكرارات المتوقعة ما هى الا تذبذب ناتج عن الصدفة وحدها ؟ . يظهر فى كل هذه البيانات ، أم أن فرضنا الذى اقمنا عليه توقعنا وهو أن النوبات تحدث بشكل متساوى على امتداد أيام الأسبوع فرض خاطئ ؟ . نحن فى حاجة هنا لمحك موضوعى للحسم فى قبولنا أو رفضنا للفرض الذى بدأنا به ، وهذا المحك هو « كا^2 » .

ويتلخص منطق « كا^2 » فى أنه أداة إحصائية تمكننا من قياس مدى التشابه بين توزيعين تكرارين أحداهما ملاحظ (ونرمز له بالرمز حـ) والآخر متوقع (ونرمز له بالرمز ع) وحيث نقوم من خلاله باختبار الفرض الخاص بأن عددا من الاحتمالات مرتبط بعدد مماثل من الفئات ، وحيث تكون الفئات بمثابة التكرارات الملاحظة والاحتمالات هى التكرارات المتوقعة وبقدر ما تكون التكرارات الملاحظة قريبة الصلة بالتكرارات المتوقعة بقدر ما ينتفى الشك فى صحة الفرض الاحتمالى

النظرى أو فرضنا الصفرى الخاص بعدم وجود فرق بين التوزيعات ويصاغ فرض التشابه المراد اختباره فى المعادلة الآتية :

$$كا^{٢} = \frac{(جـ_{١} - ع_{١})^{٢}}{ع_{١}} + ... + \frac{(جـ_{ن} - ع_{ن})^{٢}}{ع_{ن}} \quad (١ : ١٥)$$

حيث حـ = التكرار الملاحظ

ع = التكرار المتوقع

ويعنى هذا أن $كا^{٢}$ تساوى مجموع مربعات الفرق بين التكرارات الملاحظة والتكرارات المتوقعة مقسوما على التكرارات المتوقعة أى (٢ : ١٥) .

$$كا^{٢} = \sum \frac{(حـ - ع)^{٢}}{ع} \quad (٢ : ١٥)$$

ويمكن صياغة نفس العلاقة بالمعادلة الآتية (٣ : ١٥) .

$$كا^{٢} = \sum \frac{حـ^{٢}}{ع} - ن \quad (٣ : ١٥)$$

وتشير القيم المنخفضة أو القريبة من الصفر لـ $كا^{٢}$ إلى قبول الفرض الصفرى كما تشير القيم الكبيرة لـ $كا^{٢}$ لرفض الفرض الصفرى الذى بدأنا به عن عدم وجود فرق بين التوزيعين التكرارين الملاحظ والمتوقع .

وعندما نقوم بحساب $كا^{٢}$ علينا أن نعرف ما هو القدر أو القيمة التى نخرج بها من التعويض فى أى من المعادلات السابقة والتى تبرر لنا رفض الفرض الصفرى

المختبر عند مستوى دلالة معين ، ونحصل على هذه المعلومة من جدول توزيع قيم كا^{2} (جدول ط بالملحق) .

وعلينا أن نلاحظ هنا فارقا هاما فى مفهوم درجات الحرية الذى سبق أن تعرضنا له، حيث تختلف درجات الحرية فى كا^{2} عن ما سبقها من احصاءات تعرضنا لها . فدرجات الحرية هنا (ن - ١) تكون فيها (ن) عبارة عن عدد الفئات وليس عدد التكرارات أو مجموع التكرارات ، مثال ذلك فى مثال عن النوبات الصرعية سنجد أن ن هنا لا تساوى ١٧٥ (أى عدد النوبات أو التكرارات) بل ن = ٧ (أى عدد الفئات أو أيام الأسبوع) وبالتالى فان درجات الحرية فى هذا المثال تصبح ٦ (أى ٧ - ١ = ٦) أى اننا مقيدين هنا بفئة واحدة فقط (وليس بقيمة واحدة) لنحصل على المجموع الكلى لتوزيع كا^{2} . وعلينا أن نلاحظ هنا أيضا أنه فى حالة ما إذا قمنا بمقارنة توزيع ملاحظ بتوزيع متوقع فان د ح (درجات الحرية) ستساوى ن - ١ بالمعنى الذى ذكرناه إما إذا قمنا بالمقارنة بين توزيعين ملاحظين فى ضوء توزيع متوقع لهذين التوزيعين فان د ح ستساوى فى هذه الحالة (ن - ١) (ن - ١) أى درجات الحرية للتوزيع الملاحظ الأول مضروبة فى درجات الحرية للتوزيع الملاحظ الثانى .

نعود الان لمثالنا عن النوبات الصرعيه ، وحيث نستطيع تنظيم بياناتنا لتتضمن كل المعلومات اللازمة والخطوات الضرورية لحل المشكلة وحساب قيمة «كا^{2}» وفقا للجدول الاتى رقم (٣ : ١٥) .

جدول رقم (٣ : ١٥)

البيانات والخطوات اللازمة لحساب كا٢

الأيام	ح	ع	ح - ع	(ح-ع)٢	(ح-ع)٢/ع
الخميس	٣٥	٢٥	١٠	١٠٠	٤,٠
الجمعة	٣٧	٢٥	١٢	١٤٤	٥,٧٦
السبت	٢٠	٢٥	٥-	٢٥	١,٠
الأحد	١٥	٢٥	١٠-	١٠٠	٤,٠
الاثنين	٢١	٢٥	٤-	١٦	٠,٦٤
الثلاثاء	٢٠	٢٥	٥-	٢٥	١,٠
الأربعاء	٢٧	٢٥	٢	٤	٠,١٦
	١٧٥	١٧٥	-	٤١٤	١٦,٥٦

يمثل العمود الأول فى الجدول الفئات (أو الأيام فى مثالنا) ويمثل العمود الثانى التكرارات الملاحظة (ح) فى كل فئة ، ويمثل العمود الثالث التكرارات المتوقعة (ع) لكل فئة فى ضوء افتراضنا أن النوبات الصرعية متساوية خلال ايام الاسبوع ، ويمثل العمود الرابع الفرق بين التكرار الملاحظ والتكرار المتوقع والذى نحصل عليه بطرح التكرار المتوقع من التكرار الملاحظ وبالطبع سيكون هذا الفرق موجباً فى بعض الحالات وسالباً فى حالات أخرى وسيكون المجموع الجبرى لكل الفروق يساوى صفرا ، ولأننا لا نتعامل فى الواقع مع هذا الفرق بين التكرار الملاحظ والتكرار المتوقع بل نتعامل مع مربعه تصبح علامة السلب أو الإيجاب بلا أهمية . ويمثل العمود الخامس مربع الفرق بين التكرار الملاحظ والتكرار المتوقع فى كل فئة ويمثل العمود الأخير ناتج قسمة مربع الفرق بين التكرارين الملاحظ والمتوقع على التكرار المتوقع . ومجموع ناتج هذه الخطوة يساوى كا٢ ونلاحظ من الجدول أن قيمة « كا٢ » بلغت ١٦,٥٦ ويلاحظ فى مثالنا السابق أننا لم نكن فى حاجة فى

حقيقة الأمر لحساب العمود الأخير فى الجدول ، مادامت الإحتمالات المتوقعة متساوية أى كان يمكن بدلا منها قسمة مجموع مربعات الفرق على الإحتمال المتساوى وحيث $\frac{٤١٤}{٢٥}$ = ١٦,٥٦ وهى نفس النتيجة التى خرجنا بها تطبيقا ايضا للمعادلة رقم (٢ : ١٥) .

وبما أن لدينا فى هذا المثال ٧ فئات تصبح درجات الحرية ٧ - ١ وبفحص جدول (ط) بالملحق عند درجات حرية ٦ يتبين أن قيمة كا٢ المحسوبة (أى ١٦,٥٦) تتراوح بين القيمتين ١٤,٤ ، ١٦,٨ اللذان يقعان تحت مستوى دلالة ٠,٢٥ ، ٠,١٠ ومعنى هذا أن كا٢ دالة فيما بعد ٠,٢٥ أى أن هناك فرق دال بين التكرارات الملاحظة والتكرارات المتوقعة يجعلنا نرفض الفرض الصفرى* والذى يتضمن أن تشتت النوبات الصرعية بالصورة الملاحظة على امتداد أيام الأسبوع تشتت متساوى وأن الفرق بين يوم وآخر يرجع للصدفة وحدها . وعلى هذا وفى ضوء جوهرية الفرق كما توضحه نتيجة كا٢ يتطلب الأمر زيادة عدد الجرعات الدوائية فى أيام الأجازات والزيارات والضغوط على المرضى مقابل تخفيضها فى أيام السبت والأحد والإثنين والثلاثاء وهو ما يمكن أن يؤدى إلى خفض حقيقى فى العدد الإجمالى للنوبات .

لا تختلف الصيغة الإحصائية لكا٢ من حالة لأخرى . والإختلافات التى يمكن ملاحظتها بين حالة وأخرى توجد فى طريقة حساب التكرارات المتوقعة ، أو فى الاستخدامات المختلفة لأختبار فروض معينة . وقد لاحظنا فى المثال السابق كيف كان فى استطاعتنا أن نفترض تساوى القيم المتوقعة فى كل الفئات ، غير أن هذا الإفتراض قد يكون بلا أساس فى حالات أخرى ، وكمثال لهذا حالة تم فيها توزيع عينة من ٢٨٣ طالبا فى خمس فئات متدرجة بناء على نتيجة اختبار للذكاء وكان توزيعهم قريبا من الإعتدالية إذا كانت نسب هؤلاء الطلاب من المجموع الكلى

(*) نص الفرض الصفرى المرفوض فى هذه الحالة هو : لايوجد فرق بين التكرارات الملاحظة والتكرارات النظرية للنوبات الصرعية لأفراد هذه العينة من المرضى .

لعددهم فى هذه الفئات كالآتى ١٩,٨ ، ٦٧,٩ ، ١٠٧,٦ ، ٦٧,٩ ، ١٩,٨ ، وفى نهاية العام وبناء على درجات نجاح هؤلاء الطلاب شغلوا الفئات الآتية وتكراراتها : جيد جداً : ٢٥ ، جيد : ٧٧ ، مقبول : ١١٤ ، ضعيف : ٤٨ ، ضعيف جداً : ١٩ . والسؤال المطلوب من كا^{٢} الإجابة عليه هو : هل توزيع هؤلاء الطلاب طبقا لمستويات نجاحهم (جيد ، مقبول ... إلخ) يتفق مع توزيعهم وفقا لذكائهم . وعلى هذا فإن تكراراتهم فى فئات الذكاء هى التى تمثل هنا التكرارات المتوقعة ، وهى كما نرى مختلفة عن التكرارات المتساوية فى مثال النوبات الصرعية. ونحسب خطوات كا^{٢} بنفس الأسلوب وفقا لبيانات الجدول رقم (٤:١٥).

جدول رقم (٤:١٥)

خطوات حساب كا^{٢} لحساب دلالة الفرق بين تكرار ملاحظ وتكرار متوقع

التقديرات	ح	ع	ح - ع	(ح - ع)^{٢}	(ح-ع)^{٢}/ع
جيد جدا	٢٥	١٩,٨	٥,٢	٢٧,٠٤	١,٣٧
جيد	٧٧	٦٧,٩	٩,١	٨٢,٨١	١,٢٢
مقبول	١١٤	١٠٧,٦	٦,٤	٤٠,٩٦	,٣٨
ضعيف	٤٨	٦٧,٩	-١٩,٩	٣٩٦,٠١	٥,٨٣
ضعيف جدا	١٩	١٩,٨	-,٨	,٦٤	,٠٣
	٢٨٣	٢٨٣			٨,٨٣

قمنا هنا بتنظيم الجدول ووضع التكرارات الملاحظة لكل تقدير ثم التكرارات المتوقعة ، ثم حسبنا الفروق فى العمود الثالث ، وربعنا هذه الفروق ، وقسمنا فى العمود الأخير مربع الفرق الخاص بكل فئة على تكرارها المتوقع ثم جمعنا قيم العمود الأخير للحصول على قيمة كا^{٢} التى تساوى ٨,٨٣ وبما أن لدينا ٥ فئات ، إذن د ح (درجات الحرية) = ٤ وبالرجوع إلى جدول (ط) بالملحق نتبين أن ٨,٨٣ غير دالة حتى مستوى ٠,٠٥ , وبالتالى نستطيع قبول الفرض الصفرى وهو

أنه لا يوجد فرق جوهرى بين توزيع هؤلاء الطلاب وفقا لتقديرات لجاحهم وبين توزيعهم وفقا لنتائج اختبار الذكاء .

اختبار التجانس(١) :

يمكن استخدام اختبار « كا^{2} » لحل مشكلات أكثر تعقيداً من المشكلات التى عرضناها حتى الآن . ففى المثال السابق أردنا معرفة إذا ما كانت التكرارات فى فئات ممتاز ، جيد جدا ... الخ تقابل فئات أو مساحات معينة تحت المنحنى الاعتدالى أم لا. وتظهر مشكلات من نوع آخر تدخل فى أطار اختبار التجانس بين تصنيفين ويوضح المثالان التاليان طبيعة هذه المشكلات وكيف يمكن حلها بواسطة كا^{2} .

قام اثنان من المعالجين النفسيين فى أحدى المستشفيات بتطبيق أسلوبين مختلفين من العلاج لحالات المخاوف المرضية . ويقوم كل منهما بعلاج مجموعة مختلفة من المرضى . والمطلوب هنا أن نعرف إذا كان المريض لديه نفس الفرصة للتحسن بحيث يحقق تقدما بنقله إلى الفئة أ أو ب أو جـ ... الخ من فئات التقدم فى العلاج بغض النظر عن أى طريقة من طرق العلاج المستخدمة أم أن تحسنه مرتبط بطريقة دون الأخرى ؟

مثال آخر : قد نهتم عند اجراء نا لأستطلاع للرأى العام بالمقارنة بين الاتجاهات السياسية لكل من الذكور والأناث لنرى هل للأفراد اتجاهات سياسية معينة بغض النظر عن كونهم ذكوراً أو اناثا .

نحن نبحث فى هذين المثالين عن : ما إذا كانت طريقتى العلاج متجانستين فى المثال الأول أو ما إذا كانت مجموعتى الذكور والأناث متجانستين فى المثال الثانى ، بحيث لا تتميز طريقة فى المثال الأول بتوفير ميزة علاجية للأفراد عن الأخرى ، ولا تختلف مجموعة فى المثال الثانى عن الأخرى بحيث يكون لأفرادها ميول سياسية مختلفة لمجرد الاختلاف فى الجنس .

---

(١) Test of Homogenity

إذا افترضنا أننا اخترنا عينتين عشوائيتين من ۲۰۰ من الذكور ، ۱۰۰ من الاناث من بين طلاب الجامعة وسألناهم فى استطلاع عن اتجاهاتهم السياسية وحصلنا على النتائج التى يوضحها الجدول رقم (٥ : ١٥) .

جدول رقم (٥ : ١٥)

التكرارات الملاحظة فى عينتى ذكور واناث للاتجاهات السياسية

الاتجاه السياسى	ذكور	أناث	المجموع
يسار	٦٩	٢١	٩٠
يمين	٥٢	٢٣	٧٥
حياد	٧٩	٥٦	١٣٥
	٢٠٠	١٠٠	٣٠٠

يصبح السؤال الآن ، هل الاتجاهات السياسية للذكور والأناث متشابة . ويقبل هذا الفرض فى ضوء البيانات المتوفرة الاختيار بواسطة « كا^{2}» . ويتبقى بعد ذلك أن نعرف كيف نحدد فى هذه الحالة التكرارات المتوقعة التى تعكس فرض التجانس بين فئتى الذكور والأناث . وبينما يقوم فرض التجانس هذا على أن الذكور والأناث لديهم نفس التفضيلات السياسية . ألا أن هذا الفرض غير مرتبط باحتمالية معينة لهذه التفضيلات السياسية . فى فئاتها الثلاث الموضحة بالجدول (يسار ، يمين ، حياد) غير أننا نلاحظ ان ٩٠ طالبا وطالبه من العينة الاجمالية التى تبلغ ٣٠٠ فردا عبروا عن اتجاهاتهم المفضلة لليسار ، وعلى هذا فيمكننا أن نستخدم هذه المعلومة فى تقدير الاحتمالية الخاصة بالاتجاه لليسارى بحيث تساوى $\frac{٩٠}{٣٠٠}$ = ٠,٣*

(*) لاحظ هنا أننا نحدد هذه الاحتمالات المتوقعة فى ضوء التعامل مع العينة الاجمالية وكأننا نقرر بهذا أنهما عينة واحدة لتتم المقارنة بعد ذلك بين الملاحظ لدى كل منهما على حدة والمتوقع لديهما معا بوصفهما عينة واحدة متجانسة .

وبالمثل فى باقى الفئات حيث احتمالية الاتجاه اليمنى تساوى $\frac{٧٥}{٣٠٠}$ = ٢٥, والاتجاه الحيادى $\frac{١٣٥}{٣٠٠}$ = ٤٥,٠ ونستطيع الان استخدام هذه النسب بوصفها تقديرات للاحتمالية فى الفئات الثلاثة ونحصل على التكرارات المتوقعة لحساب كا^2 بواسطة ضرب هذه القيم الاحتمالية المقدرة فى حجم العينة (التكرارات) ونضعها فى الخلايا المناسبة فى جدول التكرارات المتوقعة . مثال ذلك أن عينة الذكور تتضمن ٢٠٠ طالب ويصبح العدد المتوقع من الذكور أصحاب التفضيلات اليسارية = ٢٠٠ × ٣, = ٦٠, والعدد المتوقع من الذكور أصحاب التفضيلات اليمينة = ٢٠٠ × ٢٥, = ٥٠ وهكذا بالنسبة لبقية الفئات .

ويمكننا صياغة هذه الطريقة فى قاعدة عامة لحساب التكرارات المتوقعة على الوجه الاتى معادلة (٥ : ١٥) :

$$\text{التكرار المتوقع} = \frac{\text{مجموع تكرارات الصف} \times \text{مجموع تكرارات العمود}}{\text{المجموع الكلى للتكرارات الملاحظة}} \qquad (١٥:٥)$$

فإذا اعدنا حساب التكرار المتوقع للذكور فى فئه اليسار وكذلك التكرار المتوقع للذكور اليمينين وايضا الإناث المحايدات كمثال لبقية الخلايا بالقاعدة الجديدة فنتبين أننا نحصل على نفس النتيجة حيث :

$$\text{التكرار المتوقع للذكور اليساريين} = \frac{٩٠ \times ٢٠٠}{٣٠٠} = ٦٠$$

$$\text{وبالمثل يكون التكرار المتوقع للذكور اليمينين} = \frac{٧٥ \times ٢٠٠}{٣٠٠} = ٥٠$$

$$\text{والتكرار المتوقع للإناث المحايدات} = \frac{١٠٠ \times ١٣٥}{٣٠٠} = ٤٥$$

نتقدم الان خطوة جديدة نحو وضع الجدول الخاص بالتكرارات المتوقعة فقط بناء على الخطوات الحسابية السابقة وهو الجدول رقم (١٥:٦) .

جدول رقم (٦ : ١٥)

التكرارات المتوقعة لاتجاهات عينتي الذكور والإناث

	ذكور	أناث	المجموع
يسار	٦٠	٣٠	٩٠
يمين	٥٠	٢٥	٧٥
حياد	٩٠	٤٥	١٢٥
	٢٠٠	١٠٠	٣٠٠

نستطيع الان بما يتوفر لنا من بيانات عن التكرارات الملاحظة (جدول ٥ : ١٥) .

والتكرارات المتوقعة (جدول ٦ : ١٥) أن نصمم جدولا جديدا لحساب كا^{٢} بالطريقة المعتادة .

جدول رقم (٧ : ١٥)

لحساب كا^{٢} لاختبار التجانس بين الميول السياسية للذكور والإناث

الفئات	حـ	ع	حـ - ع	(حـ - ع)^{٢}/ع
ذكور يسار	٦٩	٦٠	٩	١,٣٥
ذكور يمين	٥٢	٥٠	٢	,٠٨
ذكور محايدين	٧٩	٩٠	١١-	١,٣٤
اناث يسار	٢١	٣٠	٩-	٢,٧٠
اناث يمين	٢٣	٢٥	٢-	,١٦
اناث محايدات	٥٦	٤٥	١١	٢,٦٩
	٣٠٠	٣٠٠		٨,٣٢

إذن كا^{٢} = ٨,٣٢

وأحد الأسئلة الهامة التى تواجه الباحث أحيانا تدور حول طبيعة الظروف التجريبية المناسبة التى يكون فيها اختبار « كا^2 » أسلوبا احصائياً مقبولا لأختبار الفروض الخاصة بالتجانس . وهذه الظروف هى التى يكون الباحث فيها مهتما بالمقارنة بين عدد من المواقف التجريبية التى تتعرض لها عينات من الأفراد وحيث يصنف هؤلاء الأفراد فى فئات نتيجة لهذه المواقف التجريبية بناء على أدائهم أو على الفروق بينهم ، ففى المثال السابق عن اتجاهات الطلاب لدينا م من العينات (م = ٢) ولدينا ن$_1$ ، ن$_2$ من الأفراد (ن$_1$ = ٢٠٠ ، ن$_2$ = ١٠٠) ولدينا ف من الفئات (ف = ٣) وهى اليسار واليمين والحياد .

ويعتمد اختبار التجانس على أن المواقف التجريبية المختلفة لا تأثير لها على تصنيف الأفراد فى فئات مختلفة ، بمعنى آخر ، أننا بالرجوع إلى مثالنا عن الاتجاهات السياسية نستطيع أن نترجم فرض التجانس إلى الصيغة الآتية :

إن المواقف التجريبية المختلفة (أى كون الطلاب ذكورا أو إناثا فى مثالنا) لا تأثير لها فى تصنيف الأفراد فى الفئات المختلفة (أى فى وجود اختلاف بين تصنيف كل مجموعة فى فئات يسار ويمين وحياد) .

وعادة ما ترتب التكرارات الملاحظة فى جدول مستطيل نطلق عليه اسم جدول التوافق[1] بعدد أعمدة (م) وعدد صفوف (ف) .

ولأختبار التجانس علينا أن نقوم بحساب التكرارات المتوقعة باستخدام المعادلة السابقة رقم (١٥:٤) ثم نحسب كا^2 بالطريقة المعتادة . وحيث درجات الحرية تساوى (ص - ١) (ع -١) أى حاص ضرب عدد الصفوف - ١ فى عدد الأعمدة - ١.(Noether, 1976, PP. 112 - 114)

(١) Contingency Table

كا^2 للجدول ٢ x ٢ :

كثيراً ما تظهر حاجة أيضا لتحليل نتائج تجربة ، يكون فيها كل متغير من المتغيرين قد صنف إلى فئتين ، مثال ذلك أن نوجه سؤالا لمجموعة من الذكور والإناث (متغير الجنس صنف إلى فئتى ذكور وإناث على سبيل المثال) عن ما إذا كانوا يوافقون على عمل المرأة (متغير الرأى قسم إلى فئتين نعم . لا أو موافقة ورفض) ويمكن معالجة هذا النوع من المشكلات بنفس الأسلوب الذى استخدمنا به كا^2 بوصفه اختبار للتجانس . غير أنه فى الحالات المماثلة والتى يكون لدينا فيها جدول ٢ × ٢ يمكن استخدام المعادلة رقم (١٥:٥) التى تؤدى إلى تبسيط العمليات الحسابية .

ونعرض أولا الجدول الخاص بالتكرارات الملاحظة لهذه الحالة فى صورة رمزية ، وغير رقمية لنتبين رموز المعادلة (١٥:٥) وكيفية التعويض فيها .

جدول رقم (٧ : ١٥)

لبيانات متغيرين لحساب كا^2

	موافقون	غير موافقون	المجموع
ذكور	أ	ب	أ + ب
إناث	جـ	د	جـ + د
المجموع	أ + جـ	ب + د	أ + ب + جـ + د = ن

فى إطار هذه الحالة والحالات المماثلة نستخدم المعادلة (١٥:٥) ونصها :

$$كا^2 = \frac{ن\ (\ أد - ب\ جـ\ )^2}{(أ + ب)\ (جـ + د)\ (أ + جـ)\ (ب + د)} \qquad (١٥ : ٥)$$

فإذا كانت التكرارات الملاحظة لجدول (٧ : ١٥) كالآتى :

جدول رقم (١٥:٨)
التكرارات الملاحظة لجدول (١٥:٧)

	موافقون	غير موافقون	المجموع
ذكور	٤٠	١٠	٥٠
إناث	٢٠	٣٠	٥٠
المجموع	٦٠	٤٠	١٠٠

فبالتعويض فى المعادلة (١٥:٥) نحصل على قيمة $كا^2$ كالآتى :

$$كا^2 = \frac{١٠٠ (١٢٠٠ - ٢٠٠)^2}{٥٠ \times ٥٠ \times ٦٠ \times ٤٠}$$

$$= \frac{١٠٠٠٠٠٠٠٠}{٦٠٠٠٠٠٠} = ١٦,٦$$

غير أن هذه القيمة $لكا^2$ قيمة مبالغ فيها نتيجة لأن درجات الحرية للجدول الرباعى تساوى واحد فقط (حيث د ح = ص -١ × ع - ١) ، لذا يتطلب الأمر تصحيح الطول لمعامل $كا^2$.

تصحيح الطول لـ $كا^2$:

عندما نحسب $كا^2$ لجدول ٢×٢ أى بدرجات حرية واحد فقط، فيجب استخدام معادلة تصحيح الطول ويقوم هذا الإجراء بطرح ٥, من كل فرق مطلق بين التكرارات الملاحظة والتكرارات المتوقعة ، ولإيضاح ذلك نفترض أننا القينا قطعة عملة ١٠٠ مرة على مائدة وكانت التكرارات التى حصلنا عليها ٦٠ تكراراً للصورة ، ٤٠ تكرار للكتابة ، بينما المتوقع أن نحصل على ٥٠ تكرارا للصورة و٥٠ تكرارا للكتابة . وإذا أردنا حساب $كا^2$ لهذه الحالة بدرجة حرية واحدة للجدول ٢×٢ فتصبح المعادلة كالآتى (١٥: ٦) :

$$كا^2 = \sum \frac{[(ح - ع) - ٠,٥]^2}{ع} \qquad (١٥ : ٦)$$

وبالتعويض فى هذه المعادلة من مثالنا باستخدام التكرارات المتوقعة لخلايا الجدول بعد حسابها بالطريقة المعتادة ، ثم طرح ٥. من الفرق بين التكرار المتوقع والتكرار الملاحظ قبل تربيع هذا الفرق نحصل على النتيجة الآتية من خلال الخطوات التى يوضحها الجدول رقم (٨ : ١٥) .

جدول رقم (٨ : ١٥)

لحساب كا^{٢} للجدول الرباعى مع تصحيح الطول

الفئات	ج	ع	ج-ع	‌‌|ج-ع|-٥.	(‌|ج-ع|-٥.)^{٢}	...‌/ع
ذكور موافقون	٤٠	٣٠	١٠	٩,٥	٩٠,٢٥	٣,٠٠٨
ذكور غير موافقون	١٠	٢٠	١٠	٩,٥	٩٠,٢٥	٤,٥١٢
إناث موافقات	٢٠	٣٠	١٠	٩,٥	٩٠,٢٥	٣,٠٠٨
إناث غير موافقات	٣٠	٢٠	١٠	٩,٥	٩٠,٢٥	٤,٥١٢
كا^{٢} = ١٥,٤						

ويمكننا استخدام صورة معدلة من المعادلة رقم (١٥:٥) تتضمن تصحيح الطول مباشرة ودون حاجة لإعادة تصحيحه بمعادلة مستقلة وهى كالآتى :

$$كا^{٢} = \frac{ن\left[\,|\,أد - ب ج\,|\, - \frac{ن}{٢}\right]^{٢}}{(أ+ب)\ (ج+د)\ (أ+ج)\ (ب+د)} \qquad (١٥ : ٧)$$

وبالتعويض فى هذه المعادلة لبيانات المثال نفسه (جدول رقم ٨ : ١٥) نحصل على قيمة كا^{٢} المصححة كالاتى :

$$كا^{٢} = \frac{١٠٠\left[\,|\,١٢٠٠ - ٢٠٠\,|\, - ٥٠\right]^{٢}}{٥٠ \times ٥٠ \times ٦٠ \times ٤٠} = \frac{١٠٠ \times (٩٥٠)^{٢}}{٦٠٠٠٠٠}$$

$$= \frac{٩٠٢٥٠٠}{٦٠٠٠٠٠} = ١٥,٠٤$$ وهى نفس النتيجة السابقة

اختبار الاستقلال (١):

لاحظنا فى الفقرات السابقة أننا نستخدم اختبار كا^2 بوصفه اختبار للتجانس بين توزيعى عينتين مختلفتين على عدد من الفئات ، مثل توزيعى الذكور والاناث على الاتجاهات السياسية ، وبالإضافة إلى هذا الاستخدام يمكننا أن نلجأ إلى اختبار كا^2 وفق فروض نظرية أخرى وتصميمات تجريبية مختلفة ليكون اختبارا للاستقلال بدلا من أن يكون اختباراً للتجانس ، ورغم أن الخطوات الحسابية لا تختلف فى أى من الحالتين إلا ان طبيعة استخدام كا^2 هى التى تختلف . وفى حالة أختبار الاستقلال فاننا نتعامل مع عينة واحدة بدلا من عينتين ، غير أن هذه العينة الواحدة لها توزيعين مختلفين على ظاهرتين ونرغب فى اختبار إذا ما كانت الظاهرتين مستقلتين أم لا ، مثال ذلك اختبار استقلال توزيع عينة من الطلاب على فئات التدخين : مدخن وغير مدخن وتوزيع نفس الطلاب على متغير التوتر: متوترين وغير متوترين ، بهدف اختبار إذا ماكان التدخين مستقلا عن التوتر لدى نفس العينة أم لا .(Noether, 1976, P.18)

ولا تختلف الخطوات الحسابية فى الحالتين ، والاختلاف يكون فقط فى الفروض النظرية التى نبدأ بها .

بعض شروط استخدام كا^2 :

توجد بعض الشروط التى يتعين الالتزام بها عند استخدام اختبار كا^2 ، وتترتب هذه الشروط على التحفظات التى تُراعى نتيجة لأن استخدام التوزيع المتصل لكا^2 بوصفه تقريباً للتوزيع غير المتصل للوقائع التجريبية يعد إجراءا غير مناسب تحت ظروف معينة ، وأهم هذه الشروط هى الآتى :

١ - يجب استخدام توزيعات تكرارية لحساب كا^2 (أى تكرارات أفراد أو ظواهر وليس درجات على مقاييس) .

---

(١) Test of Independance

٢ - يجب ألا تقل التكرارات المتوقعة فى أى خلية من خلايا الجدول عن خمس تكرارات .

٣ - يجب أن يساوى مجموع التكرارات الملاحظة مجموع التكرارات المتوقعة.

٤ - عندما تكون درجات الحرية واحد فقط (أى جدول ٢ × ٢) فيجب استخدام معادلة تصحيح الطول .

٥ - يجب أن تكون التكرارات فى كل خلية مستقلة تماما عن التكرارات فى بقية الخلايا ، فلا يكون للشخص الواحد أو المفردة الواحدة تكرار فى أكثر من خلية من خلايا الجدول (Young & Veldman, 1977, P. 390) .

تمارين على الفصل الخامس عشر

١ - سئلت عينتين تتكون كل منهما من ٥٠ فردا ، الأولى من الانبساطيين والثانية من الانطوائيين عن ما إذا كانوا يوافقون على عقوبة الجلد وصنف إجابتهم فى الجدول الاتى :

	يوافقوان على الجلد	لايوافقون على الجلد
انبساطيون	٣٩	١١
انطوائيـون	٢٢	٢٨

استخدم الأسلوب المناسب لأختبار الفرض الذى يمكن وضعه لهذه البيانات .

٢ - فى دراسة لتحديد علاقة العمر بالموافقة أو عدم الموافقة على التجارب الذرية أمكن الحصول على التوزيع الاتى :

السن	الموافقة	عدم الموافقة	لم يحددوا رأيهم
٢٠ - ٢٩	١١٧	٦٧	١٦
٣٠ - ٤٩	٧٤	١٠٩	١٧
أكبر من ٤٩	٦٤	١١٨	١٨

ضع فرضا مناسبا لهذه الدراسة واختبره وحدد درجة الثقة فى النتيجة .

٣ - الجدول الآتى يوضح بيانات عدد الأطفال الذين يعانون من مخاوف مرضية فى إحدى المدارس فى مسح لتلاميذ المدرسة تم قبل وبعد تعيين اخصائى نفسى بالمدرسة . اختبر إذا ماكان لتعيين إخصائى نفسى دور فى اختلاف أعداد الأطفال فى الفئتين أم لا .

الفئـة	قبل تعيين الاخصائى	بعد تعيينه
ليس لديهم مخاوف لديهم مخاوف	١٤٣ ٨٨	٦٢ ٥٧

٤ - قام ثلاثة من المعلمين بتدريس منهج دراسى واحد فى ثلاثة فصول مختلفة كل مدرس فى فصل واحد وحيث كان الطلاب يحصلون على تقديرات فى نهاية العام أما أ أو ب ، أو جـ أو د أو هـ وفيما يلى توزيع تكرارات تلاميذ كل فصل فى هذه الفئات الخمسة .

	أ	ب	جـ	د	هـ
فصل (١)	٢٥	٢٥	٦٦	٤٥	٢٠
فصل (٢)	١٣	٣٠	٥٣	٣٦	١٦
فصل (٣)	١٨	٣٠	٤٣	٣٢	٩

ضع فرضاً مناسباً واختبره وحدد مستوى دلالة النتيجة .

٥ - قام باحث بتجربة أعطى فيها لكل طفل حق اختيار نوع واحد من الطعام من بين أربعة أنواع ، أحسب كا^2 لبيانات هذه التجربة المبينة فى الآتى :

أ	ب	جـ	د
١٠	٢	٨	١٢

٦ - كتدريب احصائى طلب استاذ من تلامذته أن يلقى كل منهم على المائدة قطعتى عملة ثم قام بعد عدد الصور التى حصل عليها كل تلميذ وحيث لم يحصل ١٠ من التلاميذ على صورة وحصل ٣٠ منهم على صورة لكل واحد وكتابة لكل واحد وحصل ٨ منهم على صورتين لكل واحد . هل يختلف توزيع الصور التى حصلوا عليها عن التوزيع الذى كان الأستاذ يتوقعه .

الفصل السادس عشر

تحليل التباين

تحليل التباين[1] ليس مجرد أسلوب احصائى ، بل هو منحى وطريقة متميزة فى التفكير ، وهناك وجهة نظر واحدة على الأقل ترى أن كل من تحليل التباين والتحليل العاملى يمثلان الذروة التى بلغتها الأساليب الإحصائية الحديثة ، وكلا الأسلوبين من الأساليب العامة ، ولكل منهما أهداف تحلل فى ضوئها المادة العلمية بطريقة كان من الصعب إدراكها فى بداية هذا القرن . ويتآدى كلا الأسلوبين إلى نتائجهما بالطريقة نفسها ، على الرغم من أن النتيجة والمحصلة النهائية مختلفة ، وفى كل منهما يتم تحليل التباين الكلى لأى موقف إحصائى إلى مكونات مصادر التباين المختلفة . (Kerlinger 1964, P. 187)

وتظهر الحاجة لتحليل التباين كنتيجة مباشرة لضرورة اختبار الفروض القائمة على شغفنا العلمى بالتعميمات التى نقوم بها عن مجتمعات معينة من الأفراد . من ذلك أن نفترض أن الرجال أطول قامة من النساء فى المتوسط ، أو أن الأناث أكثر طلاقة من الذكور ، أو أن الريفيين أكثر تدخينا من الحضريين وتصاغ هذه الفروض فى صيغة فروض صفرية ثم نقوم بالمقارنة بين مجموعات متعددة فى هذه الظاهرة أو تلك لأختبار فرضنا . وهذه هى المهمة التى يقوم بها تحليل التباين . وقد تطور تحليل التباين بوصفه أسلوب مفيد للتحليل الاحصائى للنتائج التجريبية على وجه الخصوص ، وهو مفيد أيضا فى التصميمات التجريبية التى تتضمن عينات صغيرة بنفس القدر الذى يكون مفيداً به فى التصميمات التى تقوم على استخدام عينات كبيرة .(Peatman,1963, P.321)

غير أن هناك تساؤل - ملح دون شك - عن مزايا أستخدام تحليل التباين فى الوقت الذى يتوفر فيه أسلوب بسيط وسهل يؤدى - تقريبا - لنفس النتيجة وهو أختبار فروضنا من خلال المقارنة بين المتوسطات والتباينات وهو أختبار « ت » .

(١) Analysis of Variance

مزايا تحليل التباين :

إذا كانت لدينا ثلاث مجموعات س ، ص ، ع فيمكننا بالطبع عقد مقارنات ثنائية بين س ، ص ثم بين س ، ع وأخيرا بين ص ، ع . غير أن عدد المقارنات الثنائية سيتزايد بالطبع بزيادة عدد المجموعات ، وحيث يتحدد هذا العدد وفقا للمعادلة $\frac{ن \times ن - ١}{٢}$ وحيث ن تساوى عدد المجموعات أو العينات ، فإذا كانت لدينا دراسة تتضمن عشرة مجموعات فإن عدد المقارنات سيصل إلى ٤٥ مقارنة ، وليست هذه هى الصعوبة الوحيدة فقط ، رغم ما تتضمنه من كمية عمل ضخمة وجهد شاق ، بل هناك أسباب أخرى تبين أن أستخدام « ت » بين مجموعات ثنائية ليس فقط غير مرغوب فيه بل غير مناسب أيضا ، حيث تصبح صحة الصياغات الاحتمالية التى نقوم بها بعد أختبار فرض ما باختبار «ت» هى جوهر المشكلة ، إذ عندما نقارن بين متوسطى عينتين ، ونقبل مستوى دلالة ٠٥, ، فإن المقارنات العديدة بين مجموعات كثيرة تجعلنا نتوقع الحصول على ٥٪ من هذه الفروق بين المتوسطات يصل إلى مستوى الدلالة المطلوب للفرض الصفرى أو يزيد عنه دون أن يكون دالا بالفعل ، بمعنى أنه إذا كان لدينا ١٠٠ زوج من المتوسطات نختبر الفروق بينها ، وكان المفروض أن كل مجموعة من المجموعات المشتركة فى المقارنة مسحوبة من المجتمع نفسه ، فلابد أن نتوقع أن ٥٪ منها سيظهر بينها فروق جوهرية نتيجة للصدفة أو نتيجة لاخطاء العينة وحدها ، طالما قبلنا ٠٥, نسبة صدفة فى نتائجنا التى سنخرج بها .

وبالاضافة إلى هذا فإن مستوى الدلالة لأختبار الفرض الصفرى ، وليكن ٠٥, مثلا يعنى أنه يتضمن أن قيمة ت الملاحظة أو المسحوبة والتى تتجاوز مستوى الدلالة ستظهر فى أقل من خمس حالات فى كل ١٠٠ حالة مستقلة من عينات ازواج المتوسطات المسحوبة من مجتمع له نفس المتوسط ، وإذا ما استخدمت قيم مختلفة لاختبار « ت » لمقارنة الفروق بين كل ازواج مجموعة من المتوسطات ، فلن تكون كل الأزواج مستقلة على التبادل لأن كل عينة فى مجموعة المتوسطات عضو فى مجموعة الأزواج -١ هذه ، وبالتالى فإن مستوى الدلالة المناسب لأختبار ازواج

مستقلة من المتوسطات ليس مناسبا عندما تكون الازواج غير مستقلة ، بالاضافة إلى ذلك ، فكلما تزايد عدد ازواج المتوسطات المطلوب اختبارها، كلما كان علينا أن نتوقع أن بعضها سيكون دالا نتيجة للصدفة وحدها كما ذكرنا ، أما إذا كانت لدينا نظرية سابقة أو مؤشر معين يمكن أن يدلنا على أى زوج من المتوسطات يتعين أن يكون الفرق فيه دالا أو غير دال فإن المشكلة تنتهى أو تصبح أقل خطورة من ذى قبل ، ألا أننا للاسف لاتملك غالبا القدرة على مثل هذا التنبؤ ولا تتوفر لنا مثل هذه النظرية أو هذا المؤشر . نخرج من هذه المناقشة بدلالة هامة هى أن تحليل التباين يتميز عن أختبار «ت» بأنه يوفر ميزة الاقلال من مخاطر الوقوع فى النوع الأول من الخطأ ، أى خطأ رفض الفرض الصفرى عندما يكون هذا الفرض صحيحا فى حقيقة الأمر (Peatmen, 1964, P. 327) .

نقد آخر يوجه لاستخدام سلسلة من اختبارات « ت » بين المجموعات المختلفة، هو أنه كثيراً ما يكون الباحث فى حاجة لأن يسأل سؤالا أعم من مجرد ما إذا كانت هناك فروق بين أزواج المتوسطات ، من ذلك إذا ما كانت الفروق عموما بين المجموعات يمكن أن تكون دالة لمتغير معين يلعب دوراً ما فى كل مجموعة ، وأن هذه الفروق الملاحظة ليست ناتجة عن الصدفة ؟ . معنى هذا أن السؤال البحثى فى حالة تحليل التباين غالبا ما يتطلب إجابة أوسع لاتتوفر فى المعلومات التى نحصل عليها من خلال سلسلة من المقارنات المنفصلة بين أزواج من المتوسطات .
(McCall, 1970, PP. 251-256)

يضاف إلى ذلك عجز آخر فى أختبار « ت » بالمقارنة بتحليل التباين ، وهو أنه يتجاهل حقيقة أن العينات الفرعية قائمة فى أطار عينة كبرى ، وأن عناصر هذه المجموعات الفرعية ربما تتفاعل فيما بينها وهو الأمر الأغلب ، ويتعين بالتالى أن نضع هذا التفاعل فى الأعتبار عند تحليلنا للبيانات ، وتحليل التباين هنا هو الأسلوب الذى لا يتجاهل هذا التفاعل ، وحيث يتم فيه التعامل مع بيانات كل المجموعات مرة واحدة ، وتخضع جميعها لفرض صفرى عام عن عدم وجود فرق بين متوسطاتها . (Downie & Heath, 1974, P. 206).

متطلبات اساسية لتحليل التباين :

حتى يمكننا أستخدام تحليل التباين وفق أصول منهجية سليمة يتعين الالتزام بعدد من المتطلبات الأساسية فيه وأهمها الآتى :

١ - **عشوائية سحب المجموعات من مجتمع اعتدالى** : حيث يجب أن نختار أفراد المجموعات المختلفة على أسس عشوائية من مجتمع يفترض أنه اعتدالى التوزيع ، غير أن التحقق العملى من مدى استيفاء هذا الشرط يبدو من الأمور الصعبة ، وبالأخص فى حالة العينات الصغيرة ، وما لم تكن هناك دلائل واضحة على أن التوزيع الأصلى غير اعتدالى أو أن العشوائية غير ملتزمة فى العينة ، فعلينا أن نقبل افتراض أن هذا الشرط متحقق بصورة مناسبة .

٢ - **تجانس تباين العينات** : يجب أيضا أن يكون تباين المجموعات متجانسا (أى $ف_{صفر}$: $ع_{١}^{٢} = ع_{٢}^{٢} = \dots = ع_{ك}^{٢}$) ومن المفترض أساسا فى منطق تحليل التباين أن يكون للقياسات التى نقوم بتحليلها نفس التباين ، بمعنى أنه من المفروض أن يكون تباين المجموعات الناتج عن موقف تجريبى معين عبارة عن تباين عشوائى من تباين المجتمع العام ، وهذا الفرض صريح فى منطق ادماجنا لتباين «بين المجموعات »[١] ، لعدد من العينات فى تحليل التباين بوصفه تقدير لتباين الخطأ للفرض الصفرى الخاص بمتوسط مجتمع ما .

٣ - **استقلال تباين المجموعات** : استقلال تباين المجموعات من الشروط الجوهرية فى تحليل التباين ، وتتضح أهمية هذا الشرط فى الفرض الأساسى لهذا الأستقلال وفى أن عدم الالتزام به ، أى أستخدام مجموعات غير مستقلة التباين ، يترتب عليه عدم مطابقة النسبة بين تباين « بين المجموعات » إلى تباين «داخل المجموعات»[٢] ، لتوزيع « ف » وبالتالى تصبح دلالة النتائج مشكوك فيها .

معنى هذا أن نسبة التباين لتوزيع « ف » تحتاج لتقديرين مستقلين لتباين المجتمع ، وسنجد عند معالجتنا للخطوات الحسابية لتحليل التباين أن هذا التقدير

---

(١) Between Groups

(٢) Within Groups

المستقل يمكن الحصول عليه من التباينات أو الفروق بين المجموعات ، وتظهر دراسة العلاقات الخاصة بالتباينات التى تتضمنها المعادلات التى سنعرض لها بعد قليل ضرورة أن تكون التباينات مستقلة بعضها عن البعض تماما ، ويقصد بالاستقلال هنا أن لاتكون قيمة أحد مكونات التباين فى مجموعة مستنبطة من قيمة التباين فى مجموعة أخرى والعكس بالعكس .

ومع ذلك فإن قوة تحليل التباين بوصفه أسلوب احصائى جيد تتمثل فى أن نتائجه ستكون صحيحة حتى إذا لم يُلتزم بفرض التجانس بدقة ، وأن كان من المفيد للغاية فى تحليل التباين ، حسابيا وتحليليا معا - أن تكون كل العينات الفرعية بالحجم نفسه ، وفى بعض التصميمات التجريبية العاملية يصبح هذا الشرط جوهريا (Peatman, 1964, P. 324; Downie & Heath, 1974, P. 207) .

منطق تحليل التباين البسيط:

سنضع أمام أبصارنا الآن الهدف الاساسى من تحليل التباين ، لنتعرف بعد ذلك على المنطق العام الذى يتحقق من خلاله هذا الهدف . ويتمثل هذا الهدف فى أننا نريد تحديد احتمالية أن متوسطات مجموعات مختلفة من الأفراد (أو الدرجات) تنحرف بعضها عن البعض نتيجة لأخطاء العينة فقط وليس نتيجة لتأثير عامل تجريبى معين . والمنطق الذى يتضمنه تحليل التباين لتحقيق هذا الهدف يقوم على تجزئة التباين الخاص بالعينة الكلية التى تضم هذه المجموعات والبحث عن النسبة بين تباينين رئيسيين نحصل عليهما من هذه التجزئة . وبالطبع يفترض تطابق هذين التباينين إذا لم يكن هناك تأثير نوعى لعامل تجريبى بين المجموعات . وبمعنى آخر لا يتوقع منطق تحليل التباين وجود فروق بين هذين النوعين من التباين طالما أن هذه المجموعات مسحوبة من مجتمع واحد ، اللهم إلا الفروق الناتجة عن أخطاء العينة .

وعادة ما تتم تجزئة تباين العينة الكلية بنفس الطريقة تقريبا التى عرفناها فى حالة الارتباط والانحدار حيث يقسم تباين « ص » الكلى إلى نسبتين تعزى الأولى إلى س ولا علاقة للنسبة الأخرى بـ س . وفى حالة تحليل التباين يجزء التباين الكلى للدرجات إلى نسبة تعكس الفروق بين متوسطات المجموعات ونسبة لم تتأثر

بهذه الفروق فى المتوسطات . وتتم تجزئة التباين بالطريقة نفسها تقريبا التى نحسب بها تقديرين لتباين الدرجات فى المجتمع ، فاحد هذه التقديرات يقوم على انحرافات متوسطات المجموعات عن المتوسط العام لكل المجموعات (المتوسط العام لكل الدرجات فى كل المجموعات معاً) . وبالطبع فإن حجم هذا المتوسط العام سيتأثر بكل من : تغاير درجات الأفراد (طالما أن درجاتهم متضمنة فى كل من المتوسط العام ومتوسط المجموعة) وبأية فروق بين متوسطات المجموعات . ولأن هذا التقدير الأخير للتباين يعتمد على انحراف متوسطات المجموعات عن المتوسط العام أو الكلى فسنطلق عليه اسم التباين « بين المجموعات » (ب ج) للمجتمع . وبالمثل يمكننا أن نضع تقديراً لتباين الدرجات فى المجتمع وهو تباين ناتج عن انحراف الدرجات فى كل مجموعة عن متوسطها ، ويمكن أن نفترض أن مثل هذا التقدير لم يتأثر بالفروق بين متوسطات المجموعات ، ولكن بالتغاير العشوائى للأفراد داخل المجموعة ما دام هذا التباين يتحدد بحساب انحرافات الدرجات داخل كل مجموعة بالنسبة لمتوسطها، ويعرف هذا التباين باسم التباين « داخل المجموعات » (د ج) .

ويختلف هذان المصدران للتباين فقط نتيجة لحقيقة أن التباين « بين المجموعات» حساس للفروق بين متوسطات المجموعات على عكس التباين «داخل المجموعات» . وكلما ازداد الإختلاف بين متوسطات هذه المجموعات كلما أصبح التباين بين المجموعات أكبر ، ومع ذلك فإن الفرض الصفرى الذى نقوم باختباره وفق هذا المنطق هو أن متوسطات كل المجموعات فى هذا المجتمع المعين متساوية أى $ف_{صفر} = م_{١} = م_{٢} = م_{٣} = \ldots = م_{ك}$) وبما أن الفرض الصفرى مصاغ أساساً باعتباره صحيح كجزء من عملية اختبار صدقة إلى أن يثبت العكس ، فيتعين أن لا يتضمن التباين « بين المجموعات » إضافة لمقداره أو حجمه راجعة للفروق بين المتوسطات فى المجتمع ، إذ من المفروض أساسا أن المتوسطات متساوية جميعها تحت شروط الفرض الصفرى ، وبالتالى فوفقا لهذا الفرض يتأثر التباين « بين المجموعات » بالتباين العشوائى فى الدرجات فقط . بناء على هذا إذن ، وفى ضوء الفرض الصفرى ، فإن تحليل التباين يقدم تقديرين لتباين المجتمع ، ويفترض هنا أن كلا التقديرين سيتطابقان باستثناء تباين الخطأ فيهما .

وينطبق تحليل التباين أو توزيع « ف » كما يطلق عليه اصطلاحا على النسبة بين توزيع تباين عينتين مستقلتين بدرجات حرية مساوية لدرجات الحرية فى البسط والمقام لهذه النسبة على الترتيب وحيث تصاغ قيمة « ف » فى الآتى :

$$ف^{*} = \frac{\text{مجموع المربعات « بين المجموعات »}}{\text{مجموع المربعات « داخل المجموعات »}} \qquad (١٦ : ١)$$

وبعد حساب نسبة « ف » نستخدم مئينيات توزيع ف الذى يوضحه جدول ف (جدول ل بالملحق) لتقرير احتمالية الحصول على نسبة بهذه الحجم ناتجه عن خطأ العينة. وإذا كانت النسبة كبيرة الحجم بدرجة تجعل الإحتمال ضئيلا أن يكون التباين «بين المجموعات» والتباين «داخل المجموعات» يقدران نفس المجتمع ، فعلينا أن نفترض أن التأثير الإضافى للفروق بين متوسط المجموعات أدى لتضخيم قيمة التباين « بين المجموعات » مؤدياً لزيادة نسبة ف عن المعتاد وهو ما يؤدى لرفض الفرض الصفرى .

(McCall, 1970, PP. 216 - 17, Matheson, 1974 PP. 161-62)

تحليل التباين البسيط[١] :

يوضع المثال التالى الخطوات الحسابية المختلفة والمفاهيم التى سبق أن تعرضنا لها للحصول على نسبة « ف » ونفترض فيه أن أحد الباحثين مهتم باختبار الكفاءة النسبية لثلاث طرق للتدريب الإكلينيكى هى أ ، ب ، جـ واختار لتجربته عينة من ٢١ تلميذا قام بسحبهم عشوائيا من بين طلاب السنة الثانية بقسم علم النفس ثم وزع هؤلاء الأفراد على العينات أو المجموعات الثلاث بطريقة عشوائية ثم طبق كل طريقة من الطرق الثلاث عشوائيا على مجموعة واحدة من المجموعات ، وبعد

(*) لاحظ أن مجموع المربعات يقصد به فى الواقع متوسط مجموع المربعات أى بقسمتها على درجات الحرية الخاصة بها .

(١) Simple Analysis of Variance (One Way)

انتهاء المرحلة التجريبية للتدريب قام باستخدام اختبار واحد لقياس ما تعلمه أفراد كل مجموعة من مجموعاته ويمثل الجدول الآتى رقم (١ : ١٦) نتائجه محسوباً لكل مجموعة فيها مجموع القيم والمتوسط ومربع القيم ، ومجموع مربعات القيم .

جدول رقم (١:١٦)

نتائج تجربة تدريب اكلينيكى على ثلاثة مجموعات عشوائية

المجموعات			المجموعات		
أ	ب	جـ	$أ^2$	$ب^2$	$جـ^2$
١٢	١٨	٦	١٤٤	٣٢٤	٣٦
١٨	١٧	٤	٣٢٤	٢٨٩	١٦
١٦	١٦	١٤	٢٥٦	٢٥٦	١٩٦
٨	١٨	٤	٦٤	٣٢٤	١٦
٦	١٢	٦	٣٦	١٤٤	٣٦
١٢	١٧	١٢	١٤٤	٢٨٩	١٤٤
١٠	١٠	١٤	١٠٠	١٠٠	١٩٦
Σ ٨٢	١٠٨	٦٠	١٠٦٨	١٧٢٦	٦٤٠
Σ س$_{ك}$ = ٢٥٠			Σ س$^2_{ك}$ = ٣٤٣٤		
م$_{أ}$ = ١١,٧١	م$_{ب}$ = ١٥,٤٣		م$_{جـ}$ = ٨,٥٧	م$_{ك}$ = ١١,٩	

والمطلوب الآن أن نحدد ونحسب أشكال وأحجام التباين المختلفة التى يتضمنها هذا المثال : أى التباين الكلى ، والتباين داخل المجموعات والتباين بين المجموعات لنتعرف على العلاقات بينهم . وتحسب هذه التباينات بالطرق المألوفة التى سبق أن استخدمناها فى معالجات أخرى كالآتى :

١ ـ التباين الكلى :

يحسب التباين الكلى من خلال كل الدرجات بغض النظر عن تصنيفها فى ثلاث مجموعات ، وفقا للمعادلة الآتية رقم (٢ : ١٦) .

$$ت ك = \frac{\sum ح^{٢}}{ن} \qquad (٢ : ١٦)$$

وقد سبق أن عرفنا لهذه المعادلة صورة أخرى أكثر سهولة بالنسبة لبيانات الجدول وهى :

$$ت_{ك} = \sum س^{٢} - \frac{(\sum س)^{٢}}{ن}$$

وبما أن $\sum س^{٢} = ٣٤٣٤$ ، $\sum س = ٢٥٠$ أذن

$$ت_{ك} = ٣٤٣٤ - \frac{(٢٥٠)^{٢}}{٢١}$$

$$= ٣٤٣٤ - \frac{٦٢٥٠٠}{٢١}$$

$$= ٣٤٣٤ - ٢٩٧٦.١٩$$

$$= ٤٥٧.٨١$$

وعلينا أن نتذكر هنا مرة ثانية أن هناك تباين آخر بين المجموعات ، وأن هذا التباين يرجع فرضا إلى المعالجة التجريبية ، بمعنى أن التجربة ربما تكون قد أدت إلى شئ ما فى كل مجموعة مختلفة عن الأخرى بما يتوقع أن يؤدى (أو لا يؤدى) إلى اختلاف بين متوسطاتها .

ب - التباين بين المجموعات :

لحساب مجموع مربعات ما بين المجموعات ، علينا أن نحسب متوسط كل مجموعة على حدة ، ثم نحسب انحراف هذا المتوسط عن المتوسط العام ، ثم نربعه، ثم نضرب مربع هذا الانحراف فى عدد الحالات فى المجموعة وفقا للمعادلة الآتية :

ب ج = ن (م - م ع)٢	(٣ : ١٦)

حيث ب ج = التباين بين المجموعات

ن = عدد أفراد المجموعة

م = متوسط المجموعة

م ع = المتوسط العام

وبالتعويض فى هذه المعادلة عن المجموعات الثلاث على التوالى نحصل على الآتى :

١ - المجموعة (أ) :

٧ (١١,٧١ - ١١,٩)٢

= ٧ (- ,١٩)٢

= ٧ (,٠٣٦١)

= ,٢٥٢٧

٢ - المجموعة (ب) :

٧ (١٥,٤٣ - ١١,٩)٢

= ٧ (٣,٥٣)٢

= ٧ (١٢,٤٦٠٩)

= ٨٧,٢٢٦٣

٣ - المجموعة (جـ) :

$$٧ (٨,٥٧ - ١١,٩)^٢$$

$$= ٧ (- ٣,٣٣)^٢$$

$$= ٧ (١١,٠٨٨٩)$$

$$= ٧٧,٦٢٢٣$$

وبجمع نتائج كل المجموعات معا نحصل على مجموع مربعات " بين المجموعات " كالآتى :

$$ب ج = ٠,٢٥٢٧ + ٨٧,٢٢٦٣ + ٧٧,٦٢٢٣ = ١٦٥,١٠١٣$$

جـ - التباين داخل المجموعات :

يحسب التباين داخل المجموعات بجمع التباين الخاص بكل مجموعة ، وبما أننا قمنا من قبل بحساب مربعات القيم فى كل مجموعة فيمكننا استخدام المعادلة الآتية رقم (٤ : ١٦) وهى المعادلة المعروفة لحساب تباين مجموعة قيم والتى حسبنا بها منذ قليل التباين الكلى :

$$ع^٢ = \sum س^٢ - \frac{(\sum س)^٢}{ن} \qquad (٤ : ١٦)$$

وبالتعويض فى هذه المعادلة عن المجموعات الثلاث نحصل على الآتى :

$$\text{المجموعة (أ)} : ١٠٦٨ - \frac{(٨٢)^٢}{٧}$$

$$= ١٠٦٨ - \frac{٦٧٢٤}{٧}$$

$$= ١٠٦٨ - ٩٦٠,٥٧$$

$$= ١٠٧,٤٢$$

المجموعة (ب) : ١٧٢٦ - $\frac{(١٠٨)^٢}{٧}$

= ١٧٢٦ - $\frac{١١٦٦٤}{٧}$

= ١٧٢٦ - ١٦٦٦,٢٨

= ٥٩,٧٢

المجموعة (جـ) : ٦٤٠ - $\frac{(٦٠)^٢}{٧}$

= ٦٤٠ - $\frac{٣٦٠٠}{٧}$

= ٦٤٠ - ٥١٤,٢٩

= ١٢٥,٧١

وبجمع هذه القيم الثلاث نحصل على مجموع المربعات داخل المجموعات كالآتى :

د ج = ١٠٧,٤ + ٥٩,٧ + ١٢٥,٧ = ٢٩٢,٨ .

وعلينا أن نلاحظ أننا إذا قمنا بجمع مربعات بين المجموعات على مربعات داخل المجموعات فسنحصل على المجموع الكلى للمربعات حيث :

ت ك = د ج + ب ج

٤٥٧,٨* = ٢٩٢,٨ + ١٦٥,١

وهو ما يعنى أننا نستطيع أن نستخلص مكونين فقط للتباين حسابا ونستنبط الثالث إذا كنا على ثقة من دقة حساباتنا .

(*) الفرق (٠,١) فى المجموع ناتج عن عمليات التقريب .

درجات الحرية :

عرفنا من قبل كيفية التعامل مع مفهوم درجات الحرية " وفى تحليل التباين لدينا درجات حرية مختلفة ، ففى مثالنا هذا نتعامل مع عدد من المجموعات ونستخلص لها تباينا كليا وعلى ذلك فلدينا درجات الحرية للمجموعة الكلية التى تتكون من كل أفراد العينة والتى تساوى ن - ١ أى ٢١ - ١ = ٢٠ بالإضافة إلى هذا فلدينا ثلاث مجموعات تتكون كل منها من ٧ حالات فتصبح درجات الحرية لكل مجموعة ٧ - ١ = ٦ وبما أن لدينا ثلاث مجموعات فتصبح درجات الحرية داخل المجموعات = ٦ × ٣ = ١٨ أما درجات الحرية للمجموعات فتحسب أيضا باعتبارها عدد المجموعات - ١ ، أو ك - ١ أى ٣ - ١ = ٢ وعلى هذا فلدينا هنا ثلاث درجات حرية مختلفة .

درجات الحرية للمجموعات كلها معا وتساوى مجموع الحالات فى كل المجموعات - ١ = ٢١ - ١ = ٢٠ .

درجات الحرية للتباين داخل المجموعات وتساوى درجات الحرية فى كل مجموعة على حدة × عدد المجموعات أى = ٦ × ٣ = ١٨ ويطلق عليه اسم التباين الأصغر .

درجات الحرية للتباين بين المجموعات وتساوى عدد المجموعات - ١ = أى ٣ - ١ = ٢ ويطلق عليه اسم التباين الأكبر .

جدول تحليل التباين :

بعد أن نقوم بالتعرف على مكونات التباين بالصورة السابقة علينا أن نقوم بتنظيم البيانات الأساسية التى خرجنا بها فى صورة جدول لتحليل التباين كالموضح بالجدول رقم (١٦:٢) وحيث نضع فى العمود الأول مصدر التباين وحيث لدينا ثلاثة مصادر للتباين هى : التباين بين المجموعات ، والتباين داخل المجموعات ، والتباين الكلى . وفى العمود الثانى نضع درجات الحرية لكل مصدر من مصادر التباين ، وفى العمود الثالث نضع مجموع مربعات كل نوع من أنواع التباين كما سبق أن حسبناه ، وفى العمود الرابع نضع متوسط مربعات التباين بين المجموعات ومتوسط مربعات التباين داخل المجموعات وهو ناتج قسمة مجموع مربعات كل مصدر على درجات الحرية الخاصة به .

جدول رقم (٢ : ١٦)

تحليل تباين بيانات جدول (١ : ١٦)

مصدر التباين	د ح	مجموع المربعات	متوسط المربعات
بين المجموعات	٢	١٦٥,٠	٨٢,٥
داخل المجموعات	١٨	٢٩٢,٨	١٦,٣
التباين الكلى	٢٠	٤٥٧,٨	

حساب نسبة ف ودلالتها :

ذكرنا من قبل أن توزيع " ف " عبارة عن نسبة توزيع تباين إلى توزيع تباين آخر ، ونحن هنا نستخدم هذا التوزيع للتعرف على دلالة الفرق بين التباينين «التباين بين المجموعات» والتباين « داخل المجموعات » والذى نستخلصه فى شكل نسبة بينهما . ويعنى هذا أننا نحصل على قيمة ف وفقا للمعادلة (١٦:٥) وهى المعادلة (١ :١٦) نفسها مع تعديل يدمج فيها درجات الحرية ويضعها فى الاعتبار .

$$ف = \frac{\text{متوسط مربعات بين المجموعات}}{\text{متوسط مربعات داخل المجموعات*}} \qquad (١٦ : ٥)$$

وبالتعويض فى هذه المعادلة باستخدام بيانات جدول (٢ : ١٦)

تكون قيمة ف كالآتى :

$$ف = \frac{٨٢,٥}{١٦,٣}$$

$$= ٥,٠٦$$

(*) وعادة مانسمى متوسط مربعات داخل المجموعات باسم تباين الخطأ .

وتفسر نسبة ف هذه (٥,٠٦) بالرجوع إلى جدول القيم الحرجة لدلالة نسبة « ف » لنحدد قيمة ف الجدولية عند درجات الحرية المختلفة فنقوم بفحص رأس الجدول (فى العمود الأيمن الخارجى تحت عنوان دح للتباين الأكبر) لتحديد التباين الأكبر وهو التباين بين المجموعات ، وعندما نصل إلى درجات الحرية الخاصة بهذا التباين الأكبر أى درجة حرية (٢) نتحرك فى الصف الخاص به إلى أن نلتقى بالعمود الخاص بالتباين الأصغر والموضحة درجات حريته أعلى الجدول ، والتباين الأصغر هو التباين داخل المجموعات ، ونقرأ القيمة فى الخلية الواقعة عند تقاطع العمود والصف (عند درجات حرية ٢ للتباين الأكبر ودرجات حرية ١٨ للتباين الأصغر) وسنجد أن قيمة «ف» الجدولية تساوى ٣,٥٥ عند مستوى ٠٥, كما تساوى ٦,٠١ عند مستوى ٠١, وبما أن قيمة «ف» المحسوبة (أى ٥,٠٦) تزيد عن قيمة «ف» الجدولية عند مستوى ٠٥, (أى أنها تتجاوز نسبة ف المتوقعة نتيجة لأخطاء المصفوفة فقط) إذن نرفض الفرض الصفرى الذى بدأنا به وهو : لا يوجد فرق بين المجموعات راجع لطريقة التدريب المستخدمة فى البحث (وتصبح دلالة نسبة «ف» المحسوبة هى أنه يوجد فرق بين المجموعات بنسبة ثقة قدرها ٩٥,). وعندما تتجاوز نسبة «ف» المحسوبة نسبة «ف» الجدولية عند مستوى ٠١, فإن رفضنا للفرض الصفرى سيكون باحتمالية أكبر وهى نسبة ثقة ٩٩, .

وأحيانا ماتكون قيمة «ف» المحسوبة أقل من الواحد الصحيح ، وبالتالى لايوجد مبرر للبحث عن دلالتها فى الجدول إذ أنها غير دالة (أصغر قيمة جدولية لـ دح التباين الأكبر ١٠٠ ، دح التباين الأصغر ١٠٠٠ عند احتمالية ٠٥, = ١,٢٦) .

اختبار مصدر الفروق الدالة :

حصلنا فى المثال السابق على قيمة " ف " وكانت دالة عند مستوى ٠٥, وبما يؤدى إلى رفض الفرض الصفرى ، واقرارنا أن هناك فروق دالة بين المجموعات وفى ضوء هذه النتيجة يصبح من الضرورى معرفة أى المجموعات الثلاث هى المسئولة عن ظهور هذا الفرق الدال .

اختبار شيفى لتحديد الفروق بين المجموعات :

هناك طرق عديدة لحساب دلالة الفرق بين كل مجموعتين على حده بوصفها خطوة تالية لحساب نسبة "ف" ورفض الفرض الصفرى ، ومن هذه الطرق حساب "ت" بين كل مجموعتين ، ويمكننا بالاضافة إلى هذا استخدام المعادلة التى وضعها شيفى (١٦:٦) لحساب الفرق بين كل زوج من المجموعات : أ ، ب ثم أ ، جـ وأخيرا ب ، جـ .(Scheffe, 1957, P. 118) ونص المعادلة كالآتى :

$$ف = \frac{(م_1 - م_2)^2 (ن_1 \times ن_2)}{د ج^2 (ن_1 \times ن_2)} \quad (٦ : ١٦)$$

حيث $م_1$ ، $م_2$ = متوسطى المجموعتين المطلوب المقارنة بينهما

د ج = متوسط مربعات داخل المجموعات*

$ن_1$ ، $ن_2$ = عدد الأفراد فى المجموعتين

وبالتعويض فى هذه المعادلة للمجموعتين أ ، ب نحصل على الآتى :

$$ف = \frac{(١١,٧١ - ١٥,٤٣)^٢ (٤٩)}{(١٤ \times ١٦,٣)}$$

$$= \frac{(-٣,٧٢)^٢ (٤٩)}{٢٢٨,٢}$$

$$= \frac{١٣,٨٣٨ \times ٤٩}{٢٢٨,٢}$$

$$= \frac{٦٧٨,٠٨}{٢٢٨,٢}$$

$$= ٢,٩٧$$

وبالتعويض عن المجموعتين أ ، جـ

$$ف = \frac{(١١,٧١ - ٨,٥٧)^٢ (٤٩)}{(١٤ \times ١٦,٣)}$$

$$= \frac{(٣,١٤)^٢ (٤٩)}{٢٢٨,٢}$$

(*) متوسط مربعات داخل المجموعات الثلاثة حسب مايظهره جدول (١٦:٢) .

$$= \frac{٤٨٣,١٢}{٢٢٨,٢}$$

$$= ٢,١٢$$

وبالتعويض عن المجموعتين ب ، جـ

$$ف = \frac{(١٥,٤٣ - ٨,٥٧)^٢ (٤٩)}{(١٤ \times ١٦,٣)}$$

$$= \frac{(٦,٨٦)^٢ (٤٩)}{٢٢٨,٢}$$

$$= \frac{٢٣٠٥,٩٢}{٢٢٨,٢}$$

$$= ١٠,١$$

وتحسب دلالة الفروق بين كل مجموعتين على حدة على الوجه الآتى :

١ - تستخدم نفس مستويات الدلالة السابق استخلاصها لقيمة ف عند مستوى ٠,٠١ ، ٠,٠٥ وهى ٦,٠١ ، ٣,٥٥ عند درجات حرية ٢ ، ١٨.

٢ - نضرب هذه القيم الجدولية فى درجات حرية المجموعات أى (٣-١) للحصول على مستويات الدلالة للفروق أى ٦,٠١ × ٢ = ١٢,٠٢ عند مستوى دلالة ٠,٠١ ، ٣,٥٥ × ٢ = ٧,١ عند مستوى دلالة ٠,٠٥.

٣ - نقارن قيم الفروق بين كل مجموعتين بهذه القيم الجدولية الجديدة للتعرف على مستوى دلالتها .

سنلاحظ هنا أن الفروق بين المجموعتين أ ، ب غير دالة وكذلك أ ، جـ أما بالنسبة للمجموعتين ب ، جـ (وحيث كانت ف = ١٠,١) فالفرق دال عند مستوى ٠,٠٥ وحيث متوسط المجموعة ب أكبر من متوسط المجموعة جـ بفرق جوهرى .

ا تحليل التباين المزدوج[1] :

رأينا كيف أن تحليل التباين البسيط يهدف أساسا لأختبار إذا ما كانت متوسطات مجموعات متعددة فى المتغير نفسه ما هى إلا اختلافات متوقعة وفى حدود تباين المتوسط العام لهذه المجموعات ام لا. وهناك فرض عام يتضمنه تحليل التباين البسيط يتلخص فى أن هذه المجموعات تتضمن نوع واحد من التصنيف أو أنها تختلف وفق مستويات بعد واحد مشترك بينها ، أو أن الدرجات فى كل مجموعة منها ما هى إلا مقادير مختلفة من المتغير نفسه الذى يتم قياسه فيها جميعا ، من ذلك أنها درجات مختلفة للذكاء ، أو مستويات مختلفة من التعلم أو تقديرات مختلفة للسرعة ... الخ . النقطة الأساسية إذن هى أن هذه المجموعات يمكن تصنيفها باعتبارها تمثل مستويات مختلفة من فئة واحدة أو معالجة واحدة لمتغير معين أو تقديرات منبه واحد ... الخ .

غير أننا نجد فى الممارسة الواقعية أن كثيرا من الباحثين يتعاملون فى تجاربهم مع نماذج تجريبية تتضمن مجموعات متعددة ، تصنف فى أكثر من فئة فى الوقت نفسه . وهذه النماذج التجريبية تتجاوز إمكانات تحليل التباين البسيط ، وتنتقل بنا إلى تحليل التباين فى اتجاهين أو تحليل التباين المزدوج ، ولهذه التصميمات التجريبية أهميتها فى بحوث علم النفس ، وتظهر هذه الأهمية من خلال المثال التالى الذى نهتم فيه بالتعرف على إذا ما كان استخدام المكافأة أو العقاب على سلوك عدوانى له تأثير على المدى الذى يقلد به الأطفال هذا النمط السلوكى العدوانى . وصممت لهذا الهدف تجربه كالآتى :

اختير ٨٠ طفلا : ٤٠ من الذكور ، ٤٠ من الأناث ، من بعض المدارس ، واتيح لكل طفل مشاهدة فيلم سينمائى تقوم فيه إحدى الفتيات الراشدات بالاعتداء بالضرب والركل على دمية من البلاستيك ، وشاهد نصف هؤلاء الأطفال من الجنسين (ذكور واناث) هذا الفيلم ثم شاهدوا المعتدية وهى تكافأ بواسطة شخص آخر يمتدحها ويهنئها على اعتدائها على الدمية ، بينما شاهد النصف الآخر

---

(١) Two Wav Classification Analysis of Variance

من الأطفال (ذكور وأناث) نفس الفيلم ، لكنهم شاهدوا المعتدية بعد ذلك وهى تعاقب بالتأنيب اللفظى على سلوكها العدوانى . وبعد مشاهدة الفيلم انتقل كل الأطفال إلى حجرة أخرى بصحبة عدد من اللعب المختلفة المناسبة لأعمارهم وبينها دمية مشابهة تماما للدمية التى شاهدوها فى الفيلم وشاهدوا الاعتداء عليها . وخلال فترة لعبهم التى امتدت لعشرة دقائق ، تم تسجيل عدد الاستجابات العدوانية التى قلدت أحداث الفيلم ضد هذه الدمية .

ويلاحظ فى ضوء هذا التصميم التجريبى أن لدينا أربع مجموعات كالآتى :

(أ) ذكور شاهدوا المعتدية تكافأ .

(ب) ذكور شاهدوا المعتدية تعاقب .

(جـ) إناث شاهدن المعتدية تكافأ .

(د) إناث شاهدن المعتدية تعاقب .

ولا تمثل هذه المجموعات الأربعة مستويات مختلفة لمتغير واحد أو مقادير مختلفة على متصل واحد ، ولكن تنتسب كل مجموعة منها إلى تصنيفين فى الوقت نفسه ، التصنيف الأول خاص بجنس أفرادها (ما إذا كانوا ذكورا أم إناثا) ، والتصنيف الثانى خاص بنوع جزاء العدوان الذى شوهد فى الفيلم (عقاب أو مكافاة المعتدية) .

ونستطيع أن نطلق على كل تصنيف من هذين التصنيفين اللذين تمثل كل مجموعة فيه مستوى معين اسم " عامل "[1] ، وبهذا يكون لدينا عاملين ، عامل الجنس وعامل طريقة جزاء المعتدية ، ومستويين[2] لكل عامل (وإن كان تعبير مستوى هنا لا يعنى بالضرورة كمية أو مقدار ، مثال ذلك مستويى الجنس . ذكور وأناث) . ويمكننا تمثيل هذا التصميم التجريبى فى الجدول الآتى :

---

(١) Factor

(٢) Levels

جدول (٣ : ١٦)

تصميم تجريبى لمجموعات تحليل تباين مزدوج

			العامل الثانى	
			[نوع الجزاء]	
			مكافأة	عقاب
العامل الأول	[الجنس]	ذكور	شاهدوا مكافأة المعتدية	شاهدوا عقاب المعتدية
		إناث	شاهدن مكافأة المعتدية	شاهدن عقاب المعتدية

وبافتراض أن متوسط الاستجابات العدوانية التى سجلت لدى كل مجموعة من هذه المجموعات الأربع كانت كالآتى (جدول ٤ : ١٦)

جدول (٤ : ١٦)

متوسط الاستجابات للعدوانية لدى المجموعات الاربعة

			العامل الثانى		
			[نوع الجزاء]		
			مكافأة	عقاب	م
العامل الأول	[الجنس]	ذكور	٢٥	٥	١٥
		إناث	١٩	٣	١١
م			٢٢	٤	١٣

نستطيع الان أن نلاحظ من الجدول متوسطات الاستجابة فى كل مجموعة بالاضافة إلى متوسطات أعمدة الجدول (٢٢ ، ٤ ، ١٣) ومتوسطات صفوفه (١٥ ، ١١ ، ١٣) وهى بمعنى آخر متوسطات مستوى كل عامل ، من ذلك أن القيمة (٢٢) فى أسفل العمود الأول ، تمثل متوسط عدد استجابات من شاهدوا المعتدية تكافأ من الذكور والأناث $\frac{٢٥ + ١٩}{٢}$ أما القيمة (١٥) فى طرف الصف الأعلى من اليسار فهى متوسط عدد إجابات الذكور سواء من شاهد منهم المعتدية تعاقب أم تكافأ $\frac{٢٥ + ٥}{٢}$ ..... وهكذا .

الأسئلة التى يجيب عليها هذا التصميم :

يمكننا من خلال التباين المزدوج أن نجد إجابات على عدد من الأسئلة التى يجيب عليها هذا التصميم التجريبى ، ومن هذه الأسئلة الآتى :

(أ) هل هناك فروق ذات دلالة بين مستويات العامل الأول ؟ بمعنى هل يقلد الذكور السلوك العدوانى أكثر مما تفعل الأناث ؟ وبصيغة إحصائية محددة : هل الفرق بين المتوسطين ١٥ ، ١١ فرق حقيقى فى المجتمع أم مجرد خطأ عينات ؟ .

(ب) هل هناك فروق ذات دلالة بين مستويات العامل الثانى ؟ بمعنى هل خبرة رؤية مكافأة العدوان . أو عدمة تؤثر فى المدى الذى يقلد به الأطفال نموذج السلوك المشاهد ؟ ويمكن صياغة هذا السؤال بطريقة إحصائية أكثر تحدداً أيضا على الوجه التالى : هل الفرق بين المتوسطين (٢٢ ، ٤) لا يخرج عن حدود خطأ العينة أم أنه فرق حقيقى بين المستويين فى المجتمع ؟

(جـ) هل هناك تفاعل[١] بين تأثير الجنس (العامل الأول) والميل إلى التأثر بالتدعيم المباشر للسلوك ، مثل مكافأة أو عقاب السلوك العدوانى (العامل الثانى) ، بمعنى آخر ، هل تأثير عقاب أو مكافأة المعتدى مختلف بالنسبة للذكور عن الأناث ؟ وبالمثل هل يمكن تفسير هذه النتائج ، لتعنى أن الفرق فى الميل إلى

---

(١) Interaction

تقليد السلوك العدوانى ، بين الذكور والأناث ، مختلف ، بناء على ما إذا كان المعتدى قد تلقى عقابا أو مكافأة .

ويطلق على الفروق المحتملة بين مستويات العامل الأول ، أو مستويات العامل الثانى فى توزيعها على مستويات العامل الآخر اسم «التأثير الرئيسى»[1] بينما يطلق على النتيجة المشتركة لكل من هذين العاملين اسم "التفاعل" ، ويعنى هذا أن التأثير الرئيسى عبارة عن فرق فى متوسطات عامل معين مستقلا عن العامل الآخر . مثال ذلك أن الذكور يقلدون العدوان عموما أكثر مما تفعل الأناث ، أما التفاعل فيحدث عندما يكون تأثير عامل ما يختلف بالنسبة لمستويات العامل الآخر . مثال ذلك أن نجد أن تأثير تدعيم السلوك يتفاعل مع نوعية الجنس (ذكور أو أناث) إذ قد يقلد الذكور معتدى يحصل على مكافأة أكثر من تقليدهم لمعتدى يتلقى عقابا ، بينما لا تقلد الأناث أى من الإثنين .

وأحيانا ما يمكن توقع حدوث تفاعل نتيجة نوع من المزج أو التركيب أو التداخل بين مستويات العوامل بحيث يؤدى إلى نتيجة لا يمكن التنبؤ بها مسبقا فى حدود المعلومات المتوفرة عن تأثير كل عامل على حدة ، وفى كثير من تصميمات تحليل التباين يمكن تقدير التفاعل بين أى مزيج من العوامل يحدث ، ويحتمل أحيانا وجود تأثير رئيسى أو أكثر مع وجود أو عدم وجود تفاعل ، أو قد يكون هناك تفاعل دون وجود تأثير رئيسى ومع ذلك فعند وجود تفاعل جوهرى ، فإننا نتجاهل عادة جوهرية أو عدم جوهرية التأثير الرئيسى ، أى أنه فى حالة وجود تفاعل ، فإن هذه الحقيقة فى حد ذاتها تعنى أن تأثير أحد العوامل يختلف بناء على مستويات العامل الآخر .

منطق تحليل التباين المزدوج :

فى اطار عدد من التحفظات المحدودة ، لا يخرج منطق تحليل التباين المزدوج عن أن يكون امتداداً لمنطق تحليل التباين البسيط . ففى تحليل التباين البسيط

---

(١) Main Effect

رأينا كيف نقوم بتجزئة مجموع مربعات الانحرافات إلى مكونين يوفر كل منهما تقديرا للتباين فى المجتمع ، فإذا كان الفرض الصفرى : لا فرق بين متوسطات المجموعات وجميعها مسحوبة من نفس المجتمع صحيحا ، حتى على الرغم من أن تقدير أحد هذين التباينين يقوم على أساس انحراف متوسطات المجموعات عن المتوسط العام (أى التباين بين المجموعات) ، بينما الاخر مشتق من انحرافات الدرجات عن متوسطات مجموعاتها (التباين داخل المجموعات) ... إذا كان هذا الفرض الصفرى صحيحا فيكون هذين التباينين تقديرا للمجتمع نفسه ، ومع ذلك فطالما أن التباين « بين المجموعات » يتضمن متوسط المجموعات فإن حجمه سيعتمد على المدى الذى تختلف به متوسطات المجموعات بعضها عن البعض . وبالتالى فإذا كان التباين « بين المجموعات » كبيراً جداً بالمقارنة بالتباين « داخل المجموعات » ، (والذى لا يتأثر بالفروق بين متوسطات المجموعات) فعلينا أن نستخلص أن الفرض التجريبى القائل أن هذه المجموعات كلها عينات من المجتمع نفسه غير صحيح ، أى علينا أن نرفض الفرض الصفرى فى هذه الحالة .

وتوزع نسبة التباين بين المجموعات إلى التباين داخل المجموعات طبقا لتوزيع « ف » . ومن خلال تحديد مئينات النسب الملاحظة فى هذا التوزيع التكرارى النسبى النظرى، يمكننا أن نحدد الاحتمالية الخاصة بأمكان الحصول على هذه النسبة كنتيجة لخطأ العينة وحده . فإذا كان الاحتمال ضئيلا بقدر واضح ، فان الفرض الصفرى عن عدم وجود فروق بين متوسطات المجموعات وبين متوسطات المجتمع يرفض .

ونقوم فى تحليل التباين المزدوج عادة ، بتجزئة المجموع العام للمربعات إلى أربع مكونات ، وبمنطق التقسيم نفسه فى تحليل التباين البسيط ، ونطلق على التقدير الخاص بالتباين اسم « متوسط المربعات »[1] ، وفى حالة التصنيف المزدوج يكون لدينا أربعة « متوسطات مربعات » تقدر تباين المجتمع ، ويمكننا أن نفترض

---

(١) Mean Squares (MS)

من بين فروض أخرى أنه حتى فى حالة تساوى كل متوسطات المجتمع (أى أن الفرض الصفرى صحيح) فإن ثلاثة من هذه التباينات الأربعة (متوسطات المربعات الأربعة) حساسة لخصائص معينة فى البيانات التجريبية الملاحظة ، بينما التقدير الرابع للتباين ليس حساسا لهذه الجوانب ونتناول الآن هذه المصادر الأربعة للتغاير فى المجتمع وتقديرات تباينها :

أولا : يعتمد أحد تقديرات التغاير[1] ، فى المجتمع (ولنرمز له بالرمز م م أ (أى متوسط مربعات العامل أ) على انحرافات متوسطات مستويات العامل أ (والتى تتضامل على أمتداد العامل ب) عن المتوسط العام ، وهذا التباين مناظر للتباين « بين المجموعات » فى تحليل التباين البسيط ، وهذا التباين يتضمن المجموعات الخاصة بعامل واحد فقط ، وليكن العامل (أ) هنا مثلا ، وعلى أى الأحوال ، وفى أطار الفرض الصفرى ، فان الفروق بين هذه المتوسطات مجرد دالة لأخطاء العينة .

ثانيا : يعتمد التقدير الثانى للتغاير فى المجتمع (ولنرمز له بالرمز م م ب أى (متوسط مربعات العامل ب) على انحرافات متوسطات مستويات العامل ب والتى تتضامل أيضا على امتداد العامل أ) عن المتوسط العام ، وهى مثل (م م أ) أو متوسطات مربعات العامل أ فيما عدا أن متوسطات مستويات العامل ب هى المستخدمة هنا وليس العامل (أ) وهذا التباين حساس للفروق بين متوسطات العامل ب .

ثالثا : يعتمد التقدير الثالث للتغاير فى المجتمع (ونرمز له بالرمز م م أ ب) على انحرافات متوسط كل مجموعة عن ما يمكن التنبؤ به بناء على المعلومات الخاصة بالتأثيرين الرئيسيين للعاملين أ ، ب . وهذا المتوسط للمربعات حساس للتفاعل الممكن بين العاملين أ ، ب .

رابعا : يشتق التقدير الرابع لتغاير المجتمع بالطريقة نفسها التى يشتق بها التباين « داخل المجموعات » فى تحليل التباين البسيط ، وهو يعتمد على

---

(١) Variability

انحرافات كل درجة عن متوسط مجموعتها ، وبهذا فهو غير حساس للفروق بين المجموعات أو الفروق بين مستويات العوامل ، وبالتالى يمكن استخدام هذا التباين « داخل المجموعات » كمعيار يقارن به أى حجم من التباين نقوم بتقديره .

وتستخدم نسبة تباين (متوسط مربعات) العامل أ المقسومة على متوسط مربعات « داخل المجموعات » فى أختبار الفرض الصفرى الخاص بأن متوسطات مستويات العامل أ تختلف بعضها عن البعض الاخر كنتيجة لخطأ العينة لا أكثر . ووفقا للفرض الصفرى ، فان حجم هذه النسبة يجب أن لا يكون كبيراً للغاية ، طالما أن كلا من التباينين يفترض أنهما يقدران القيمة نفسها وفقا للفرض الصفرى ومع ذلك فيما أن م م أ (متوسط مربعات العامل أ) حساس للفروق بين متوسطات العامل أ ، فان النسبة ستكون كبيرة إلى المدى الذى يجعل هذه المتوسطات تنحرف بعضها عن البعض إذا كانت مختلفة بالفعل ، وبحيث يصبح احتمال أن تكون هذه الانحرافات ناتجة عن مجرد خطأ العينة احتمالا بعيدا للغاية وبالتالى يتعين رفض الفرض الصفرى . وهنا يمكن استخلاص أن متوسطات مستويات العامل أ مختلفة اختلافا جوهريا فيما بينها .

وبالمثل فان متوسط مربعات العامل ب مقسوما على متوسط مربعات « داخل المجموعات » يعكس المدى الذى تختلف به متوسطات مستويات العامل ب بعضها عن البعض الآخر . والمنطق العام لاختبار الفرض الصفرى هو أن مثل هذه الفروق هى مجرد دالة لأخطاء العينة بالصورة نفسها إلى تبيناها فى حالة العامل ب .

وبالمثل أيضا فإن نسبة متوسط مربعات أ ، ب إلى متوسط مربعات « داخل المجموعات » تعد اختباراً لفرض وجود تفاعل فى المجتمع بين العاملين أ ، ب .

وبهذا يتلخص كل ما عرضناه فى أن منطق تحليل التباين مزدوج التصنيف ما هو إلا امتداد مباشر للمنطق الذى يعتمد عليه تحليل التباين البسيط ، فالمجموع الكلى للمربعات تتم تجزئته إلى عدد من المكونات كل منها حساس لجوانب معينة فى النسق التصنيفى ، وفى اطار الفرض الصفرى نختار جميع المجموعات عشوائيا ويكون لها جميعا متوسط المجتمع نفسه . فإذا كان الفرض صحيحا ، فإن

متوسطات العينات ومتوسطات مستويات العاملين سوف تنحرف فى حدود أخطاء العينة لا أكثر ، وطالما أن متوسط مربعات العامل ب ومتوسط مربعات أ ، ب جميعها حساسة للخصائص المختلفة فى التصميم التجريبى . بينما متوسط مربعات « داخل المجموعات » لا تتأثر بهذه الخصائص . فإن نسبة أى من متوسط مربعات هذه التباينات الثلاثة إلى متوسط مربعات التباين « داخل المجموعات » تؤدى إلى قيمة تعد اختبار للفرض الصفرى الذى مؤداه أن المتوسطات الملاحظة تختلف فيما بينها فى حدود المتوقع نتيجة لأخطاء الصدفة وحدها .

(Hays, 1965, PP. 396-97 ; McCall, 1970, PP. 247-53)

مثال لتحليل التباين المزدوج :

سنفترض الآن أن أحد الباحثين مهتم بقياس مستوى الطموح بوصفه متغيرا تابعا وبعض العوامل التجريبية هى المتغيرات المستقلة ، فقام بتصميم تجربة يقوم فيها كل فرد بعدد من المحاولات للوصول إلى أقصى سرعة أداء يستطيع تحقيقها فى تمرين رياضى معين ، وبعد عدد من المحاولات التى يقوم بها المفحوص تحت تحكم الباحث فى الموقف التجريبى يحصل المفحوص على درجة معينة ، ويحصل كل مفحوص من المفحوصين بلا استثناء على درجة مماثلة عن ادائه واقصى سرعة وصل اليها . ويطلب من كل مفحوص بعد هذه المجموعة الأولية من المحاولات أن يتوقع مستوى طموحه أى ما يستطيع تحقيقه فى المجموعة التالية من المحاولات ، ولكن قبل أن يقدم توقعه يذكر له أن درجته ستقارن بمعايير مشتقة من مجموعة مرجعية معينة [1] . وفى مرحلة معينة من التجربة يذكر للمفحوص أن أداءه أعلى من المتوسط بالنسبة للمجموعة المرجعية ، بينما تحت متغير تجريبى آخر يتم أخباره أن أداء متوسط بالنسبة للمجموعة المرجعية ، وتحت شرط ثالث يذكر للمفحوص أن أداءه أقل من متوسط المجموعة المرجعية . ولأن الدراسة كانت تهدف لمعرفة الفرق فى حالة ما إذا كانت المجموعة المرجعية مكونة من زملاء عاديين للمفحوصين أو رياضيين محترفين فقد استخدمت فى التجربة بيانات تُذكر

---

(١) Norm Group

للمفحوص عن مجموعتين مرجعتين وبما أن التجربة كانت تهدف بالمثل لمعرفة الفرق فى الأداء فى حالة ما إذا ذكر للمفحوص أن أداءه أعلى من المتوسط أو حوله أو أقل منه فيصبح لدينا عامل جديد هو مستوى الأداء ، ولأننا لا نستطيع أن نطبق هذه المتغيرات التجريبية على نفس المجموعة من الأفراد لنذكر للشخص الواحد أن أداءه يقارن مرة مع زملاء ومرة مع رياضيين محترفين ، ونذكر له مرة أن أداءه أعلى أو أقل من المتوسط أو مماثل له . وحتى يمكن أن يشمل اهتمامنا هذين العاملين التجريبين المستقلين معا . وهما المعلومات عن المستوى التى تذكر للمفحوص ، والمجموعة المعيارية التى يقارن أداءه بها ، وحيث يحتمل أن يؤثر أى من هذين العاملين فى المستوى الذى يحققه بالفعل ، أو يكون بين هذين العاملين تفاعل معين .

وحتى يمكن أن تتضمن التجربة كل هذا فقد اختبرت عينة عشوائية من ٦٠ طالبا من الذكور تم توزيعهم عشوائيا فى الفئات الستة الخاصة بهذا التصميم التجريبى كالآتى :

١ - مجموعة عشوائية من ١٠ أفراد ذكر لهم أن اداءهم سيقارن بمجموعة معيارية من زملائهم ، وذكر لهم بعد ذلك أن اداءهم فوق المتوسط بالنسبة لهذه المجموعة المعيارية .

٢ - مجموعة عشوائية من ١٠ أفراد ذكر لهم أن اداءهم سيقارن بمجموعة معيارية من زملائهم . وذكر لهم بعد ذلك أن أداءهم حول المتوسط بالنسبة لهذه المجموعة المعيارية .

٣ - مجموعة عشوائية من ١٠ أفراد ذكر لهم أن أداءهم سيقارن بمجموعة معيارية من زملائهم ، وذكر لهم بعد ذلك أن أداءهم أقل من المتوسط بالنسبة لهذه المجموعة المعيارية .

٤ - مجموعة عشوائية من ١٠ أفراد ذكر لهم أن أداءهم سيقارن بمجموعة معيارية من الرياضيين المحترفين وذكر لهم بعد ذلك أن أداءهم فوق المتوسط بالنسبة لهذه المجموعة المعيارية .

٥ - مجموعة عشوائية من ١٠ أفراد ذكر لهم أن أداءهم سيقارن بمجموعة معيارية من الرياضين المحترفين وذكر لهم بعد ذلك أن أداءهم حول المتوسط بالنسبة لهذه المجموعة المعيارية .

٦ - مجموعة عشوائية من ١٠ أفراد ذكر لهم أن أداءهم سيقارن بمجموعة معيارية من الرياضيين المحترفين وذكر لهم بعد ذلك أن أداءهم أقل من المتوسط بالنسبة لهذه المجموعة المعيارية .

ويوضح الجدول الآتى توزيع أفراد العينة وفقا لهذا التصميم التجريبى .

جدول رقم (٥ : ١٦)

توزيع أفراد العينة فى مجموعات التجربة الستة (عاملين : ٢x٣ مستوى)

		تقدير الأداء		
		فوق المتوسط	متوسط	أقل من المتوسط
المجموعة	رياضيين	١٠	١٠	١٠
المعيارية	زملاء جامعيين	١٠	١٠	١٠

وعلينا أن نلاحظ كيف تتضمن التجربة مجموعتين من المواقف التجريبية المختلفة والمتداخلة ، وحيث توجد ست مجموعات متمايزة ومستقلة ، تعرضت كل مجموعة لنوعين من المعالجة أو لمستويين من العوامل . ولدينا هنا ثلاثة أسئلة مطلوب الإجابة عنها فى هذا التصميم .

الأول : هل هناك تأثيرات منتظمة ترجع إلى الموقف التجريبى وحده ؟ (بغض النظر عن المجموعة المعيارية) .

الثانى : هل هناك تأثيرات منتظمة ترجع إلى نوع المجموعة المرجعية وحدها ، وليس للموقف التجريبى ودون اعتبار له ؟

الثالث : هل هناك تأثيرات منتظمة لا ترجع للمعلومات المعيارية وحدها ولا للموقف التجريبى وحده ، ولكن يمكن أن تعزى إلى هذا التفاعل بين المعلومات عن

مجموعة معيارية معينة وبين موقف تجريبى معين (المعلومة عن المستوى) .

وعلينا أن نلاحظ أيضا كيف أن هذه الدراسة كان من الممكن أن تكون تجربتين منفصلتين تصمما بنفس المجموعات من الأفراد ، حيث تتكون كل تجربة من ثلاث مجموعات تتضمن كل مجموعة منها ٢٠ مفحوصا يختلفون فقط فى الموقف التجريبى (المعلومة عن المستوى) على أن تقدم لهم جميعا بيانات مجموعة مرجعية واحدة فى كل مستوى تجريبى .

ويظهر فحص صفوف الجدول السابق (لا أعمدته) أن هناك عينتين بكل منهما ثلاثين مفحوصا ، تختلفان بشكل منتظم فى متغير المجموعة المعيارية ، وكل مجموعة معيارية تقدم لها نفس الظروف الأخرى .

وعلينا أن نلاحظ أخيراً ، أن السؤال الثالث فى مجموعة أسئلتنا لا يمكن الإجابة عليه إذا اقتصرنا على إجراء المقارنة على المجموعات المعيارية وحدها ، أو اقتصرنا على المقارنة على أساس المواقف التجريبية وحدها . فهذا السؤال يتعلق بالتفاعل ، يتعلق بالتأثير الفريد فى هذا المزيج من المعالجة التجريبية ، وهذه هى السمة الأساسية التى يوفرها تحليل التباين المزدوج .

ومن خلال الأسلوب نفسه نستطيع اختبار التأثيرات الرئيسية للعوامل التجريبية المنفصلة والتى عرفناها فى تحليل التباين البسيط بالإضافة إلى دراسة التفاعل المتضمن فى هذا التصميم التجريبى فقط .(Hays, 1965, PP. 385-386)

الخطوات الحسابية :

نقوم الآن بتنظيم البيانات الأولية (درجات الافراد فى المحاولات التالية) فى جدول من صفوف وأعمدة ، بحيث تمثل الصفوف الفروق فى المعالجة التجريبية لعامل واحد ، وتمثل الأعمدة المعالجة التجريبية للعامل الآخر أى ان الصفوف تمثل مستويات العامل الأول ، والأعمدة تمثل مستويات العامل الثانى) وتحتوى كل خلية فى الجدول (والخلية تتضمن درجات مجموعة أى ١٠ أفراد) على نفس العدد من الحالات (١٠ أفراد أو ١٠ تقديرات) . والأفراد فى كل خلية مستقلين عن الأفراد فى أية خلية أخرى ، ويمثل الجدول التالى رقم (٦ : ١٦) هذا التنظيم.

جدول رقم (٦ : ١٦)

تنظيم بيانات تجربة تحليل التباين المزدوج

		المستويات المحققة لأفراد التجربة		
		أعلى من المتوسط	متوسط	أقل من المتوسط
المجموعات المعيارية للمقارنة	زملاء جامعيين	٥٢	٢٨	١٥
		٤٨	٣٥	١٤
		٤٣	٣٤	٢٣
		٥٠	٣٢	٢١
		٤٣	٣٤	١٤
		٤٤	٢٧	٢٠
		٤٦	٣١	٢١
		٤٦	٢٧	١٦
		٤٣	٢٩	٢٠
		٤٩	٢٥	١٤
	Σ	٤٦٤	٣٠٢	١٧٨
	رياضيين محترفين	٣٨	٤٣	٢٣
		٤٢	٣٤	٢٥
		٤٢	٣٣	١٨
		٣٥	٤٢	٢٦
		٣٣	٤١	١٨
		٣٨	٣٧	٢٦
		٣٩	٣٧	٢٠
		٣٤	٤٠	١٩
		٣٣	٣٦	٢٢
		٣٤	٣٥	١٧
	Σ	٣٦٨	٣٧٨	٢١٤

تبدأ الآن خطواتنا الحسابية على الوجه الآتى :

١ - نبدأ فى حساب المجموع العام للمربعات (م ع) بتربيع كل درجة من الدرجات الخام فى كل خلية من خلايا الجدول ثم تجمع مربعات درجات كل الأفراد ، ونطلق على هذا المجموع للمربعات الرمز م ع والذى يساوى :

م ع = $(٥٢)^٢ + (٤٨)^٢ + \dots + \dots + (٢٢)^٢ + (١٧)^٢$ = ٦٦٨٧٢ .

٢ - تجمع الدرجات الخام فى كل خلية من خلايا الجدول الست ، ونحتفظ بهذه القيم موقتا لاستخدامها فى مرحلة لاحقة : وهى كالآتى :

الصنف الأول : ٤٦٤ ، ٣٠٢ ، ١٧٨

الصنف الثانى : ٣٦٨ ، ٣٧٨ ، ٢١٤

٣ - تجمع مجاميع الخلايا التى حصلنا عليها فى الخطوة (٢) ونطلق على المجموع العام الرمز ب والذى يساوى :

ب = ٤٦٤ + ٣٠٢ + .. + ٢١٤ = ١٩٠٤

ونحسب الآن المجموع الكلى للمربعات بالمعادلة الاتية :

المجموع الكلى للمربعات ($\sum$ ك^٢) = م ع − $\frac{ب^٢}{ن}$	(٧ : ١٦)

وحيث ن تساوى مجموع أفراد العينة أى ٦٠ وبالتعويض فى المعادلة :

المجموع الكلى للمربعات = ٦٦٨٧٢ − $\frac{(١٩٠٤)^٢}{٦٠}$

= ٦٦٨٧٢ − ٦٠٤٢٠,٣

= ٦٤٥١,٧

٤ - نستخدم نتيجة حساباتنا فى الخطوة رقم (١) لحساب مجاميع الصفوف، ولدينا صفين بكل صف ثلاث مجاميع ونشير لمجموع كل صف بالرمز (د)

$د_١ = ٤٦٤ + ٣٠٢ + ١٧٨ = ٩٤٤$

$د_٢ = ٣٦٨ + ٣٧٨ + ٢١٤ = ٩٦٠$

٥ - للحصول على مجموع مربعات الصفوف ، نقوم بتربيع قيم د ($د_١$ ، $د_٢$) ثم نجمع المربعات ثم نعوض فى المعادلة الاتية :

$$\text{مجموع مربعات الصفوف (م م ص)} = \frac{د^٢}{ن\ ص} - \frac{ب^٢}{ن} \quad (٨ : ١٦)$$

وحيث ن ص = مجموع قيم الصف الواحد (٣٠)

ن = المجموع الكلى للعينة

$$\text{مجموع مربعات الصفوف} = \frac{(٩٤٤)^٢ + (٩٦٠)^٢}{٣٠} - \frac{(١٩٠٤)^٢}{٦٠}$$

$= ٦٠٤٢٤,٥ - ٦٠٤٢٠,٣ = ٤,٢$

٦ - نستخدم مرة أخرى نتيجة حسابتنا فى الخطوة رقم (٣) لحساب مجاميع الأعمدة ولدينا أعمدة وبكل عمود قيمتين ، ونشير لمجموع كل عمود بالرمز ح .

$ح_١ = ٤٦٤ + ٣٦٨ = ٨٣٢$

$ح_٢ = ٣٠٢ + ٣٧٨ = ٦٨٠$

$ح_٣ = ١٧٨ + ٢١٤ = ٣٩٢$

٧ - للحصول على مجموع مربعات الأعمدة نقوم بتربيع قيم ح ، ($ح_١$ ، $ح_٢$ ، $ح_٣$) نعوض فى المعادلة الاتية :

$$\text{مجموع مربعات الأعمدة (م م أ)} = \frac{ح^2}{ن ح} - \frac{ب^2}{ن} \qquad (٩ : ١٦)$$

وحيث ن ح = مجموع قيم العمود الواحد (٢٠)

ن = المجموع الكلى للعينة .

$$\text{مجموع مربعات الأعمدة} = \frac{(٨٣٢)^2 + (٦٨٠)^2 + (٣٩٢)^2}{٢٠} - \frac{(١٩٠٤)^2}{٦٠}$$

$$= \frac{١٣٠٨٢٨٨}{٢٠} - ٦٠٤٢٠,٣$$

$$= ٤٩٩٤,١$$

٨ - لحساب مجموع مربعات الخطأ . نعود مرة أخرى لمجموع كل خلية على حدة والذى حسبناه فى الخطوة الثانية ، ونطلق على كل قيمة منها الرمز ك نقوم بتربيع كل ك ثم نجمع مربعات ك ثم نعوض فى المعادلة الاتية :

$$\text{مجموع مربعات الخطأ (م م خ)} = م ع - \frac{\sum ك^2}{ن ح} \qquad (١٠ : ١٦)$$

وحيث ن ح = عدد الحالات فى الخلية الواحدة

$$\sum ك^2 = \frac{(٤٦٤)^2 + (٣٠٢)^2 + \dots + (٢١٤)^2}{١٠}$$

$$= \frac{٦٦٢٢٨٨}{١٠}$$

$$\text{مجموع مربعات الخطأ (م م خ)} = ٦٦٨٧٢ - \frac{٦٦٢٢٨٨}{١٠}$$

= ٦٦٨٧٢ - ٦٦٢٢٨,٨

= ٦٤٣,٢

٩ - نحسب فى هذه الخطوة مجموع مربعات التفاعل والذى يساوى المجموع الكلى للمربعات - (مجموع مربعات الصفوف + مجموع مربعات الأعمدة + مجموع مربعات الخطأ) وهو ما تمثله المعادله الاتيه :

م م ت = $\sum$ ك^{2} - (م م ص + م م أ + م م خ)	(١١ : ١٦)

وبالتعويض فى هذه المعادلة بالقيم المناظرة لرموزها التى قمنا بحسابها فى الخطوات السابقة نحصل على الآتى :

مجموع مربعات التفاعل (م م ت) = ٦٤٥١,٧ - (٤,٢ + ٤٩٩٤,١ + ٦٤٣,٢)

= ٦٤٥١,٧ - ٥٦٤١,٥

= ٨١٠,٢

١٠ - نضع الآن هذه المجاميع للمربعات فى جدول تلخيصى يتضمن العمود الأول فيه مصدر التباين ، والعمود الثانى مجموع المربعات ، والعمود الثالث درجات الحرية لكل مصدر من مصادر التباين والعمود الرابع متوسط المربعات والذى نحصل عليه بقسمة مجموع مربعات كل مصدر على درجات حريته ، ونخصص العمود الأخير لرصد نسبة ف بعد أن نعرف كيفية حسابها لكل مصدر . ونحدد أولا درجات حرية كل مصدر من مصادر التباين وهى كالآتى :

درجات الحرية لمصادر التباين المختلفة :

(١) درجات الحرية لتباين الصفوف عبارة عن عدد الصفوف - ١ وهو فى مثالنا كالآتى : د ح = ٢ - ١ = ١

(ب) درجات الحرية لتباين الأعمدة عبارة عن عدد الأعمدة -١ كالآتى :

د ح = ٣ -١ = ٢

(جـ) درجات الحرية لتباين التفاعل عبارة عن عدد الصفوف -١ مضروبا فى عدد الأعمدة -١ أى (٢ - ١) (٣ - ١) = ٢ .

(د) درجات الحرية لتباين الخطأ تتحدد باعتبارها حاصل ضرب عدد الصفوف فى عدد الأعمدة فى عدد أفراد المجموعة الواحدة -١ ، أى ص ع (ن - ١) وهى فى مثالنا كالآتى :

٢ × ٣ (١٠ -١) = ٦ × ٩ = ٥٤

ونضع الان الجدول التلخيص كالآتى :

جدول رقم (٧ : ١٦)

الجدول التلخيصى لتحليل التباين المزدوج

مصدر التباين	مجموع المربعات	د ح	متوسط المربعات	ف
الصفوف (المجموعة المعيارية)	٤,٢	١	٤,٢	,٣٥
الأعمدة (المواقف التجريبية)	٤٩٩٤,١	٢	٢٤٩٧,١	٢٠٩,٨
التفاعل	٨١٠,٢	٢	٤٠٥,١	٣٤,٠
الخطأ (داخل الخلايا)	٦٤٣,٢	٥٤	١١,٩	
	٦٤٥١,٧	٥٩		

تحسب قيمة ف للتباينات المختلفة والموضحة فى العمود الأخير من جدول (٧:١٦) على الوجه الآتى :

(أ) يختبر الفرض الصفرى الخاص بعدم وجود تأثير للصفوف (عدم وجود

تأثير لنوع المجموعة المعيارية التى يذكر للمفحوص أن درجته تقارن بها فى مثالنا) بالمعادلة الآتية :

$$ف = \frac{\text{متوسط مربعات الصفوف}}{\text{متوسط مربعات الخطأ}} \quad أو \quad \frac{م م ص}{م م خ} \qquad (١٢ : ١٦)$$

$$أى\ ف = \frac{٤,٢}{١١,٩}$$

$$= .٣٥$$

(ب) يختبر الفرض الصفرى الخاص بعدم وجود تأثير للاعمدة (عدم وجود تأثير لنوع الموقف التجريبى الذى نذكر فيه للمفحوص أن درجته فوق المتوسط أو متوسطة أو أقل من المتوسط فى مثالنا) بالمعادلة الآتية :

$$ف = \frac{\text{متوسط مربعات الأعمدة}}{\text{متوسط مربعات الخطأ}} \quad أو \quad \frac{م م أ}{م م خ} \qquad (١٣ : ١٦)$$

$$أى\ ف = \frac{٢٤٩٧,٠٥}{١١,٩}$$

$$= ٢٠٩,٨$$

(جـ) يختبر الفرض الصفرى الخاص بعدم وجود تفاعل بين الصفوف والأعمدة بالمعادلة الآتية :

$$ف = \frac{\text{متوسط مربعات التفاعل}}{\text{متوسط مربعات الخطأ}} \quad أى \quad \frac{م م ت}{م م خ} \qquad (١٤ : ١٦)$$

أى ف = $\frac{٤٠٥,١}{١١,٩}$

= ٣٤,٠٤

نعود الآن إلى جدول النسب الحرجة لتوزيع ف للتعرف على دلالة النتائج التى خرجنا بها من هذا التحليل ، وفى ضوء درجات الحرية المختلفة .

تفسير النتائج :

نستطيع الان أن نستخلص من هذا التحليل للتباين عددا من النتائج المقبولة والمعتمدة على مستوى احتمالية أمكن تحديده من خلال توزيع ف .

أولا : هناك قدر محدود للغاية من التأثير ، أو عدم ظهورتأثير فى الواقع للمجموعات المعيارية على مستوى طموح الأفراد .

ثانيا : يبدو أن المستويات التجريبية المستخدمة ذات تأثير على مستوى الطموح بالنسبة للأفراد فى المجموعات المعيارية المختلفة .

ثالثا : هناك قدر من التفاعل بين المجموعات المعيارية المستخدمة فى التجربة وبين المستويات المذكورة للأفراد ، بما يعنى أن قوة واتجاه التأثيرات الخاصة بالمستويات تختلف فى المجموعات المعيارية المختلفة .

معنى هذا ، أن المستوى الذى يذكر للمفحوص أنه يحققه يؤدى فى حقيقة الأمر إلى تغيير أو تأثير فى مستوى طموحه ، غير أن نوع ومدى هذا التغيير أو التأثير يعتمد أساسا على المجموعة المعيارية التى يقارن بها . وهذا هو ما يمكن الخروج به من النتائج .

تمارين على الفصل السادس عشر

١ - أختبرت مجموعتين من الطلاب عدد أفراد كل مجموعة ١٠ أفراد باختبارين مختلفين للذكاء كل مجموعة بأختبار وكانت درجاتهم كالآتى :

م	أ	ب	م	أ	ب
١	٤٠	٢٠	٦	٢٢	٦
٢	٤٦	١٠	٧	٢٠	١٢
٣	٣٥	٢٠	٨	٣١	١٢
٤	١٧	١٥	٩	١٨	٦
٥	١١	١٨	١٠	٢٢	١١

المطلوب : (أ) أستخدام أختبار « ف » لأختبار الفروق بين متوسطات المجموعتين أ ، ب .

(ب) اختبر دلالة الفرق بين هذين المتوسطين باستخدام اختبار ت .

٢ - توضح البيانات الاتية درجات ثلاث مجموعات من الطلاب على اختبار للترميز .

أ	ب	جـ
٤	٩	٨
٣	٣	٣
٥	٥	٥
٢	١١	٦
٦	١٤	٩
٧	١٦	٤
٨	١٢	٧
٧	٩	٩
٩	١٢	٨
٢	٧	٥

(أ) هل تختلف متوسطات هذه المجموعات الثلاثة أختلافا جوهريا .

(ب) احسب تحليل التباين بين هذه المجموعات الثلاث .

(جـ) فى حالة ما إذا كان هناك أختلاف ، استخدم أختبار شيفى لتحديد أين يوجد الفرق .

٣ - يمثل الجدول الآتى درجات ٥ طلاب وخمس طالبات من طلاب كل فرقة فى قسم علم النفس على أختبار للأدراك البصرى .

ذكـــور			
السنة الأولى	السنة الثانية	السنة الثالثة	السنة الرابعة
١٢	٢٢	٢٦	٣٠
٨	١٨	٢٠	٢٦
١٠	١٢	١٨	٢٦
٦	٢٠	١٦	٢٢
٨	٨	١٠	١٨
إنـــاث			
١٨	٢٠	٢٢	٢٤
١٦	١٨	٢١	٢٢
٨	١٢	١٩	١٦
١٢	١٨	١٧	١٨
١٤	١٦	١٨	٢٤

حلل نتائج هذه التجربة وبين إذا ما كان هناك تفاعل بين الجنس والمستوى الدراسى فى الادراك البصرى أم لا .

٤ - وضح الفرق بين التأثير الرئيسى والتفاعل فى تحليل التباين المزدوج وقدم مثالين لفروض تتضمن تفاعلا يحتاج لاختباره وكيفية صياغة الفرض الصفرى فى كل حالة .

٥ - إذا كان التفاعل فى تحليل التباين جوهريا . لماذا نتجاهل التأثير الرئيسى فى هذه الحالة ، وضح منطقيا مع العرض من خلال مثال .

مـراجــع الكـتــاب

ا- المراجع العربية

- السيد ، فؤاد البهى . علم النفس الاحصائى . القاهرة : دار الفكر العربى ، ١٩٧٩ ، ط ٣ .

- الغريب ، رمزية . التقويم والقياس النفسى والتربوى . القاهرة : مكتبة الانجلو المصرية ، ١٩٧٠ .

- خيرى ، السيد محمد . الاحصاء فى البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية . القاهرة : دار الفكر العربى ، ١٩٦٣ ، ط ٣ .

- سمث ، ميلتون . الدليل إلى الاحصاء فى التربية وعلم النفس . القاهرة : دار المعارف ، ١٩٧٨ (ترجمة د أبراهيم عميره) .

- فرج ، صفوت . التحليل العاملى فى العلوم السلوكية . القاهرة : مكتبة الانجلو المصرية ، ١٩٨٥ ط٢ .

- فرج ، صفوت . القياس النفسى . القاهرة : مكتبة الانجلو المصرية ، ١٩٨٩ ط٢ (ب) .

ب - المراجع الاجنبية

- BORING, E (1969). A History of Experimental Psychology. Bombay : The Times of INDIA Press, 2nd. Ed .

- BROOKS, B. C & DICK, W . F(1969). Statistical Method. London: Heinemann, 2nd. Ed .

- COCHRAN. W.G & COX, G.M(1960). Experimental Designs , New York: Wiley Co., 3rd. Ed .

- DAVIDOFF, M.D. & GOHEEN , H. W. (1953). A Table for the Rapid Determination of The Tetrachoric Correlation Coefficient, Psychometrika , 18, 115 - 121 .

- DOWNIE, N.M. & HEATH, R.W.(1974). Basic Statistical Methods, New York : Harper & Row Pub., 4th Ed .

- EDWARDS, A.L.(1967). Statistical Methods, New York: Holt rinehart & Winsion , 2nd. Ed .

- EHRENFELD , S & SEBASTIN , B.L. (1964) Introduction To Statistical Method , New York: McGraw Hill Book Co.

- EYSENCK, H (1968). The Scientific Study of Personality , London: Routledge & Kegan Paul, 4th. Ed .

- GUILFORD, J.P. (1973) Fundamental Statistics in Psychology & Education , New York: McGraw - Hill, 6th. Ed .

- GUILFORD , J. P. (1956). Psychometric Methods, New York: McGraw - Hill.

- HAGOOD, M. J. & PRINCE, D.O. (1952). Statistics for Sociologists, New York: Holt & Co.

- HANSEN, M. H. HURWITZ, W.N. & MADOW , W. G. (1953). Sample Survey Methods & Theory, New York: John Wiley & Sons , Inc; Vol . (1) .

- HANSEN, M, H; HURWITZ , W. N. & MADOW, W. G. (1953). Sample Survey Methods & Theory, New York: John Wiley & Sons , Inc; Vol . (2) .

- HAYS, W (1963). Statistics for Psychologyists, New York: Holt Rinehart and Winston.

- HYMAN, R (1970). The Nature of Psycological Inquiry, New Delhi: Prentice - Hall of India.

- IVERSEN, G. R. (1972). Statistics and Sociology, New York : The Bobbs - Mcrrill Co., Inc.

KELLEY. T.L (1947). Fundamentals of Statistics . Cambridge, Mass: Harvard University Press.

- KERLINGER, F.N. (1960). Foundations of Behavioral Research, New York: Halt Rinehart & Winston , Inc .

- LEWIS. D (1960). Quantitative Methods in Psychology , New York: McGraw - Hill Book Co.

- LINDQUIST, E. F. (1956). Design & Analysis of Experiments in Psychology & Education , Boston : Houghton Mifflin Co.

- McCALL, R. B. (1970). Fundamental Statistics for Psychology, New York: Harcourt, Brace & World, Inc.

- McNEMAR , Q (1957). Psychological Statistics, New York: John Wiley & Sons Inc., 2nd. Ed.

- MULHOLLAND, H & JONES, C.R. (1969). Fundamentals of Statistics, London: Butterworths.

- NOETHER, G. E. (1976). Intoduction to Statistics. Boston: Houghton Mifflin Co. 2nd. Ed .

- ORKIN, M & DROGIN, R(1975).Vital Statistics. New Delhi: Tata McGraw - Hill Pub. Co.

- PEATMAN, J. G. (1963). Introduction to Applied Statistics , New York: Harper and Row, Pub.

- REICHMAN, W. J. (1976). Use and Abuse of Statistics, London: Penguin Books.

- SCHEFFE, H (1957). The Analysis of Variance, New york: John Wiley.

- SELLTIZ, C. etal., (1959). Research Methods in Social Relations, New York, Holt Rinehart and Winston.

THURSTONE, L. L. (1953). The Fundamentals of Statistics. New York, The MacMillan Co., 12th. Ed.

WILLAMS. B (1978). A Sampler on Sampling, New York: John Wiley and Sons.

YEOMANS, K. A (1976). Introducing Statistics, London: Penguin Books.

YEOMANS, K.A. (1976). Applied Statistics, London: Penguin .

YOUNG, R. K. and VELDMAN, D, J. (1977). Introductory Statistics for The Behavioral Science, New York : Halt, Rinehart and Sons.

YULE, G. U. and KENDALL, M. G. (1964). An Introduction to The Theory of Statistics, London: Grrffin .

ثبت المصطلحات

(A)

Accidental or Incedental Sample	عينة صدفة
Alpha Level	مستوى الفا (مستوى دلالة)
Analysis of Variance	تحليل تباين
Applied Statistics	احصاء تطبيقى
Arthmetic Mean	متوسط حسابى
Asymptotic	مقارب (منحنى مقارب)
Attribute	خاصيه أو صفه
Average	متوسط

(B)

Base Rate	معدل قاعدى
Bell-Shaped Curve	منحنى ذو شكل جرسى (المنحنى الاعتدالى)
Between Groups Variance	تباين بين المجموعات
Bimodal	ثنائى (منحنى)
Biserial (r_{bi})	معامل الارتباط الثنائى

(C)

Centile	مئين
Centile Rank	رتبه مئينيه
Central Tendancy	نزعه مركزيه
Characteristic	خاصيه
Chi Square (X^2)	كا٢
Cluster	تجمع
Coefficient of Alination	معامل الاغتراب
Coefficient of Concordance	معامل الاتساق
Coefficient of Determination	معامل التحدد

Concomitance	تلازم
Constant	ثابت
Contingency Coefficient (C)	معامل ارتباط التوافق
Continuous Distribution	توزيع متصل
Continuous Value	قيمة متصلة
Control Group	مجموعة ضابطة
Correlation	ارتباط
Correlation Ratio	نسبة الارتباط
Countable	قابل للعد
Covariation	تغاير مشترك
Criterion Analysis	تحليل المحك
Cross Table	جدول مزدوج
Cumulative Frequency	تكرار متجمع
Curve	منحنى
Curvelinear Correlation	ارتباط منحنى
Curve of Error	منحنى الخطأ (المنحنى الاعتدالى)
Curve of Laplace	منحنى لابلاس (المنحنى الاعتدالى)

(D)

Decimal	عشرى
De Moivr's Curve	منحنى دى مويفر (المنحنى الاعتدالى)
Dependant Variable	متغير تابع
Descriptive Statistics	احصاء وصفى
Deviated Standard Score	درجة معيارية انحرافية
Deviation from Average	انحراف عن المتوسط
Dichotomy	ثنائى
Discrete Value	قيمة متقطعة
Dispersion	تشتت

(E)

Error of Estimation	خطأ التقدير
Error of Prediction	خطأ التنبوء
Eta Coefficient	معامل ارتباط إيتا
Expected Frequancy	تكرار متوقع
Experimental group	مجموعة تجريبيه
Exponant	أس

(F)

Factor Analysis	تحليل عاملى
Finite portion	نسبه محدوده
First Quartile	الربيع الاول (الأدنى)
Fourfold Coefficient (phi)	معامل ارتباط فاى
Frame	اطار
Frequency	تكرار
Frequency Distribution	توزيع تكرارى
Function	داله

(G)

G. Score	الدرجة الجيميه (نوع من الدرجات المعيارية المعدلة)
Gaussian Curve	المنحنى الجوزى (المنحنى الاعتدالى)
Graph	تمثيل بيانى

(H)

Hetrogeneous	غير متجانس
Histogram	مدرج تكرارى
Homogeneous	متجانس
Hypothesis	فرض

(I)

Independant Variable	متغير مستقل
Index	مؤشر
Inductive	استقرائى
Inferential Statistics	احصاء استدلالى
Intelligence Quotient	نسبه ذكاء
Interaction	تفاعل
Interval	مسافة (أو طول الفئه)

(K)

Kurtosis	مفرطح

(L)

Laplace - Gausse Curve	منحنى لابلاس - جوز (المنحنى الاعدالى)
Leptokurtic	مدبب
Level	مستوى
Linear	مستقيم أو خطى
Lines of Regression	خطوط الانحدار

(M)

Magnitude	درجه أو مقدار
Main effect	تأثير رئيسى (فى تحليل التباين المزدوج)
Mathematical Model	نموذج رياضى
Mean	متوسط
Mean Deviation	انحراف متوسط
Mean Square (Ms)	متوسط المربعات (فى تحليل التباين)
Measurable	قابل للقياس
Measurs	قياسات
Median	وسيط

Midvalue	مركز الفئه
Mode	منوال
Multimodal	متعدد (منحنى متعدد القمم)
Multiple Correlation	ارتباط متعدد
Multiple Factors	عوامل متعدده

(N)

Negative Number	رقم سلبى
Negative skewness	التواء سالب
Non-probability	غير احتمالى
Normalizing	تحويل توزيع تجريبى الى توزيع اعتدالى
Normal law	القانون الاعتدالى
Normal Probability Curve	منحنى الاحتمالات الاعتدالى (المنحنى الاعتدالى)

(O)

Observed Frequancy	تكرار ملاحظ
Ogive	منحنى متجمع صاعد

(P)

Parameter	معلم
Parent population	مجتمع أصلى
Partial Correlation	ارتباط جزئى
Percentage	نسبة مئويه
Personal Equation	معادلة شخصية
Phi Correlation	معامل ارتباط فاى
Platykurtic	منحنى مستوى أو منبعج
Point Biserial Correlation	معامل الارتباط الثنائى الاصيل
Polygon	مضلع
Population	مجتمع

Proportion	نسبه
Positive Skewness	التواء موجب
Primary	اولى
Principal Componants	مكوناتاساسية
Probability	احتمال
Probability Sample	عينه احتماليه
Product Moment Correlation	معامل ارتباط العزوم (بيرسون)
purpositive Sample	عينه غرضية

(Q)

Qualiity	كيف
Quata Sample	عينه حصصيه

(R)

Randomization	عشوائيه (انتخاب عشوائى)
Random Numbers	ارقامعشوائيه
Range	مدى
Rank	رتبه
Rankable	قابل للترتيب
Rank order Correlation	معامل ارتباط الرتب
Receprocal	مقلوب العدد
Rectangular Distribution	توزيع مستطيل
Regression	انحدار
Regression Analysis	تحليل الانحدار
Regression Towards Mediocrity	انحدار نحو المتوسط

(S)

Sample	عينه
Sampling Statistic	احصاء العينات
Sampling Distribution	توزيع العينات

Scattergram	تخطيط انتشار
Scatterplot	جدول انتشار
Secondary	ثانوى
Semi-Interquartile Range	نصف المدى الربيعى
Significant	دال (جوهرى)
Simple Analysis of Variance	تحليل تباين بسيط (فى اتجاه واحد)
Simple Random Sample	عينه عشوائية بسيطه
Skew	التواء
Skewness	التواء
Slop	ميل (أو انحدار)
Specific Factor	عامل نوعى
Stanine	درجة تساعيه (نوع من الدرجات المعيارية المعدلة)
Standard Error of Measurment	الخطأ المعيارى للقياس
Standard Error of The Mean	الخطأ المعيارى للمتوسط
Standard Score	درجة معيارية
Standard Deviation	انحراف معيارى
Statistics	احصاء
Strata	طبقات
Stratified Sample	عينه طبقيه
Stratified Random Sample	عينه طبقية عشوائيه
Survey	مسح
Survey Research	بحث مسحى
Symmetrical	متماثل

(T)

T. Score	درجه تائيه (نوع من الدرجات المعيارية المعدلة)

Tachuprou Coefficient	معامل ارتباط تشيبرو
	(معامل ارتباط ثلاثى)
Target Population	مجتمع مستهدف
Tatrachoric Correlation	معامل الارتباط الرباعى
Tests of Significance	اختبارات الدلاله
Theory of Errors	نظرية الاخطاء
Third Quartile	الربيع الثالث (الاعلى)
Trait	سمه
Triserial Correlation	معامل الارتباط الثلاثى
Two Factor Theory	نظرية العاملين
Two way Analysis of Variance	تحليل تباين مزدوج (فى اتجاهين)

(U)

Universe	مجتمع (احصائى)

(V)

Variable	متغير
Variance	تباين
Variability	تغاير

(W)

Within Groups Variance	التباين داخل المجموعات

(Z)

Z. Score	درجة معياريه

فهرس الموضوعات

(أ)

(ب)(ت)

(ف) . (ق) . (ك) . (ل)

ملاحق

الجداول الاحصائية الاساسية

جدول (١) المربعات والجذر التربيعي ومقلوب الرقم وجذره للأرقام الصحيحة من ١ إلى ١٠٠٠

ن	$ن^{2}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{1}{ن}$	$\frac{1}{\sqrt{ن}}$
١	١	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
٢	٤	١,٤١٤٢	,٥٠٠٠٠٠	,٧٠٧١
٣	٩	١,٧٣٢١	,٣٣٣٣٣٣	,٥٧٧٤
٤	١٦	٢,٠٠٠٠	,٢٥٠٠٠٠	,٥٠٠٠
٥	٢٥	٢,٢٣٦١	,٢٠٠٠٠٠	,٤٤٧٢
٦	٣٦	٢,٤٤٩٥	١,٦٦٦٦٧	,٤٠٨٢
٧	٤٩	٢,٦٤٥٨	,١٢٤٨٥٧	,٤٧٨٠
٨	٦٤	٢,٨٢٨٤	,٢٥٠٠٠	,٣٥٣٦
٩	٨١	٣,٠٠٠٠	,١١١١١١	,٣٣٣٣
١٠	١٠٠	٣,١٦٢٣	,١٠٠٠٠٠	,٣١٦٢
١١	١٢١	٣,٣١٦٦	,٠٩٠٩٠٩	,٣٠١٥
١٢	١٤٤	٣,٤٦٤١	,٠٨٣٣٣٣	,٢٨٨٧
١٣	١٦٩	٣,٦٠٥٦	,٠٧٦٩٢٣	,٢٧٧٤
١٤	١٩٦	٣,٧٤١٧	,٠٧١٤٢٩	,٢٦٧٣
١٥	٢٢٥	٣,٨٧٣٠	,٠٦٦٦٦٧	,٢٥٨٢
١٦	٢٥٦	٤,٠٠٠٠	,٠٦٢٥٠٠	,٢٥٠٠
١٧	٢٨٩	٤,١٢٣١	,٠٥٨٨٢٤	,٢٤٢٥
١٨	٣٢٤	٤,٢٤٢٦	,٠٥٥٥٥٦	,٢٣٥٧
١٩	٣٦١	٤,٣٥٨٩	,٠٥٢٦٣٢	,٢٢٩٤
٢٠	٤٠٠	٤,٤٧٢١	,٠٥٠٠٠٠	,٢٢٣٦
٢١	٤٤١	٤,٥٨٢٦	,٠٤٧٦٢	,٢١٨٢
٢٢	٤٨٤	٤,٦٩٠٥	,٠٤٥٤٥٥	,٢١٣٢
٢٣	٥٢٩	٤,٧٩٥٨	,٠٤٣٤٧٨	,٢٠٨٥

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٢٤	٥٧٦	٤,٨٩٩٠	,٠٤١٦٦٧	,٢٠٤١
٢٥	٢٦٥	٥,٠٠٠٠	,٠٤٠٠٠٠	,٢٠٠٠
٢٦	٦٧٦	٥,٠٩٩٠	,٠٣٨٤٦٢	,١٩٦١
٢٧	٧٢٩	٥,١٩٦٢	,٠٣٧٠٣٧	,١٩٢٥
٢٨	٧٨٤	٥,٢٩١٥	,٠٣٥٧١٤	,١٨٩٠
٢٩	٨٤١	٥,٣٨٥٢	,٠٣٤٤٨٣	,١٨٥٧
٣٠	٩٠٠	٥,٤٧٧٢	,٠٣٣٣٣٣	,١٨٢٦
٣١	٩٦١	٥,٥٦٧٨	,٠٣٢٢٥٨	,١٧٩٦
٣٢	١٠٢٤	٥,٦٥٦٩	,٠٣١٢٥٠	,١٧٦٨
٣٣	١٠٨٩	٥,٧٤٤٦	,٠٣٠٣٠٣	,١٧٤١
٣٤	١١٥٦	٥,٨٣١٠	,٠٢٩٤١٢	,١٧١٥
٣٥	١٢٢٥	٥,٩١٦١	,٠٢٨٥٧١	,١٦٩٠
٣٦	١٢٩٦	٦,٠٠٠٠	,٠٢٧٧٧٨	,١٦٦٧
٣٧	١٣٦٩	٦,٠٨٢٨	,٠٢٧٠٢٧	,١٦٤٤
٣٨	١٤٤٤	٦,١٦٤٤	,٠٢٦٣١٦	,١٦٢٢
٣٩	١٥٢١	٦,٢٤٥٠	,٠٢٥٦٤١	,١٦٠١
٤٠	١٦٠٠	٦,٣٢٤٦	,٠٢٥٠٠٠	,١٥٨١
٤١	١٦٨١	٦,٤٠٣١	,٠٢٤٣٩٠	,١٥٦٢
٤٢	١٧٦٤	٦,٤٨٠٧	,٠٢٣٨١٠	,١٥٤٣
٤٣	١٨٤٩	٦,٥٥٧٤	,٠٢٣٢٥٦	,١٥٢٥
٤٤	١٩٣٦	٦,٦٣٣٢	,٠٢٢٧٢٧	,١٥٠٨
٤٥	٢٠٢٥	٦,٧٠٨٢	,٠٢٢٢٢٢	,١٤٩١
٤٦	٢١١٦	٦,٧٨٢٣	,٠٢١٧٣٩	,١٤٧٤
٤٧	٢٢٠٩	٦,٨٥٥٧	,٠٢١٢٧٧	,١٤٥٩
٤٨	٢٣٠٤	٦,٩٢٨٢	,٠٢٠٨٣٣	,١٤٤٣
٤٩	٢٤٠١	٧,٠٠٠٠	,٠٢٠٤٠٨	,١٤٢٩

تابع جدول (١)

ن	$\text{ن}^{٢}$	$\sqrt{\text{ن}}$	$\frac{١}{\text{ن}}$	$\frac{١}{\sqrt{\text{ن}}}$
٥٠	٢٥٠٠	٧,٠٧١١	,٠٢٠٠٠٠	,١٤١٤
٥١	٢٦٠١	٧,١٤١٤	,٠١٩٦٠٨	,١٤٠٠
٥٢	٢٧٠٤	٧,٢١١١	,٠١٩٢٣١	,١٣٨٧
٥٣	٢٨٠٩	٧,٢٨٠١	,٠١٨٨٦٨	,١٣٧٤
٥٤	٢٩١٦	٧,٣٤٨٥	,٠١٨٥١٩	,١٣٦١
٥٥	٣٠٢٥	٧,٤١٦٢	,٠١٨١٨٢	,١٣٤٨
٥٦	٣١٣٦	٧,٤٨٣٣	,٠١٧٨٥٧	,١٣٣٦
٥٧	٣٢٤٩	٧,٥٤٩٨	,٠١٧٥٤٤	,١٣٢٥
٥٨	٣٣٦٤	٧,٦١٥٨	,٠١٧٢٤١	,١٣١٣
٥٩	٣٤٨١	٧,٦٨١١	,٠١٦٩٤٩	,١٣٠٢
٦٠	٣٦٠٠	٧,٧٤٦٠	,٠١٦٦٦٧	,١٢٩١
٦١	٣٧٢١	٧,٨١٠٢	,٠١٦٣٩٣	,١٢٨٠
٦٢	٣٨٤٤	٧,٨٧٤٠	,٠١٦١٢٩	,١٢٧٠
٦٣	٣٩٦٩	٧,٩٣٧٣	,٠١٥٨٧٣	,١٣٦٠
٦٤	٤٠٩٦	٨,٠٠٠٠	,٠١٥٦٢٥	,١٢٥٠
٦٥	٤٢٢٥	٨,٠٦٢٣	,٠١٥٣٨٥	,١٢٤٠
٦٦	٤٣٥٦	٨,١٢٤٠	,٠١٥١٥٢	,١٢٣١
٦٧	٤٤٨٩	٨,١٨٥٤	,٠١٤٩٢٥	,١٢٢٢
٦٨	٤٦٢٤	٨,٢٤٦٢	,٠١٤٧٠٦	,١٢١٣
٦٩	٤٧٦١	٨,٣٠٦٦	,٠١٤٤٩٣	,١٢٠٤
٧٠	٤٩٠٠	٨,٣٦٦٦	,٠١٤٢٨٦	,١١٩٥
٧١	٥٠٤١	٨,٤٢٦١	,٠١٤٠٨٥	,١١٨٧
٧٢	٥١٨٤	٨,٤٨٥٣	,٠١٣٨٨٩	,١١٧٩
٧٣	٥٣٢٩	٨,٥٤٤٠	,٠١٣٦٩٩	,١١٧٠
٧٤	٥٤٧٦	٨,٦٠٢٣	,٠١٣٥١٤	,١١٦٢
٧٥	٥٦٢٥	٨,٦٦٠٣	,٠١٣٣٣٣	,١١٥٥

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٧٦	٥٧٧٦	٨,٧١٧٨	,٠١٣١٥٨	,١١٤٧
٧٧	٥٩٢٩	٨,٧٧٥٠	,٠١٢٩٨٧	,١١٤٠
٧٨	٦٠٨٤	٨,٨٣١٨	,٠١٢٨٢١	,١١٣٢
٧٩	٦٢٤١	٨,٨٨٨٢	,٠١٢٦٥٨	,١١٢٥
٨٠	٦٤٠٠	٨,٩٤٤٣	,٠١٢٥٠٠	,١١١٨
٨١	٦٥٦١	٩,٠٠٠٠	,٠١٢٣٤٦	,١١١١
٨٢	٦٧٢٤	٩,٠٥٥٤	,٠١٢١٩٥	,١١٠٤
٨٣	٦٨٨٩	٩,١١٠٤	,٠١٢٠٤٨	,١٠٩٨
٨٤	٧٠٥٦	٩,١٦٥٢	,٠١١٩٠٥	,١٠٩١
٨٥	٧٢٢٥	٩,٢١٩٥	,٠١١٧٦٥	,١٠٨٥
٨٦	٧٣٩٦	٩,٢٧٣٦	,٠١١٦٢٨	,١٠٧٨
٨٧	٧٥٦٩	٩,٣٢٧٤	,٠١١٤٩٤	,١٠٧٢
٨٨	٧٧٤٤	٩,٣٨٠٨	,٠١١٣٦٤	,١٠٦٦
٨٩	٧٩٢١	٩,٤٣٤٠	,٠١١٢٣٦	,١٠٦٠
٩٠	٨١٠٠	٩,٤٨٦٨	,٠١١١١١	,١٠٥٤
٩١	٨٢٨١	٩,٥٣٩٤	,٠١٠٩٨٩	,١٠٤٨
٩٢	٨٤٦٤	٩,٥٩١٧	,٠١٠٨٧٠	,١٠٤٣
٩٣	٨٦٤٩	٩,٦٤٣٧	,٠١٠٧٥٣	,١٠٣٧
٩٤	٨٨٣٦	٩,٦٩٥٤	,٠١٠٦٣٨	,١٠٣١
٩٥	٩٠٢٥	٩,٧٤٦٨	,٠١٠٥٢٦	,١٠٢٦
٩٦	٩٢١٦	٩,٧٩٨٠	,٠١٠٤١٧	,١٠٢١
٩٧	٩٤٠٩	٩,٨٤٨٩	,٠١٠٣٠٩	,١٠١٥
٩٨	٩٦٠٤	٩,٨٩٩٥	,٠١٠٢٠٤	,١٠١٠
٩٩	٩٨٠١	٩,٩٤٩٩	,٠١٠١٠١	,١٠٠٥
١٠٠	١٠٠٠٠	١٠,٠٠٠٠	,٠١٠٠٠٠	,١٠٠٠

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
١٠١	١٠٢٠١	١٠,٠٤٩٩	,٠٠٩٩٠١	,٠٩٩٥
١٠٢	١٠٤٠٤	١٠,٠٩٩٥	,٠٠٩٨٠٤	,٠٩٩٠
١٠٣	١٠٦٠٩	١٠,١٤٨٩	,٠٠٩٧٠٩	,٠٩٨٥
١٠٤	١٠٨١٦	١٠,١٩٨٠	,٠٠٩٦١٥	,٠٩٨١
١٠٥	١١٠٢٥	١٠,٢٤٧٠	,٠٠٩٥٢٤	,٠٩٧٦
١٠٦	١١٢٣٦	١٠,٢٩٥٦	,٠٠٩٤٣٤	,٠٩٧١
١٠٧	١١٤٤٩	١٠,٣٤٤١	,٠٠٩٣٤٦	,٠٩٦٧
١٠٨	١١٦٦٤	١٠,٣٩٢٣	,٠٠٩٢٥٩	,٠٩٦٢
١٠٩	١١٨٨١	١٠,٤٤٠٣	,٠٠٩١٧٤	,٠٩٥٨
١١٠	١٢١٠٠	١٠,٤٨٨١	,٠٠٩٠٩١	,٠٩٥٣
١١١	١٢٣٢١	١٠,٥٣٥٧	,٠٠٩٠٠٩	,٠٩٤٩
١١٢	١٢٥٤٤	١٠,٥٨٣٠	,٠٠٨٩٢٩	,٠٩٤٥
١١٣	١٢٧٦٩	١٠,٦٣٠١	,٠٠٨٨٥٠	,٠٩٤١
١١٤	١٢٩٩٦	١٠,٦٧٧١	,٠٠٨٧٧٢	,٠٩٣٧
١١٥	١٣٢٢٥	١٠,٧٢٣٨	,٠٠٨٦٩٦	,٠٩٣٣
١١٦	١٣٤٥٦	١٠,٧٧٠٣	,٠٠٨٦٢١	,٠٩٢٨
١١٧	١٣٦٨٩	١٠,٨١٦٧	,٠٠٨٥٤٧	,٠٩٢٥
١١٨	١٣٩٢٤	١٠,٨٦٢٨	,٠٠٨٤٧٥	,٠٩٢١
١١٩	١٤١٦١	١٠,٩٠٨٧	,٠٠٨٤٠٣	,٠٩١٧
١٢٠	١٤٤٠٠	١٠,٩٥٤٥	,٠٠٨٣٣٣	,٠٩١٣
١٢١	١٤٦٤١	١١,٠٠٠٠	,٠٠٨٢٦٤	,٠٩٠٩
١٢٢	١٤٨٨٤	١١,٠٤٥٤	,٠٠٨١٩٧	,٠٩٠٥
١٢٣	١٥١٢٩	١١,٠٩٠٥	,٠٠٨١٣٠	,٠٩٠٢
١٢٤	١٥٣٧٦	١١,١٣٥٥	,٠٠٨٠٦٥	,٠٨٩٨
١٢٥	١٥٦٢٥	١١,١٨٠٣	,٠٠٨٠٠٠	,٠٨٩٤

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
١٢٦	١٥٨٧٦	١١,٢٢٥٠	,٠٠٧٩٣٧	,٠٨٩١
١٢٧	١٦١٢٩	١١,٢٦٩٤	,٠٠٧٨٧٤	,٠٨٨٧
١٢٨	١٦٣٨٤	١١,٣١٣٧	,٠٠٧٨١٣	,٠٨٨٤
١٢٩	١٦٦٤١	١١,٣٥٧٨	,٠٠٧٧٥٢	,٠٨٨٠
١٣٠	١٦٩٠٠	١١,٤٠١٨	,٠٠٧٦٩٢	,٠٨٧٧
١٣١	١٧١٦١	١١,٤٤٥٥	,٠٠٧٦٣٤	,٠٨٧٤
١٣٢	١٧٤٢٤	١١,٤٨٩١	,٠٠٧٥٧٦	,٠٨٧٠
١٣٣	١٧٦٨٩	١١,٥٣٢٦	,٠٠٧٥١٩	,٠٨٦٧
١٣٤	١٧٩٥٦	١١,٥٧٥٨	,٠٠٧٤٦٣	,٠٨٦٤
١٣٥	١٨٢٢٥	١١,٦١٩٠	,٠٠٧٤٠٧	,٠٨٦١
١٣٦	١٨٤٩٦	١١,٦٦١٩	,٠٠٧٣٥٣	,٠٨٥٧
١٣٧	١٨٧٦٩	١١,٧٠٤٧	,٠٠٧٢٩٩	,٠٨٥٤
١٣٨	١٩٠٤٤	١١,٧٤٧٣	,٠٠٧٢٤٦	,٠٨٥١
١٣٩	١٩٣٢١	١١,٧٨٩٨	,٠٠٧١٩٤	,٠٨٤٨
١٤٠	١٩٦٠٠	١١,٨٣٢٢	,٠٠٧١٤٣	,٠٨٤٥
١٤١	١٩٨٨١	١١,٨٧٤٣	,٠٠٧٠٩٢	,٠٨٤٢
١٤٢	٢٠١٦٤	١١,٩١٦٤	,٠٠٧٠٤٢	,٠٨٣٩
١٤٣	٢٠٤٤٩	١١,٩٥٨٣	,٠٠٦٩٩٣	,٠٨٣٦
١٤٤	٢٠٧٣٦	١٢,٠٠٠٠	,٠٠٦٩٤٤	,٠٨٣٣
١٤٥	٢١٠٢٥	١٢,٠٤١٦	,٠٠٦٨٩٧	,٠٨٣٠
١٤٦	٢١٣١٦	١٢,٠٨٣٠	,٠٠٦٨٤٩	,٠٨٢٨
١٤٧	٢١٦٠٩	١٢,١٢٤٤	,٠٠٦٨٠٣	,٠٨٢٥
١٤٨	٢١٩٠٤	١٢,١٦٥٥	,٠٠٦٧٥٧	,٠٨٢٢
١٤٩	٢٢٢٠١	١٢,٢٠٦٦	,٠٠٦٧١١	,٠٨١٩
١٥٠	٢٢٥٠٠	١٢,٢٤٧٤	,٠٠٦٦٦٧	,٠٨١٦

تابع جدول (١)

ن	$\text{ن}^{٢}$	$\sqrt{\text{ن}}$	$\frac{١}{\text{ن}}$	$\frac{١}{\sqrt{\text{ن}}}$
١٥١	٢٢٨٠١	١٢,٢٨٨٢	,٠٠٦٦٢٣	,٠٨١٤
١٥٢	٢٣١٠٤	١٢,٣٢٨٨	,٠٠٦٥٧٩	,٠٨١١
١٥٣	٢٣٤٠٩	١٢,٣٦٩٣	,٠٠٦٥٣٦	,٠٨٠٨
١٥٤	٢٣٧١٦	١٢,٤٠٩٧	,٠٠٦٤٩٤	,٠٨٠٦
١٥٥	٢٤٠٢٥	١٢,٤٤٩٩	,٠٠٦٤٥٢	,٠٨٠٣
١٥٦	٢٤٣٣٦	١٢,٤٩٠٠	,٠٠٦٤١٠	,٠٨٠١
١٥٧	٢٤٦٤٩	١٢,٥٣٠٠	,٠٠٦٣٦٩	,٠٧٩٨
١٥٨	٢٤٩٦٤	١٢,٥٦٩٨	,٠٠٦٣٢٩	,٠٧٩٦
١٥٩	٢٥٢٨١	١٢,٦٠٩٥	,٠٠٦٢٨٩	,٠٧٩٣
١٦٠	٢٥٦٠٠	١٢,٦٤٩١	,٠٠٦٢٥٠	,٠٧٩١
١٦١	٢٥٩٢١	١٢,٦٨٨٦	,٠٠٦٢١١	,٠٧٨٨
١٦٢	٢٦٢٤٤	١٢,٧٢٧٩	,٠٠٦١٧٣	,٠٧٨٦
١٦٣	٢٦٥٦٩	١٢,٧٦٧١	,٠٠٦١٣٥	,٠٧٨٣
١٦٤	٢٦٨٩٦	١٢,٨٠٦٢	,٠٠٦٠٩٨	,٠٧٨١
١٦٥	٢٧٢٢٥	١٢,٨٤٥٢	,٠٠٦٠٦١	,٠٧٧٨
١٦٦	٢٧٥٥٦	١٢,٨٨٤١	,٠٠٦٠٢٤	,٠٧٧٦
١٦٧	٢٧٨٨٩	١٢,٩٢٢٨	,٠٠٥٩٨٨	,٠٧٧٤
١٦٨	٢٨٢٢٤	١٢,٩٦١٥	,٠٠٥٩٥٢	,٠٧٧٢
١٦٩	٢٨٥٦١	١٣,٠٠٠٠	,٠٠٥٩١٧	,٠٧٦٩
١٧٠	٢٨٩٠٠	١٣,٠٣٨٤	,٠٠٥٨٨٢	,٠٧٦٧
١٧١	٢٩٢٤١	١٣,٠٧٦٧	,٠٠٥٨٤٨	,٠٧٦٥
١٧٢	٢٩٥٨٤	١٣,١١٤٩	,٠٠٥٨١٤	,٠٧٦٢
١٧٣	٢٩٩٢٩	١٣,١٥٢٩	,٠٠٥٧٨٠	,٠٧٦٠
١٧٤	٣٠٢٧٦	١٣,١٩٠٩	,٠٠٥٧٤٧	,٠٧٥٨
١٧٥	٣٠٦٢٥	١٣,٢٢٨٨	,٠٠٥٧١٤	,٠٧٥٦

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
١٧٦	٣٠٩٧٦	١٣,٢٦٦٥	,٠٠٥٦٨٢	,٠٧٥٤
١٧٧	٣١٣٢٩	١٣,٣٠٤١	,٠٠٥٦٥٠	,٠٧٥٢
١٧٨	٣١٦٨٤	١٣,٣٤١٧	,٠٠٥٦١٨	,٠٧٥٠
١٧٩	٣٢٠٤١	١٣,٣٧٩١	,٠٠٥٥٨٧	,٠٧٤٧
١٨٠	٣٢٤٠٠	١٣,٤١٦٤	,٠٠٥٥٥٦	,٠٧٤٥
١٨١	٣٢٧٦١	١٣,٤٥٣٦	,٠٠٥٥٢٥	,٠٧٤٣
١٨٢	٣٣١٢٤	١٣,٤٩٠٧	,٠٠٥٤٩٥	,٠٧٤١
١٨٣	٣٣٤٨٩	١٣,٥٢٧٧	,٠٠٥٤٦٤	,٠٧٣٩
١٨٤	٣٣٨٥٦	١٣,٥٦٤٧	,٠٠٥٤٣٥	,٠٧٣٧
١٨٥	٣٤٢٢٥	١٣,٦٠١٥	,٠٠٥٤٠٥	,٠٧٣٥
١٨٦	٣٤٥٩٦	١٣,٦٣٨٢	,٠٠٥٣٧٦	,٠٧٣٣
١٨٧	٣٤٩٦٩	١٣,٦٧٤٨	,٠٠٥٣٤٨	,٠٧٣١
١٨٨	٣٥٣٤٤	١٣,٧١١٣	,٠٠٥٣١٩	,٠٧٢٩
١٨٩	٣٥٧٢١	١٣,٧٤٧٧	,٠٠٥٢٩١	,٠٧٢٧
١٩٠	٣٦١٠٠	١٣,٧٨٤٠	,٠٠٥٢٦٣	,٠٧٢٥
١٩١	٣٦٤٨١	١٣,٨٢٠٣	,٠٠٥٢٣٦	,٠٧٢٤
١٩٢	٣٦٨٦٤	١٣,٨٥٦٤	,٠٠٥٢٠٨	,٠٧٢٢
١٩٣	٣٧٢٤٩	١٣,٨٩٢٤	,٠٠٥١٨١	,٠٧٢٠
١٩٤	٣٧٦٣٦	١٣,٩٢٨٤	,٠٠٥١٥٥	,٠٧١٨
١٩٥	٣٨٠٢٥	١٣,٩٦٤٢	,٠٠٥١٢٨	,٠٧١٦
١٩٦	٣٨٤١٦	١٤,٠٠٠٠	,٠٠٥١٠٢	,٠٧١٤
١٩٧	٣٨٨٠٩	١٤,٠٣٥٧	,٠٠٥٠٧٦	,٠٧١٢
١٩٨	٣٩٢٠٤	١٤,٠٧١٢	,٠٠٥٠٥١	,٠٧١١
١٩٩	٣٩٦٠١	١٤,١٠٦٧	,٠٠٥٠٢٥	,٠٧٠٩
٢٠٠	٤٠٠٠٠	١٤,١٤٢١	,٠٠٥٠٠٠	,٠٧٠٧

تابع جدول (١)

ن	ن^{2}	$\sqrt{ن}$	$\frac{1}{ن}$	$\frac{1}{\sqrt{ن}}$
٢٠١	٤٠٤٠١	١٤,١٧٧٤	,٠٠٤٩٧٥	,٠٧٠٥
٢٠٢	٤٠٨٠٤	١٢,٢١٢٧	,٠٠٤٩٥٠	,٠٧٠٤
٢٠٣	٤١٢٠٩	١٤,٢٤٧٨	,٠٠٤٩٢٦	,٠٧٠٢
٢٠٤	٤١٦١٦	١٤,٢٨٢٩	,٠٠٤٩٠٢	,٠٧٠٠
٢٠٥	٤٢٠٢٥	١٤,٣١٧٨	,٠٠٤٨٧٨	,٠٦٩٨
٢٠٦	٤٢٤٣٦	١٤,٣٥٢٧	,٠٠٤٨٥٤	,٠٦٩٧
٢٠٧	٤٢٨٤٩	١٤,٣٨٧٥	,٠٠٤٨٣١	,٠٦٩٥
٢٠٨	٤٣٢٦٤	١٤,٤٢٢٢	,٠٠٤٨٠٨	,٠٦٩٣
٢٠٩	٤٣٦٨١	١٤,٤٥٦٨	,٠٠٤٧٨٥	,٠٦٩٢
٢١٠	٤٤١٠٠	١٤,٤٩١٤	,٠٠٤٧٦٢	,٠٦٩٠
٢١١	٤٤٥٢١	١٤,٥٢٥٨	,٠٠٤٧٣٩	,٠٦٨٨
٢١٢	٤٤٩٤٤	١٤,٥٦٠٢	,٠٠٤٧١٧	,٠٦٨٧
٢١٣	٤٥٣٦٩	١٤,٥٩٤٥	,٠٠٤٦٩٥	,٠٦٨٥
٢١٤	٤٥٧٩٦	١٤,٦٢٨٧	,٠٠٤٦٧٣	,٠٦٨٤
٢١٥	٤٦٢٢٥	١٤,٦٦٢٩	,٠٠٤٦٥١	,٠٦٨٢
٢١٦	٤٦٦٥٦	١٤,٦٩٦٩	,٠٠٤٦٣٠	,٠٦٨٠
٢١٧	٤٧٠٨٩	١٤,٧٣٠٩	,٠٠٤٦٠٨	,٠٦٧٩
٢١٨	٤٧٥٢٤	١٤,٧٦٤٨	,٠٠٤٥٨٧	,٠٦٧٧
٢١٩	٤٧٩٦١	١٤,٧٩٨٦	,٠٠٤٥٦٦	,٠٦٧٦
٢٢٠	٤٨٤٠٠	١٤,٨٣٢٤	,٠٠٤٥٤٥	,٠٦٧٤
٢٢١	٤٨٨٤١	١٤,٨٦٦١	,٠٠٤٥٢٥	,٠٦٧٣
٢٢٢	٤٩٢٨٤	١٤,٨٩٩٧	,٠٠٤٥٠٥	,٠٦٧١
٢٢٣	٤٩٧٢٩	١٤,٩٣٣٢	,٠٠٤٤٨٤	,٠٦٧٠
٢٢٤	٥٠١٧٦	١٤,٩٦٦٦	,٠٠٤٤٦٤	,٠٦٦٨
٢٢٥	٥٠٦٢٥	١٥,٠٠٠٠	,٠٠٤٤٤٤	,٠٦٦٧

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٢٢٦	٥١٠٧٦	١٥,٠٣٣٣	,٠٠٤٤٢٥	,٠٦٦٥
٢٢٧	٥١٥٢٩	١٥,٠٦٦٥	,٠٠٤٤٠٥	,٠٦٦٤
٢٢٨	٥١٩٨٤	١٥,٠٩٩٧	,٠٠٤٣٨٦	,٠٦٦٢
٢٢٩	٥٢٤٤١	١٥,١٣٢٧	,٠٠٤٣٦٧	,٠٦٦١
٢٣٠	٥٢٩٠٠	١٥,١٦٥٨	,٠٠٤٣٤٨	,٠٦٥٩
٢٣١	٥٣٣٦١	١٥,١٩٨٧	,٠٠٤٣٢٩	,٠٦٥٨
٢٣٢	٥٣٨٢٤	١٥,٢٣١٥	,٠٠٤٣١٠	,٠٦٥٧
٢٣٣	٥٤٢٨٩	١٥,٢٦٤٣	,٠٠٤٢٩٢	,٠٦٥٥
٢٣٤	٥٤٧٥٦	١٥,٢٩٧١	,٠٠٤٢٧٤	,٠٦٥٤
٢٣٥	٥٥٢٢٥	١٥,٣٢٩٧	,٠٠٤٢٥٥	,٠٦٥٢
٢٣٦	٥٥٦٩٦	١٥,٣٦٢٣	,٠٠٤٢٣٧	,٠٦٥١
٢٣٧	٥٦١٦٩	١٥,٣٩٤٨	,٠٠٤٢١٩	,٠٦٥٠
٢٣٨	٥٦٦٤٤	١٥,٤٢٧٢	,٠٠٤٢٠٢	,٠٦٤٨
٢٣٩	٥٧١٢١	١٥,٤٥٩٦	,٠٠٤١٨٤	,٠٦٤٧
٢٤٠	٥٧٦٠٠	١٥,٤٩١٩	,٠٠٤١٦٧	,٠٦٤٥
٢٤١	٥٨٠٨١	١٥,٥٢٤٢	,٠٠٤١٤٩	,٠٦٤٤
٢٤٢	٥٨٥٦٤	١٥,٥٥٦٣	,٠٠٤١٣٢	,٠٦٤٣
٢٤٣	٥٩٠٤٩	١٥,٥٨٨٥	,٠٠٤١١٥	,٠٦٤٢
٢٤٤	٥٩٥٣٦	١٥,٦٢٠٥	,٠٠٤٠٩٨	,٠٦٤٠
٢٤٥	٦٠٠٢٥	١٥,٦٥٢٥	,٠٠٤٠٨٢	,٠٦٣٩
٢٤٦	٦٠٥١٦	١٥,٦٨٤٤	,٠٠٤٠٦٥	,٠٦٣٨
٢٤٧	٦١٠٠٩	١٥,٧١٦٢	,٠٠٤٠٤٩	,٠٦٣٦
٢٤٨	٦١٥٠٤	١٥,٧٤٨٠	,٠٠٤٠٣٢	,٠٦٣٥
٢٤٩	٦٢٠٠١	١٥,٧٧٩٧	,٠٠٤٠١٦	,٠٦٣٤
٢٥٠	٦٢٥٠٠	١٥,٨١١٤	,٠٠٤٠٠٠	,٠٦٣٢

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٢٥١	٦٣٠٠١	١٥,٨٤٣٠	,٠٠٣٩٨٤	,٠٦٣١
٢٥٢	٦٣٥٠٤	١٥,٨٧٤٥	,٠٠٣٩٦٨	,٠٦٣٠
٢٥٣	٦٤٠٠٩	١٥,٩٠٦٠	,٠٠٣٩٥٣	,٠٦٢٩
٢٥٤	٦٤٥١٦	١٥,٩٣٧٤	,٠٠٣٩٣٧	,٠٦٢٧
٢٥٥	٦٥٠٢٥	١٥,٩٦٨٧	,٠٠٣٩٢٢	,٠٦٢٦
٢٥٦	٦٥٥٣٦	١٦,٠٠٠٠	,٠٠٣٩٠٦	,٠٦٢٥
٢٥٧	٦٦٠٤٩	١٦,٠٣١٢	,٠٠٣٨٩١	,٠٦٢٤
٢٥٨	٦٦٥٦٤	١٦,٠٦٢٤	,٠٠٣٨٧٦	,٠٦٢٣
٢٥٩	٦٧٠٨١	١٦,٠٩٣٥	,٠٠٣٨٦١	,٠٦٢١
٢٦٠	٦٧٦٠٠	١٦,١٢٤٥	,٠٠٣٨٤٦	,٠٦٢٠
٢٦١	٦٨١٢١	١٦,١٥٥٥	,٠٠٣٨٣١	,٠٦١٩
٢٦٢	٦٨٦٤٤	١٦,١٨٦٤	,٠٠٣٨١٧	,٠٦١٨
٢٦٣	٦٩١٦٩	١٦,٢١٧٣	,٠٠٣٨٠٢	,٠٦١٧
٢٦٤	٦٩٦٩٦	١٦,٢٤٨١	,٠٠٣٧٨٨	,٠٦١٥
٢٦٥	٧٠٢٢٥	١٦,٢٧٨٨	,٠٠٣٧٧٤	,٠٦١٤
٢٦٦	٧٠٧٥٦	١٦,٣٠٩٥	,٠٠٣٧٥٩	,٠٦١٣
٢٦٧	٧١٢٨٩	١٦,٣٤٠١	,٠٠٣٧٤٥	,٠٦١٢
٢٦٨	٧١٨٢٤	١٦,٣٧٠٧	,٠٠٣٧٣١	,٠٦١١
٢٦٩	٧٢٣٦١	١٦,٤٠١٢	,٠٠٣٧١٧	,٠٦١٠
٢٧٠	٧٢٩٠٠	١٦,٤٣١٧	,٠٠٣٧٠٤	,٠٦٠٩
٢٧١	٧٣٤٤١	١٦,٤٦٢١	,٠٠٣٦٩٠	,٠٦٠٧
٢٧٢	٧٣٩٨٤	١٦,٤٩٢٤	,٠٠٣٦٧٦	,٠٦٠٦
٢٧٣	٧٤٥٢٩	١٦,٥٢٢٧	,٠٠٣٦٦٣	,٠٦٠٥
٢٧٤	٧٥٠٧٦	١٦,٥٥٢٩	,٠٠٣٦٥٠	,٠٦٠٤
٢٧٥	٧٥٦٢٥	١٦,٥٨٣١	,٠٠٣٦٣٦	,٠٦٠٣

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٢٧٦	٧٦١٧٦	١٦,٦١٣٢	,٠٠٣٦٢٣	,٠٦٠٢
٢٧٧	٧٦٧٢٩	١٦,٦٤٣٣	,٠٠٣٦١٠	,٠٦٠١
٢٧٨	٧٧٢٨٤	١٦,٦٧٣٣	,٠٠٣٥٩٧	,٠٦٠٠
٢٧٩	٧٧٨٤١	١٦,٧٠٣٣	,٠٠٣٥٨٤	,٠٥٩٩
٢٨٠	٧٨٤٠٠	١٦,٧٣٣٢	,٠٠٣٥٧١	,٠٥٩٨
٢٨١	٧٨٩٦١	١٦,٧٦٣١	,٠٠٣٥٥٩	,٠٥٩٧
٢٨٢	٧٩٥٢٤	١٦,٧٩٢٩	,٠٠٣٥٤٦	,٠٥٩٥
٢٨٣	٨٠٠٨٩	١٦,٨٢٢٦	,٠٠٣٥٣٤	,٠٥٩٤
٢٨٤	٨٠٦٥٦	١٦,٨٥٢٣	,٠٠٣٥٢١	,٠٥٩٣
٢٨٥	٨١٢٢٥	١٦,٨٨١٩	,٠٠٣٥٠٩	,٠٥٩٢
٢٨٦	٨١٧٩٦	١٦,٩١١٥	,٠٠٣٤٩٧	,٠٥٩١
٢٨٧	٨٢٣٦٩	١٦,٩٤١١	,٠٠٣٤٨٤	,٠٥٩٠
٢٨٨	٨٢٩٤٤	١٦,٩٧٠٦	,٠٠٣٤٧٢	,٠٥٨٩
٢٨٩	٨٣٥٢١	١٧,٠٠٠٠	,٠٠٣٤٦٠	,٠٥٨٨
٢٩٠	٨٤١٠٠	١٧,٠٢٩٤	,٠٠٣٤٤٨	,٠٥٨٧
٢٩١	٨٤٦٨١	١٧,٠٥٨٧	,٠٠٣٤٣٦	,٠٥٨٦
٢٩٢	٨٥٢٦٤	١٧,٠٨٨٥	,٠٠٣٤٢٥	,٠٥٨٥
٢٩٣	٨٥٨٤٩	١٧,١١٧٢	,٠٠٣٤١٣	,٠٥٨٤
٢٩٤	٨٦٤٣٦	١٧,١٤٦٤	,٠٠٣٤٠١	,٠٥٨٣
٢٩٥	٨٧٠٢٥	١٧,١٧٥٦	,٠٠٣٣٩٠	,٠٥٨٢
٢٩٦	٨٧٦١٦	١٧,٢٠٤٧	,٠٠٣٣٧٨	,٠٥٨١
٢٩٧	٨٨٢٠٩	١٧,٢٣٣٧	,٠٠٣٣٦٧	,٠٥٨٠
٢٩٨	٨٨٨٠٤	١٧,٢٦٢٧	,٠٠٣٣٥٦	,٠٥٧٩
٢٩٩	٨٩٤٠١	١٧,٢٩١٦	,٠٠٣٣٤٤	,٠٥٧٨
٣٠٠	٩٠٠٠٠	١٧,٣٢٠٥	,٠٠٣٣٣٣	,٠٥٧٧

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٣٠١	٩٠٦٠١	١٧,٣٤٩٤	,٠٠٣٣٢٢	,٠٥٧٦
٣٠٢	٩١٢٠٤	١٧,٣٧٨١	,٠٠٣٣١١	,٠٥٧٥
٣٠٣	٩١٨٠٩	١٧,٤٠٦٩	,٠٠٣٣٠٠	,٠٥٧٤
٣٠٤	٩٢٤١٦	١٧,٤٣٥٦	,٠٠٣٢٨٩	,٠٥٧٤
٣٠٥	٩٣٠٢٥	١٧,٤٦٤٢	,٠٠٣٢٧٩	,٠٥٧٣
٣٠٦	٩٣٦٣٦	١٧,٤٩٢٩	,٠٠٣٢٦٨	,٠٥٧٢
٣٠٧	٩٤٢٤٩	١٧,٥٢١٤	,٠٠٣٢٥٧	,٠٥٧١
٣٠٨	٩٤٨٦٤	١٧,٥٤٩٩	,٠٠٣٢٤٧	,٠٥٧٠
٣٠٩	٩٥٤٨١	١٧,٥٧٨٤	,٠٠٣٢٣٦	,٠٥٦٩
٣١٠	٩٦١٠٠	١٧,٦٠٦٨	,٠٠٣٢٢٦	,٠٥٦٨
٣١١	٩٦٧٢١	١٧,٦٣٥٢	,٠٠٣٢١٥	,٠٥٦٧
٣١٢	٩٧٣٤٤	١٧,٦٦٣٥	,٠٠٣٢٠٥	,٠٥٦٦
٣١٣	٩٧٩٦٩	١٧,٦٩١٨	,٠٠٣١٩٥	,٠٥٦٥
٣١٤	٩٨٥٩٦	١٧,٧٢٠٠	,٠٠٣١٨٥	,٠٥٦٤
٣١٥	٩٩٢٢٥	١٧,٧٤٨٢	,٠٠٣١٧٥	,٠٥٦٣
٣١٦	٩٩٨٥٦	١٧,٧٧٦٤	,٠٠٣١٦٥	,٠٥٦٣
٣١٧	١٠٠٤٨٩	١٧,٨٠٤٥	,٠٠٣١٥٥	,٠٥٦٢
٣١٨	١٠١١٢٤	١٧,٨٣٢٦	,٠٠٣١٤٥	,٠٥٦١
٣١٩	١٠١٧٦١	١٧,٨٦٠٦	,٠٠٣١٣٥	,٠٥٦٠
٣٢٠	١٠٢٤٠٠	١٧,٨٨٨٥	,٠٠٣١٢٥	,٠٥٥٩
٣٢١	١٠٣٠٤١	١٧,٩١٦٥	,٠٠٣١١٥	,٠٥٥٨
٣٢٢	١٠٣٦٨٤	١٧,٩٤٤٤	,٠٠٣١٠٦	,٠٥٥٧
٣٢٣	١٠٤٣٢٩	١٧,٩٧٢٢	,٠٠٣٠٩٦	,٠٥٥٦
٣٢٤	١٠٤٩٧٦	١٨,٠٠٠٠	,٠٠٣٠٨٦	,٠٥٥٦
٣٢٥	١٠٥٦٢٥	١٨,٠٢٧٨	,٠٠٣٠٧٧	,٠٥٥٥

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٣٢٦	١٠٦٢٧٦	١٨,٠٥٥٥	,٠٠٣٠٦٧	,٠٥٥٤
٣٢٧	١٠٦٩٢٩	١٨,٠٨٣١	,٠٠٣٠٥٨	,٠٥٥٣
٣٢٨	١٠٧٥٨٤	١٨,١١٠٨	,٠٠٣٠٤٩	,٠٥٥٢
٣٢٩	١٠٨٢٤١	١٨,١٣٨٤	,٠٠٣٠٤٠	,٠٥٥١
٣٣٠	١٠٨٩٠٠	١٨,١٦٥٩	,٠٠٣٠٣٠	,٠٥٥٠
٣٣١	١٠٩٥٦١	١٨,١٩٣٤	,٠٠٣٠٢١	,٠٥٥٠
٣٣٢	١١٠٢٢٤	١٨,٢٢٠٩	,٠٠٣٠١٢	,٠٥٤٩
٣٣٣	١١٠٨٨٩	١٨,٢٤٨٣	,٠٠٣٠٠٣	,٠٥٤٨
٣٣٤	١١١٥٥٦	١٨,٢٧٥٧	,٠٠٢٩٩٤	,٠٥٤٧
٣٣٥	١١٢٢٢٥	١٨,٢٠٣٠	,٠٠٢٩٨٥	,٠٥٤٦
٣٣٦	١١٢٨٩٦	١٨,٣٣٠٣	,٠٠٢٩٧٦	,٠٥٤٦
٣٣٧	١١٣٥٦٩	١٨,٣٥٧٦	,٠٠٢٩٦٧	,٠٥٤٥
٣٣٨	١١٤٢٤٤	١٨,٣٨٤٨	,٠٠٢٩٥٩	,٠٥٤٤
٣٣٩	١١٤٩٢١	١٨,٤١٢٠	,٠٠٢٩٥٠	,٠٥٤٣
٣٤٠	١١٥٦٠٠	١٨,٤٣٩١	,٠٠٢٩٤١	,٠٥٤٢
٣٤١	١١٦٢٨١	١٨,٤٦٦٢	,٠٠٢٩٣٣	,٠٥٤٢
٣٤٢	١١٦٩٦٤	١٨,٤٩٣٢	,٠٠٢٩٢٤	,٠٥٤١
٣٤٣	١١٧٦٤٩	١٨,٥٢٠٣	,٠٠٢٩١٥	,٠٥٤٠
٣٤٤	١١٨٣٣٦	١٨,٥٤٧٢	,٠٠٢٩٠٧	,٠٥٣٩
٣٤٥	١١٩٠٢٥	١٨,٥٧٤٢	,٠٠٢٨٩٩	,٠٥٣٨
٣٤٦	١١٩٧١٦	١٨,٦٠١١	,٠٠٢٨٩٠	,٠٥٣٨
٣٤٧	١٢٠٤٠٩	١٨,٦٢٧٩	,٠٠٢٨٨٢	,٠٥٣٧
٣٤٨	١٢١١٠٤	١٨,٦٥٤٨	,٠٠٢٨٧٤	,٠٥٣٦
٣٤٩	١٢١٨٠١	١٨,٦٨١٥	,٠٠٢٨٦٥	,٠٥٣٥
٣٥٠	١٢٢٥٠٠	١٨,٧٠٨٣	,٠٠٢٨٥٧	,٠٥٣٥

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٣٥١	١٢٣٢٠١	١٨,٧٣٥٠	,٠٠٢٨٤٩	,٠٥٣٤
٣٥٢	١٢٣٩٠٤	١٨,٧٦١٧	,٠٠٢٨٤١	,٠٥٣٣
٣٥٣	١٢٤٦٠٩	١٨,٧٨٨٣	,٠٠٢٨٣٣	,٠٥٣٢
٣٥٤	١٢٥٣١٦	١٨,٨١٤٩	,٠٠٢٨٢٥	,٠٥٣١
٣٥٥	١٢٦٠٢٥	١٨,٨٤١٤	,٠٠٢٨١٧	,٠٥٣١
٣٥٦	١٢٦٧٣٦	١٨,٨٦٨٠	,٠٠٢٨٠٩	,٠٥٣٠
٣٥٧	١٢٧٤٤٩	١٨,٨٩٤٤	,٠٠٢٨٠١	,٠٥٢٩
٣٥٨	١٢٨١٦٤	١٨,٩٢٠٩	,٠٠٢٧٩٣	,٠٥٢٩
٣٥٩	١٢٨٨٨١	١٨,٩٤٧٣	,٠٠٢٧٨٦	,٠٥٢٨
٣٦٠	١٢٩٦٠٠	١٨,٩٧٣٧	,٠٠٢٧٧٨	,٠٥٢٧
٣٦١	١٣٠٣٢١	١٩,٠٠٠٠	,٠٠٢٧٧٠	,٠٥٢٦
٣٦٢	١٣١٠٤٤	١٩,٠٢٦٣	,٠٠٢٧٦٢	,٠٥٢٦
٣٦٣	١٣١٧٦٩	١٩,٠٥٢٦	,٠٠٢٧٥٥	,٠٥٢٥
٣٦٤	١٣٢٤٩٦	١٩,٠٧٨٨	,٠٠٢٧٤٧	,٠٥٢٤
٣٦٥	١٣٣٢٢٥	١٩,١٠٥٠	,٠٠٢٧٤٠	,٠٥٢٣
٣٦٦	١٣٣٩٥٦	١٩,١٣١١	,٠٠٢٧٣٢	,٠٥٢٣
٣٦٧	١٣٤٦٨٩	١٩,١٥٧٢	,٠٠٢٧٢٥	,٠٥٢٢
٣٦٨	١٣٥٤٢٤	١٩,١٨٣٣	,٠٠٢٧١٧	,٠٥٢١
٣٦٩	١٣٦١٦١	١٩,٢٠٩٤	,٠٠٢٧١٠	,٠٥٢١
٣٧٠	١٣٦٩٠٠	١٩,٢٣٥٤	,٠٠٢٧٠٣	,٠٥٢٠
٣٧١	١٣٧٦٤١	١٩,٢٦١٤	,٠٠٢٦٩٥	,٠٥١٩
٣٧٢	١٣٨٣٨٤	١٩,٢٨٧٣	,٠٠٢٦٨٨	,٠٥١٨
٣٧٣	١٣٩١٢٩	١٩,٣١٣٢	,٠٠٢٦٨١	,٠٥١٨
٣٧٤	١٣٩٨٧٦	١٩,٣٣٩١	,٠٠٢٦٧٤	,٠٥١٧
٣٧٥	١٤٠٦٢٥	١٩,٣٦٤٩	,٠٠٢٦٦٧	,٠٥١٦

تابع جدول (١)

ن	$ن^2$	$\sqrt{ن}$	$\frac{1}{ن}$	$\frac{1}{\sqrt{ن}}$
٣٧٦	١٤١٣٧٦	١٩,٣٩٠٧	,٠٠٢٦٦٠	,٠٥١٦
٣٧٧	١٤٢١٢٩	١٩,٤١٦٥	,٠٠٢٦٥٣	,٠٥١٥
٣٧٨	١٤٢٨٨٤	١٩,٤٤٢٢	,٠٠٢٦٤٦	,٠٥١٤
٣٧٩	١٤٣٦٤١	١٩,٤٦٧٩	,٠٠٢٦٣٩	,٠٥١٤
٣٨٠	١٤٤٤٠٠	١٩,٤٩٣٦	,٠٠٢٦٣٢	,٠٥١٣
٣٨١	١٤٥١٦١	١٩,٥١٩٢	,٠٠٢٦٢٥	,٠٥١٢
٣٨٢	١٤٥٩٢٤	١٩,٥٤٤٨	,٠٠٢٦١٨	,٠٥١٢
٣٨٣	١٤٦٦٨٩	١٩,٥٧٠٤	,٠٠٢٦١١	,٠٥١١
٣٨٤	١٤٧٤٥٦	١٩,٥٩٥٩	,٠٠٢٦٠٤	,٠٥١٠
٣٨٥	١٤٨٢٢٥	١٩,٦٢١٤	,٠٠٢٥٩٧	,٠٥١٠
٣٨٦	١٤٨٩٩٦	١٩,٦٤٦٩	,٠٠٢٥٩١	,٠٥٠٩
٣٨٧	١٤٩٧٦٩	١٩,٦٧٢٣	,٠٠٢٥٨٤	,٠٥٠٨
٣٨٨	١٥٠٥٤٤	١٩,٦٩٧٧	,٠٠٢٥٧٧	,٠٥٠٨
٣٨٩	١٥١٣٢١	١٩,٧٢٣١	,٠٠٢٥٧١	,٠٥٠٧
٣٩٠	١٥٢١٠٠	١٩,٧٤٨٤	,٠٠٢٥٦٤	,٠٥٠٦
٣٩١	١٥٢٨٨١	١٩,٧٧٣٧	,٠٠٢٥٥٨	,٠٥٠٦
٣٩٢	١٥٣٦٦٤	١٩,٧٩٩٠	,٠٠٢٥٥١	,٠٥٠٥
٣٩٣	١٥٤٤٤٩	١٩,٨٢٤٢	,٠٠٢٥٤٥	,٠٥٠٤
٣٩٤	١٥٥٢٣٦	١٩,٨٤٩٤	,٠٠٢٥٣٨	,٠٥٠٤
٣٩٥	١٥٦٠٢٥	١٩,٨٧٤٦	,٠٠٢٥٣٢	,٠٥٠٣
٣٩٦	١٥٦٨١٦	١٩,٨٩٩٧	,٠٠٢٥٢٥	,٠٥٠٣
٣٩٧	١٥٧٦٠٩	١٩,٩٢٤٩	,٠٠٢٥١٩	,٠٥٠٢
٣٩٨	١٥٨٤٠٤	١٩,٩٤٩٩	,٠٠٢٥١٣	,٠٥٠١
٣٩٩	١٥٩٢٠١	١٩,٩٧٥٠	,٠٠٢٥٠٦	,٠٥٠١
٤٠٠	١٦٠٠٠٠	٢٠,٠٠٠٠	,٠٠٢٥٠٠	,٠٥٠٠

تابع جدول (١)

ن	ن^{٢}	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٤٠١	١٦٠٨٠١	٢٠,٠٢٥٠	,٠٠٠٢٤٩٤	,٠٤٩٩
٤٠٢	١٦١٦٠٤	٢٠,٠٤٩٩	,٠٠٠٢٤٨٨	,٠٤٩٩
٤٠٣	١٦٢٤٠٩	٢٠,٠٧٤٩	,٠٠٠٢٤٨١	,٠٤٩٨
٤٠٤	١٦٣٢١٦	٢٠,٠٩٩٨	,٠٠٠٢٤٧٥	,٠٤٩٨
٤٠٥	١٦٤٠٢٥	٢٠,١٢٤٦	,٠٠٠٢٤٦٩	,٠٤٩٧
٤٠٦	١٦٤٨٣٦	٢٠,١٤٩٤	,٠٠٠٢٤٦٣	,٠٤٩٦
٤٠٧	١٦٥٦٤٩	٢٠,١٧٤٢	,٠٠٠٢٤٥٧	,٠٤٩٦
٤٠٨	١٦٦٤٦٤	٢٠,١٩٩٠	,٠٠٠٢٤٥١	,٠٤٩٥
٤٠٩	١٦٧٢٨١	٢٠,٢٢٣٧	,٠٠٠٢٤٤٥	,٠٤٩٤
٤١٠	١٦٨١٠٠	٢٠,٢٤٨٥	,٠٠٠٢٤٣٩	,٠٤٩٤
٤١١	١٦٨٩٢١	٢٠,٢٧٣١	,٠٠٠٢٤٣٣	,٠٤٩٣
٤١٢	١٦٩٧٤٤	٢٠,٢٩٧٨	,٠٠٠٢٤٢٧	,٠٤٩٣
٤١٣	١٧٠٥٦٩	٢٠,٣٢٢٤	,٠٠٠٢٤٢١	,٠٤٩٢
٤١٤	١٧١٣٩٦	٢٠,٣٤٧٠	,٠٠٠٢٤١٥	,٠٤٩١
٤١٥	١٧٢٢٢٥	٢٠,٣٧١٥	,٠٠٠٢٤١٠	,٠٤٩١
٤١٦	١٧٣٠٥٦	٢٠,٣٩٦١	,٠٠٠٢٤٠٤	,٠٤٩
٤١٧	١٧٣٨٨٩	٢٠,٤٢٠٦	,٠٠٠٢٣٩٨	٠,٤٩٠
٤١٨	١٧٤٧٢٤	٢٠,٤٤٥٠	,٠٠٠٢٣٩٢	,٠٤٨٩
٤١٩	١٧٥٥٦١	٢٠,٤٦٩٥	,٠٠٠٢٣٨٧	,٠٤٨٩
٤٢٠	١٧٦٤٠٠	٢٠,٤٩٣٩	,٠٠٠٢٣٨١	,٠٤٨٨
٤٢١	١٧٧٢٤١	٢٠,٥١٨٣	,٠٠٠٢٣٧٥	,٠٤٨٧
٤٢٢	١٧٨٠٨٤	٢٠,٥٤٢٦	,٠٠٠٢٣٧٠	,٠٤٨٧
٤٢٣	١٧٨٩٢٩	٢٠,٥٦٧٠	,٠٠٠٢٣٦٤	,٠٤٨٦
٤٢٤	١٧٩٧٧٦	٢٠,٥٩١٣	,٠٠٠٢٣٥٨	,٠٤٨٦
٤٢٥	١٨٠٦٢٥	٢٠,٦١٥٥	,٠٠٠٢٣٥٣	,٠٤٨٥

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٤٢٦	١٨١٤٧٦	٢٠,٦٣٩٨	,٠٠٢٣٤٧	,٠٤٨٥
٤٢٧	١٨٢٣٢٩	٢٠,٦٦٤٠	,٠٠٢٣٤٢	,٠٤٨٤
٤٢٨	١٨٣١٨٤	٢٠,٦٨٨٢	,٠٠٢٣٣٦	,٠٤٨٣
٤٢٩	١٨٤٠٤١	٢٠,٧١٢٣	,٠٠٢٣٣١	,٠٤٨٣
٤٣٠	١٨٤٩٠٠	٢٠,٧٣٦٤	,٠٠٢٣٢٦	,٠٤٨٢
٤٣١	١٨٥٧٦١	٢٠,٧٦٠٥	,٠٠٢٣٢٠	,٠٤٨٢
٤٣٢	١٨٦٦٢٤	٢٠,٧٨٤٦	,٠٠٢٣١٥	,٠٤٨١
٤٣٣	١٨٧٤٨٩	٢٠,٨٠٨٧	,٠٠٢٣٠٩	,٠٤٨١
٤٣٤	١٨٨٣٥٦	٢٠,٨٣٢٧	,٠٠٢٣٠٤	,٠٤٨٠
٤٣٥	١٨٩٢٢٥	٢٠,٨٥٦٧	,٠٠٢٢٩٩	,٠٤٧٩
٤٣٦	١٩٠٠٩٦	٢٠,٨٨٠٦	,٠٠٢٢٩٤	,٠٤٧٩
٤٣٧	١٩٠٩٦٩	٢٠,٩٠٤٥	,٠٠٢٢٨٨	,٠٤٧٨
٤٣٨	١٩١٨٤٤	٢٠,٩٢٨٤	,٠٠٢٢٨٣	,٠٤٧٨
٤٣٩	١٩٢٧٢١	٢٠,٩٥٢٣	,٠٠٢٢٧٨	,٠٤٧٧
٤٤٠	١٩٣٦٠٠	٢٠,٩٧٦٢	,٠٠٢٢٧٣	,٠٤٧٧
٤٤١	١٩٤٤٨١	٢١,٠٠٠٠	,٠٠٢٢٦٨	,٠٤٧٦
٤٤٢	١٩٥٣٦٤	٢١,٠٢٣٨	,٠٠٢٢٦٢	,٠٤٧٦
٤٤٣	١٩٦٢٤٩	٢١,٠٤٧٦	,٠٠٢٢٥٧	,٠٤٧٥
٤٤٤	١٩٧١٣٦	٢١,٠٧١٣	,٠٠٢٢٥٢	,٠٤٧٥
٤٤٥	١٩٨٠٢٥	٢١,٠٩٥٠	,٠٠٢٢٤٧	,٠٤٧٤
٤٤٦	١٩٨٩١٦	٢١,١١٨٧	,٠٠٢٢٤٢	,٠٤٧٤
٤٤٧	١٩٩٨٠٩	٢١,١٤٢٤	,٠٠٢٢٣٧	,٠٤٧٣
٤٤٨	٢٠٠٧٠٤	٢١,١٦٦٠	,٠٠٢٢٣٢	,٠٤٧٢
٤٤٩	٢٠١٦٠١	٢١,١٨٩٦	,٠٠٢٢٢٧	,٠٤٧٢
٤٥٠	٢٠٢٥٠٠	٢١,٢١٣٢	,٠٠٢٢٢٢	,٠٤٧١

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٤٥١	٢٠٣٤٠١	٢١,٢٣٦٨	,٠٠٢٢١٧	,٠٤٧١
٤٥٢	٢٠٤٣٠٤	٢١,٢٦٠٣	,٠٠٢٢١٢	,٠٤٧٠
٤٥٣	٢٠٥٢٠٩	٢١,٢٨٣٨	,٠٠٢٢٠٨	,٠٤٧٠
٤٥٤	٢٠٦١١٦	٢١,٣٠٧٣	,٠٠٢٢٠٣	,٠٤٦٩
٤٥٥	٢٠٧٠٢٥	٢١,٣٣٠٧	,٠٠٢١٩٨	,٠٤٦٩
٤٥٦	٢٠٧٩٣٦	٢١,٣٥٤٢	,٠٠٢١٩٣	,٠٤٦٨
٤٥٧	٢٠٨٨٤٩	٢١,٣٧٧٦	,٠٠٢١٨٨	,٠٤٦٨
٤٥٨	٢٠٩٧٦٤	٢١,٤٠٠٩	,٠٠٢١٨٣	,٠٤٦٧
٤٥٩	٢١٠٦٨١	٢١,٤٢٤٣	,٠٠٢١٧٩	,٠٤٦٧
٤٦٠	٢١١٦٠٠	٢١,٤٤٧٦	,٠٠٢١٧٤	,٠٤٦٦
٤٦١	٢١٢٥٢١	٢١,٤٧٠٩	,٠٠٢١٦٩	,٠٤٦٦
٤٦٢	٢١٣٤٤٤	٢١,٤٩٤٢	,٠٠٢١٦٥	,٠٤٦٥
٤٦٣	٢١٤٣٦٩	٢١,٥١٧٤	,٠٠٢١٦٠	,٠٤٦٥
٤٦٤	٢١٥٢٩٦	٢١,٥٤٠٧	,٠٠٢١٥٥	,٠٤٦٤
٤٦٥	٢١٦٢٢٥	٢١,٥٦٣٩	,٠٠٢١٥١	,٠٤٦٤
٤٦٦	٢١٧١٥٦	٢١,٥٨٧٠	,٠٠٢١٤٦	,٠٤٦٣
٤٦٧	٢١٨٠٨٩	٢١,٦١٠٢	,٠٠٢١٤١	,٠٤٦٣
٤٦٨	٢١٩٠٢٤	٢١,٦٣٣٣	,٠٠٢١٣٧	,٠٤٦٢
٤٦٩	٢١٩٩٦١	٢١,٦٥٦٤	,٠٠٢١٣٢	,٠٤٦٢
٤٧٠	٢٢٠٩٠٠	٢١,٦٧٩٥	,٠٠٢١٢٨	,٠٤٦١
٤٧١	٢٢١٨٤١	٢١,٧٠٢٥	,٠٠٢١٢٣	,٠٤٦١
٤٧٢	٢٢٢٧٨٤	٢١,٧٢٥٦	,٠٠٢١١٩	,٠٤٦٠
٤٧٣	٢٢٣٧٢٩	٢١,٧٤٨٦	,٠٠٢١١٤	,٠٤٦٠
٤٧٤	٢٢٤٦٧٦	٢١,٧٧١٥	,٠٠٢١١٠	,٠٤٥٩
٤٧٥	٢٢٥٦٢٥	٢١,٧٩٤٥	,٠٠٢١٠٥	,٠٤٥٩

تابع جدول (١)

ن	ن^{٢}	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٤٧٦	٢٢٦٥٧٦	٢١,٨١٧٤	,٠٠٢١٠١	,٠٤٥٨
٤٧٧	٢٢٧٥٢٩	٢١,٨٤٠٣	,٠٠٢٠٩٦	,٠٤٥٨
٤٧٨	٢٢٨٤٩٤	٢١,٨٦٣٢	,٠٠٢٠٩٢	,٠٤٥٧
٤٧٩	٢٢٩٤٤١	٢١,٨٨٦١	,٠٠٢٠٨٨	,٠٤٥٧
٤٨٠	٢٣٠٤٠٠	٢١,٩٠٨٩	,٠٠٢٠٨٣	,٠٤٥٦
٤٨١	٢٣١٣٦١	٢١,٩٣١٧	,٠٠٢٠٧٩	,٠٤٥٦
٤٨٢	٢٣٢٣٢٤	٢١,٩٥٤٥	,٠٠٢٠٧٥	,٠٤٥٥
٤٨٣	٢٣٣٢٨٩	٢١,٩٧٧٣	,٠٠٢٠٧٠	,٠٤٥٥
٤٨٤	٢٣٤٢٥٦	٢٢,٠٠٠٠	,٠٠٢٠٦٦	,٠٤٥٥
٤٨٥	٢٣٥٢٢٥	٢٢,٠٢٢٧	,٠٠٢٠٦٢	,٠٤٥٤
٤٨٦	٢٣٦١٩٦	٢٢,٠٤٥٤	,٠٠٢٠٥٨	,٠٤٥٤
٤٨٧	٢٣٧١٦٩	٢٢,٠٦٨١	,٠٠٢٠٥٣	,٠٤٥٣
٤٨٨	٢٣٨١٤٤	٢٢,٠٩٠٧	,٠٠٢٠٤٩	,٠٤٥٣
٤٨٩	٢٣٩١٢١	٢٢,١١٣٣	,٠٠٢٠٤٥	,٠٤٥٢
٤٩٠	٢٤٠١٠٠	٢٢,١٣٥٩	,٠٠٢٠٤١	,٠٤٥٢
٤٩١	٢٤١٠٨١	٢٢,١٥٨٥	,٠٠٢٠٣٧	,٠٤٥١
٤٩٢	٢٤٢٠٦٤	٢٢,١٨١١	,٠٠٢٠٣٣	,٠٤٥١
٤٩٣	٢٤٣٠٤٩	٢٢,٢٠٣٦	,٠٠٢٠٢٨	,٠٤٥٠
٤٩٤	٢٤٤٠٣٦	٢٢,٢٢٦١	,٠٠٢٠٢٤	,٠٤٥٠
٤٩٥	٢٤٥٠٢٥	٢٢,٢٤٨٦	,٠٠٢٠٢٠	,٠٤٤٩
٤٩٦	٢٤٦٠١٦	٢٢,٢٧١١	,٠٠٢٠١٦	,٠٤٤٨
٤٩٧	٢٤٧٠٠٩	٢٢,٢٩٣٥	,٠٠٢٠١٢	,٠٤٤٩
٤٩٨	٢٤٨٠٠٤	٢٢,٣١٥٩	,٠٠٢٠٠٨	,٠٤٤٩
٤٩٩	٢٤٩٠٠١	٢٢,٣٣٨٣	,٠٠٢٠٠٤	,٠٤٤٨
٥٠٠	٢٥٠٠٠٠	٢٢,٣٦٠٧	,٠٠٢٠٠٠	,٠٤٤٧

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٥٠١	٢٥١٠٠١	٢٢,٣٨٣٠	,٠٠١٩٩٦	,٠٤٤٧
٥٠٢	٢٥٢٠٠٤	٢٢,٤٠٥٤	,٠٠١٩٩٢	,٠٤٤٦
٥٠٣	٢٥٣٠٠٩	٢٢,٤٢٧٧	,٠٠١٩٨٨	,٠٤٤٦
٥٠٤	٢٥٤٠١٦	٢٢,٤٤٩٩	,٠٠١٩٨٤	,٠٤٤٥
٥٠٥	٢٥٥٠٢٥	٢٢,٤٧٢٢	,٠٠١٩٨٠	,٠٤٤٥
٥٠٦	٢٥٦٠٣٦	٢٢,٤٩٤٤	,٠٠١٩٧٦	,٠٤٤٥
٥٠٧	٢٥٧٠٤٩	٢٢,٥١٦٧	,٠٠١٩٧٢	,٠٤٤٤
٥٠٨	٢٥٨٠٦٤	٢٢,٥٣٨٩	,٠٠١٩٦٩	,٠٤٤٤
٥٠٩	٢٥٩٠٨١	٢٢,٥٦١٠	,٠٠١٩٦٥	,٠٤٤٣
٥١٠	٢٦٠١٠٠	٢٢,٥٨٣٢	,٠٠١٩٦١	,٠٤٤٣
٥١١	٢٦١١٢١	٢٢,٦٠٥٣	,٠٠١٩٥٧	,٠٤٤٢
٥١٢	٢٦٢١٤٤	٢٢,٦٢٧٤	,٠٠١٩٥٣	,٠٤٤٢
٥١٣	٢٦٣١٦٩	٢٢,٦٤٩٥	,٠٠١٩٤٩	,٠٤٤٢
٥١٤	٢٦٤١٩٦	٢٢,٦٧١٦	,٠٠١٩٤٦	,٠٤٤١
٥١٥	٢٦٥٢٢٥	٢٢,٦٩٣٦	,٠٠١٩٤٢	,٠٤٤١
٥١٦	٢٦٦٢٥٦	٢٢,٧١٥٦	,٠٠١٩٣٨	,٠٤٤٠
٥١٧	٢٦٧٢٨٩	٢٢,٧٣٧٦	,٠٠١٩٣٤	,٠٤٤٠
٥١٨	٢٦٨٣٢٤	٢٢,٧٥٩٦	,٠٠١٩٣١	,٠٤٣٩
٥١٩	٢٦٩٣٦١	٢٢,٧٨١٦	,٠٠١٩٢٧	,٠٤٣٩
٥٢٠	٢٧٠٤٠٠	٢٢,٨٠٣٥	,٠٠١٩٢٣	,٠٤٣٩
٥٢١	٢٧١٤٤١	٢٢,٨٢٥٤	,٠٠١٩١٩	,٠٤٣٨
٥٢٢	٢٧٢٤٨٤	٢٢,٨٤٧٣	,٠٠١٩١٦	,٠٤٣٨
٥٢٣	٢٧٣٥٢٩	٢٢,٨٦٩٢	,٠٠١٩١٢	,٠٤٣٧
٥٢٤	٢٧٤٥٧٦	٢٢,٨٩١٠	,٠٠١٩٠٨	,٠٤٣٧
٥٢٥	٢٧٥٦٢٥	٢٢,٩١٤٩	,٠٠١٩٠٥	,٠٤٣٦

تابع جدول (١)

ن	$ن^٢$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٥٢٦	٢٧٦٦٧٦	٢٢,٩٣٤٧	,٠٠١٩٠١	,٠٤٣٦
٥٢٧	٢٧٧٧٢٩	٢٢,٩٥٦٥	,٠٠١٨٩٨	,٠٤٣٦
٥٢٨	٢٧٨٧٨٤	٢٢,٩٧٨٣	,٠٠١٨٩٤	,٠٤٣٥
٥٢٩	٢٧٩٨٤١	٢٣,٠٠٠٠	,٠٠١٨٩٠	,٠٤٣٥
٥٣٠	٢٨٠٩٠٠	٢٣,٠٢١٧	,٠٠١٨٨٧	,٠٤٣٤
٥٣١	٢٨١٩٦١	٢٣,٠٤٣٤	,٠٠١٨٨٣	,٠٤٣٤
٥٣٢	٢٨٣٠٢٤	٢٣,٠٦٥١	,٠٠١٨٨٠	,٠٤٣٤
٥٣٣	٢٨٤٠٨٩	٢٣,٠٨٦٨	,٠٠١٨٧٦	,٠٤٣٣
٥٣٤	٢٨٥١٥٦	٢٣,١٠٨٤	,٠٠١٨٧٣	,٠٤٣٣
٥٣٥	٢٨٦٢٢٥	٢٣,١٣٠١	,٠٠١٨٦٩	,٠٤٣٢
٥٣٦	٢٨٧٢٩٦	٢٣,١٥١٧	,٠٠١٨٦٦	,٠٤٣٢
٥٣٧	٢٨٨٣٦٩	٢٣,١٧٣٣	,٠٠١٨٦٢	,٠٤٣٢
٥٣٨	٢٨٩٤٤٤	٢٣,١٩٤٨	,٠٠١٨٥٩	,٠٤٣١
٥٣٩	٢٩٠٥٢١	٢٣,٢١٦٤	,٠٠١٨٥٥	,٠٤٣١
٥٤٠	٢٩١٦٠٠	٢٣,٢٣٧٩	,٠٠١٨٥٢	,٠٤٣٠
٥٤١	٢٩٢٦٨١	٢٣,٢٥٩٤	,٠٠١٨٤٨	,٠٤٣٠
٥٤٢	٢٩٣٧٦٤	٢٣,٢٨٠٩	,٠٠١٨٤٥	,٠٤٣٠
٥٤٣	٢٩٤٨٤٩	٢٣,٣٠٢٤	,٠٠١٨٤٢	,٠٤٢٩
٥٤٤	٢٩٥٩٣٦	٢٣,٣٢٣٨	,٠٠١٨٣٨	,٠٤٢٩
٥٤٥	٢٩٧٠٥٢	٢٣,٣٤٥٢	,٠٠١٨٣٥	,٠٤٢٨
٥٤٦	٢٩٨١١٦	٢٣,٣٦٦٦	,٠٠١٨٣٢	,٠٤٢٨
٥٤٧	٢٩٩٢٠٩	٢٣,٣٨٨٠	,٠٠١٨٢٨	,٠٤٢٨
٥٤٨	٣٠٠٣٠٤	٢٣,٤٠٩٤	,٠٠١٨٢٥	,٠٤٢٧
٥٤٩	٣٠١٤٠١	٢٣,٤٣٠٧	,٠٠١٨٢١	,٠٤٢٧
٥٥٠	٣٠٢٥٠٠	٢٣,٤٥٢١	,٠٠١٨١٨	,٠٤٢٦

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٥٥١	٣٠٣٦٠١	٢٣,٤٧٣٤	,٠٠١٨١٥	,٠٤٢٦
٥٥٢	٣٠٤٧٠٤	٢٣,٤٩٤٧	,٠٠١٨١٢	,٠٤٢٦
٥٥٣	٣٠٥٨٠٩	٢٣,٥١٦٠	,٠٠١٨٠٨	,٠٤٢٥
٥٥٤	٣٠٦٩١٦	٢٣,٥٣٧٢	,٠٠١٨٠٥	,٠٤٢٥
٥٥٥	٣٠٨٠٢٥	٢٣,٥٥٨٤	,٠٠١٨٠٢	,٠٤٢٤
٥٥٦	٣٠٩١٣٦	٢٣,٥٧٩٧	,٠٠١٧٩٩	,٠٤٢٤
٥٥٧	٣١٠٢٤٩	٢٣,٦٠٠٨	,٠٠١٧٩٥	,٠٤٢٤
٥٥٨	٣١١٣٦٤	٢٣,٦٢٢٠	,٠٠١٧٩٢	,٠٤٢٣
٥٥٩	٣١٢٤٨١	٢٣,٦٤٣٢	,٠٠١٧٨٩	,٠٤٢٣
٥٦٠	٣١٣٦٠٠	٢٣,٦٦٤٣	,٠٠١٧٨٦	,٠٤٢٣
٥٦١	٣١٤٧٢١	٢٣,٦٨٥٤	,٠٠١٧٨٣	,٠٤٢٢
٥٦٢	٣١٥٨٤٤	٢٣,٧٠٦٥	,٠٠١٧٧٩	,٠٤٢٢
٥٦٣	٣١٦٩٦٩	٢٣,٧٢٧٦	,٠٠١٧٧٦	,٠٤٢١
٥٦٤	٣١٨٠٩٦	٢٣,٧٤٨٧	,٠٠١٧٧٣	,٠٤٢١
٥٦٥	٣١٩٢٢٥	٢٣,٧٦٩٧	,٠٠١٧٧٠	,٠٤٢١
٥٦٦	٣٢٠٣٥٦	٢٣,٧٩٠٨	,٠٠١٧٦٧	,٠٤٢٠
٥٦٧	٣٢١٤٨٩	٢٣,٨١١٨	,٠٠١٧٦٤	,٠٤٢٠
٥٦٨	٣٢٢٦٢٤	٢٣,٨٣٢٨	,٠٠١٧٦١	,٠٤٢٠
٥٦٩	٣٢٣٧٦١	٢٣,٨٥٣٧	,٠٠١٧٥٧	,٠٤١٩
٥٧٠	٣٢٤٩٠٠	٢٣,٨٧٤٧	,٠٠١٧٥٤	,٠٤١٩
٥٧١	٣٢٦٠٤١	٢٣,٨٩٥٦	,٠٠١٧٥١	,٠٤١٨
٥٧٢	٣٢٧١٨٤	٢٣,٩١٦٥	,٠٠١٧٤٨	,٠٤١٨
٥٧٣	٣٢٨٣٢٩	٢٣,٩٣٧٤	,٠٠١٧٤٥	,٠٤١٨
٥٧٤	٣٢٩٤٧٦	٢٣,٩٥٨٣	,٠٠١٧٤٢	,٠٤١٧
٥٧٥	٣٣٠٦٢٥	٢٣,٩٧٩٢	,٠٠١٧٣٩	,٠٤١٧

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٥٧٦	٣٣١٧٧٦	٢٤,٠٠٠٠	,٠٠١٧٣٦	,٠٤١٧
٥٧٧	٣٣٢٩٢٩	٢٤,٠٢٠٨	,٠٠١٧٣٣	,٠٤١٦
٥٧٨	٣٣٤٠٨٤	٢٤,٠٤١٦	,٠٠١٧٣٠	,٠٤١٦
٥٧٩	٣٣٥٢٤١	٢٤,٠٦٢٤	,٠٠١٧٢٧	,٠٤١٦
٥٨٠	٣٣٦٤٠٠	٢٤,٠٨٣٢	,٠٠١٧٢٤	,٠٤١٥
٥٨١	٣٣٧٥٦١	٢٤,١٠٣٩	,٠٠١٧٢١	,٠٤١٥
٥٨٢	٣٣٨٧٢٤	٢٤,١٢٤٧	,٠٠١٧١٨	,٠٤١٥
٥٨٣	٣٣٩٨٨٩	٢٤,١٤٥٤	,٠٠١٧١٥	,٠٤١٤
٥٨٤	٣٤١٠٥٦	٢٤,١٦٦١	,٠٠١٧١٢	,٠٤١٤
٥٨٥	٣٤٢٢٢٥	٢٤,١٨٦٨	,٠٠١٧٠٩	,٠٤١٣
٥٨٦	٣٤٣٣٩٦	٢٤,٢٠٧٤	,٠٠١٧٠٦	,٠٤١٣
٥٨٧	٣٤٤٥٦٩	٢٤,٢٢٨١	,٠٠١٧٠٤	,٠٤١٣
٥٨٨	٣٤٥٧٤٤	٢٤,٢٤٨٧	,٠٠١٧٠١	,٠٤١٢
٥٨٩	٣٤٦٩٢١	٢٤,٢٦٩٣	,٠٠١٦٩٨	,٠٤١٢
٥٩٠	٣٤٨١٠٠	٢٤,٢٨٩٩	,٠٠١٦٩٥	,٠٤١٢
٥٩١	٣٤٩٢٨١	٢٤,٣١٠٥	,٠٠١٦٩٢	,٠٤١١
٥٩٢	٣٥٠٤٦٤	٢٤,٣٣١١	,٠٠١٦٨٩	,٠٤١١
٥٩٣	٣٥١٦٤٩	٢٤,٣٥١٦	,٠٠١٦٨٦	,٠٤١١
٥٩٤	٣٥٢٨٣٦	٢٤,٣٧٢١	,٠٠١٦٨٤	,٠٤١٠
٥٩٥	٣٥٤٠٢٥	٢٤,٣٩٢٦	,٠٠١٦٨١	,٠٤١٠
٥٩٦	٣٥٥٢١٦	٢٤,٤١٣١	,٠٠١٦٧٨	,٠٤١٠
٥٩٧	٣٥٦٤٠٩	٢٤,٤٣٣٦	,٠٠١٦٧٥	,٠٤٠٩
٥٩٨	٣٥٧٦٠٤	٢٤,٤٥٤٠	,٠٠١٦٧٢	,٠٤٠٩
٥٩٩	٣٥٨٨٠١	٢٤,٤٧٤٥	,٠٠١٦٦٩	,٠٤٠٩
٦٠٠	٣٦٠٠٠٠	٢٤,٤٩٤٩	,٠٠١٦٦٧	,٠٤٠٨

تابع جدول (١)

ن	$\text{ن}^{٢}$	$\sqrt{\text{ن}}$	$\frac{١}{\text{ن}}$	$\frac{١}{\sqrt{\text{ن}}}$
٦٠١	٣٦١٢٠١	٢٤,٥١٥٣	,٠٠١٦٦٤	,٠٤٠٨
٦٠٢	٣٦٢٤٠٤	٢٤,٥٣٥٧	,٠٠١٦٦١	,٠٤٠٨
٦٠٣	٣٦٣٦٠٩	٢٤,٥٥٦١	,٠٠١٦٥٧	,٠٤٠٧
٦٠٤	٣٦٤٨١٦	٢٤,٥٧٦٤	,٠٠١٦٥٦	,٠٤٠٧
٦٠٥	٣٦٦٠٢٥	٢٤,٥٩٦٧	,٠٠١٦٥٣	,٠٤٠٧
٦٠٦	٣٦٧٢٣٦	٢٤,٦١٧١	,٠٠١٦٥٠	,٠٤٠٦
٦٠٧	٣٦٨٤٤٩	٢٤,٦٣٧٤	,٠٠١٦٤٧	,٠٤٠٦
٦٠٨	٣٦٩٦٦٤	٢٤,٦٥٧٧	,٠٠١٦٤٥	,٠٤٠٦
٦٠٩	٣٧٠٨٨١	٢٤,٦٧٧٩	,٠٠١٦٤٢	,٠٤٠٥
٦١٠	٣٧٢١٠٠	٢٤,٦٩٨٢	,٠٠١٦٣٩	,٠٤٠٥
٦١١	٣٧٣٣٢١	٢٤,٧١٨٤	,٠٠١٦٣٧	,٠٤٠٥
٦١٢	٣٧٤٥٤٤	٢٤,٧٣٨٦	,٠٠١٦٣٤	,٠٤٠٤
٦١٣	٣٧٥٧٦٩	٢٤,٧٥٨٨	,٠٠١٦٣١	,٠٤٠٤
٦١٤	٣٧٦٩٩٦	٢٤,٧٧٩٠	,٠٠١٦٢٩	,٠٤٠٤
٦١٥	٣٧٨٢٢٥	٢٤,٧٩٩٢	,٠٠١٦٢٦	,٠٤٠٣
٦١٦	٣٧٩٤٥٦	٢٤,٨١٩٣	,٠٠١٦٢٣	,٠٤٠٣
٦١٧	٣٨٠٦٨٩	٢٤,٨٣٩٥	,٠٠١٦٢١	,٠٤٠٣
٦١٨	٣٨١٩٢٤	٢٤,٨٥٩٦	,٠٠١٦١٨	,٠٤٠٢
٦١٩	٣٨٣١٦١	٢٤,٨٧٩٧	,٠٠١٦١٦	,٠٤٠٢
٦٢٠	٣٨٤٤٠٠	٢٤,٨٩٩٨	,٠٠١٦١٣	,٠٤٠٢
٦٢١	٣٨٥٦٤١	٢٤,٩١٩٩	,٠٠١٦١٠	,٠٤٠١
٦٢٢	٣٨٦٨٨٤	٢٤,٩٣٩٩	,٠٠١٦٠٨	,٠٤٠١
٦٢٣	٣٨٨١٢٩	٢٤,٩٦٠٠	,٠٠١٦٠٥	,٠٤٠١
٦٢٤	٣٨٩٣٧٦	٢٤,٩٨٠٠	,٠٠١٦٠٣	,٠٤٠٠
٦٢٥	٣٩٠٦٢٥	٢٥,٠٠٠٠	,٠٠١٦٠٠	,٠٤٠٠

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٦٢٦	٣٩١٨٧٦	٢٥,٠٢٠٠	,٠٠١٥٩٧	,٠٤٠٠
٦٢٧	٣٩٣١٢٩	٢٥,٠٤٠٠	,٠٠١٥٩٥	,٠٣٩٩
٦٢٨	٣٩٤٣٨٤	٢٥,٠٥٩٩	,٠٠١٥٩٢	,٠٣٩٩
٦٢٩	٣٩٥٦٤١	٢٥,٠٧٩٩	,٠٠١٥٩٠	,٠٣٩٩
٦٣٠	٣٩٦٩٠٠	٢٥,٠٩٩٨	,٠٠١٥٨٧	,٠٣٩٨
٦٣١	٣٩٨١٦١	٢٥,١١٩٧	,٠٠١٥٨٥	,٠٣٩٨
٦٣٢	٣٩٩٤٢٤	٢٥,١٣٩٦	,٠٠١٥٨٢	,٠٣٩٨
٦٣٣	٤٠٠٦٨٩	٢٥,١٥٩٥	,٠٠١٥٨٠	,٠٣٩٧
٦٣٤	٤٠١٩٥٦	٢٥,١٧٩٤	,٠٠١٥٧٧	,٠٣٩٧
٦٣٥	٤٠٣٢٢٥	٢٥,١٩٩٢	,٠٠١٥٧٥	,٠٣٩٧
٦٣٦	٤٠٤٤٩٦	٢٥,٢١٩٠	,٠٠١٥٧٢	,٠٣٩٧
٦٣٧	٤٠٥٧٦٩	٢٥,٢٣٨٩	,٠٠١٥٧٠	,٠٣٩٦
٦٣٨	٤٠٧٠٤٤	٢٥,٢٥٨٧	,٠٠١٥٦٧	,٠٣٩٦
٦٣٩	٤٠٨٣٢١	٢٥,٢٧٨٤	,٠٠١٥٦٥	,٠٣٩٦
٦٤٠	٤٠٩٦٠٠	٢٥,٢٩٨٢	,٠٠١٥٦٣	,٠٣٩٥
٦٤١	٤١٠٨٨١	٢٥,٣١٨٠	,٠٠١٥٦٠	,٠٣٩٥
٦٤٢	٤١٢١٦٤	٢٥,٢٣٧٧	,٠٠١٥٥٨	,٠٣٩٥
٦٤٣	٤١٣٤٤٩	٢٥,٣٥٧٤	,٠٠١٥٥٥	,٠٣٩٤
٦٤٤	٤١٤٧٣٦	٢٥,٣٧٧٢	,٠٠١٥٥٢	,٠٣٩٤
٦٤٥	٤١٦٠٢٥	٢٥,٣٩٦٩	,٠٠١٥٥٠	,٠٣٩٤
٦٤٦	٤١٧٣١٦	٢٥,٤١٦٥	,٠٠١٥٤٨	,٠٣٩٣
٦٤٧	٤١٨٦٠٩	٢٥,٤٣٦٢	,٠٠١٥٤٦	,٠٣٩٣
٦٤٨	٤١٩٩٠٤	٢٥,٤٥٥٨	,٠٠١٥٤٣	,٠٣٩٣
٦٤٩	٤٢١٢٠١	٢٥,٤٧٥٥	,٠٠١٥٤١	,٠٣٩٣
٦٥٠	٤٢٢٥٠٠	٢٥,٤٩٥١	,٠٠١٥٣٨	,٠٣٩٢

تابع جدول (١)

ن	$\text{ن}^{٢}$	$\sqrt{\text{ن}}$	$\frac{١}{\text{ن}}$	$\frac{١}{\sqrt{\text{ن}}}$
٦٥١	٤٢٣٨٠١	٢٥,٥١٤٧	,٠٠١٥٣٦	,٠٣٩٢
٦٥٢	٤٢٥١٠٤	٢٥,٥٣٤٣	,٠٠١٥٣٤	,٠٣٩٢
٦٥٣	٤٢٦٤٠٩	٢٥,٥٥٣٩	,٠٠١٥٣١	,٠٣٩١
٦٥٤	٤٢٧٧١٦	٢٥,٥٧٣٤	,٠٠١٥٢٩	,٠٣٩١
٦٥٥	٤٢٩٠٢٥	٢٥,٥٩٣٠	,٠٠١٥٢٧	,٠٣٩١
٦٥٦	٤٣٠٣٣٦	٢٥,٦١٢٥	,٠٠١٥٢٤	,٠٣٩٠
٦٥٧	٤٣١٦٤٩	٢٥,٦٣٢٠	,٠٠١٥٢٢	,٠٣٩٠
٦٥٨	٤٣٢٩٦٤	٢٥,٦٥١٥	,٠٠١٥٢٠	,٠٣٩٠
٦٥٩	٤٣٤٢٨١	٢٥,٦٧١٠	,٠٠١٥١٧	,٠٣٩٠
٦٦٠	٤٣٥٦٠٠	٢٥,٦٩٠٥	,٠٠١٥١٥	,٠٣٨٩
٦٦١	٤٣٦٩٢١	٢٥,٧٠٩٩	,٠٠١٥١٣	,٠٣٨٩
٦٦٢	٤٣٨٢٤٤	٢٥,٧٢٩٤	,٠٠١٥١١	,٠٣٨٩
٦٦٣	٤٣٩٥٦٩	٢٥,٧٤٨٨	,٠٠١٥٠٨	,٠٣٨٨
٦٦٤	٤٤٠٨٩٦	٢٥,٧٦٨٢	,٠٠١٥٠٦	,٠٣٨٨
٦٦٥	٤٤٢٢٢٥	٢٥,٧٨٧٦	,٠٠١٥٠٤	,٠٣٨٨
٦٦٦	٤٤٣٥٥٦	٢٥,٨٠٦٠	,٠٠١٥٠٢	,٠٣٨٧
٦٦٧	٤٤٤٨٨٩	٢٥,٨٢٦٣	,٠٠١٤٩٩	,٠٣٨٧
٦٦٨	٤٤٦٢٢٤	٢٥,٨٤٥٧	,٠٠١٤٩٧	,٠٣٨٧
٦٦٩	٤٤٧٥٦١	٢٥,٨٦٥٠	,٠٠١٤٩٥	,٠٣٨٧
٦٧٠	٤٤٨٩٠٠	٢٥,٨٨٤٤	,٠٠١٤٩٣	,٠٣٨٦
٦٧١	٤٥٠٢٤١	٢٥,٩٠٣٧	,٠٠١٤٩٠	,٠٣٨٦
٦٧٢	٤٥١٥٨٤	٢٥,٩٢٣٠	,٠٠١٤٨٨	,٠٣٨٦
٦٧٣	٤٥٢٩٢٩	٢٥,٩٤٢٢	,٠٠١٤٨٦	,٠٣٨٥
٦٧٤	٤٥٤٢٧٦	٢٥,٩٦١٥	,٠٠١٤٨٤	,٠٣٨٥
٦٧٥	٤٥٥٦٢٥	٢٥,٩٨٠٨	,٠٠١٤٨١	,٠٣٨٥

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٦٧٦	٤٥٦٩٧٦	٢٦,٠٠٠٠	,٠٠١٤٧٩	,٠٣٨٥
٦٧٧	٤٥٨٣٢٩	٢٦,٠١٩٢	,٠٠١٤٧٧	,٠٣٨٤
٦٧٨	٤٥٩٦٨٤	٢٦,٠٣٨٤	,٠٠١٤٧٥	,٠٣٨٤
٦٧٩	٤٦١٠٤١	٢٦,٠٥٧٦	,٠٠١٤٧٣	,٠٣٨٤
٦٨٠	٤٦٢٤٠٠	٢٦,٠٧٦٨	,٠٠١٤٧١	,٠٣٨٣
٦٨١	٤٦٣٧٦١	٢٦,٠٩٦٠	,٠٠١٤٦٨	,٠٣٨٣
٦٨٢	٤٦٥١٢٤	٢٦,١١٥١	,٠٠١٤٦٦	,٠٣٨٣
٦٨٣	٤٦٦٤٨٩	٢٦,١٣٤٣	,٠٠١٤٦٤	,٠٣٨٣
٦٨٤	٤٦٧٨٥٦	٢٦,١٥٣٤	,٠٠١٤٦٢	,٠٣٨٢
٦٨٥	٤٦٩٢٢٥	٢٦,١٧٢٥	,٠٠١٤٦٠	,٠٣٨٢
٦٨٦	٤٧٠٥٩٦	٢٦,١٩١٦	,٠٠١٤٥٨	,٠٣٨٢
٦٨٧	٤٧١٩٦٩	٢٦,٢١٠٧	,٠٠١٤٥٦	,٠٣٨٢
٦٨٨	٤٧٣٣٤٤	٢٦,٢٢٩٨	,٠٠١٤٥٣	,٠٣٨١
٦٨٩	٤٧٤٧٢١	٢٦,٢٤٨٨	,٠٠١٤٥١	,٠٣٨١
٦٩٠	٤٧٦١٠٠	٢٦,٢٦٧٩	,٠٠١٤٤٩	,٠٣٨١
٦٩١	٤٧٧٤٨١	٢٦,٢٨٦٩	,٠٠١٤٤٧	,٠٣٨٠
٦٩٢	٤٧٨٨٦٤	٢٦,٣٠٥٩	,٠٠١٤٤٥	,٠٣٨٠
٦٩٣	٤٨٠٢٤٩	٢٦,٣٢٤٩	,٠٠١٤٤٣	,٠٣٨٠
٦٩٤	٤٨١٦٣٦	٢٦,٣٤٣٩	,٠٠١٤٤١	,٠٣٨٠
٦٩٥	٤٨٣٠٢٥	٢٦,٣٦٢٩	,٠٠١٤٣٩	,٠٣٧٩
٦٩٦	٤٨٤٤١٦	٢٦,٣٨١٨	,٠٠١٤٣٧	,٠٣٧٩
٦٩٧	٤٨٥٨٠٩	٢٦,٤٠٠٨	,٠٠١٤٣٥	,٠٣٧٩
٦٩٨	٤٨٧٢٠٤	٢٦,٤١٩٧	,٠٠١٤٣٣	,٠٣٧٩
٦٩٩	٤٨٨٦٠١	٢٦,٤٣٨٦	,٠٠١٤٣١	,٠٣٧٨
٧٠٠	٤٩٠٠٠٠	٢٦,٤٥٧٥	,٠٠١٤٢٩	,٠٣٧٨

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٧٠١	٤٩١٤٠١	٢٦,٤٧٦٤	,٠٠١٤٢٧	,٠٣٧٨
٧٠٢	٤٩٢٨٠٤	٢٦,٤٩٥٣	,٠٠١٤٢٥	,٠٣٧٧
٧٠٣	٤٩٤٢٠٩	٢٦,٥١٤١	,٠٠١٤٢٢	,٠٣٧٧
٧٠٤	٤٩٥٦١٦	٢٦,٥٣٣٠	,٠٠١٤٢٠	,٠٣٧٧
٧٠٥	٤٩٧٠٢٥	٢٦,٥٥١٨	,٠٠١٤١٨	,٠٣٧٧
٧٠٦	٤٩٨٤٣٦	٢٦,٥٧٠٧	,٠٠١٤١٦	,٠٣٧٦
٧٠٧	٤٩٩٨٤٩	٢٦,٥٨٩٥	,٠٠١٤١٤	,٠٣٧٦
٧٠٨	٥٠١٢٦٤	٢٦,٦٠٨٣	,٠٠١٤١٢	,٠٣٧٦
٧٠٩	٥٠٢٦٨١	٢٦,٦٢٧١	,٠٠١٤١٠	,٠٣٧٦
٧١٠	٥٠٤١٠٠	٢٦,٦٤٥٨	,٠٠١٤٠٨	,٠٣٧٥
٧١١	٥٠٥٥٢١	٢٦,٦٦٤٦	,٠٠١٤٠٦	,٠٣٧٥
٧١٢	٥٠٦٩٤٤	٢٦,٦٨٣٣	,٠٠١٤٠٤	,٠٣٧٥
٧١٣	٥٠٨٣٦٩	٢٦,٧٠٢١	,٠٠١٤٠٣	,٠٣٧٥
٧١٤	٥٠٩٧٩٦	٢٦,٧٢٠٨	,٠٠١٤٠١	,٠٣٧٤
٧١٥	٥٥١٢٢٥	٢٦,٧٣٩٥	,٠٠١٣٩٩	,٠٣٧٤
٧١٦	٥١٢٦٥٦	٢٦,٧٥٨٢	,٠٠١٣٩٧	,٠٣٧٤
٧١٧	٥١٤٠٨٩	٢٦,٧٧٦٩	,٠٠١٣٩٥	,٠٣٧٣
٧١٨	٥١٥٥٢٤	٢٦,٧٩٥٥	,٠٠١٣٩٣	,٠٣٧٣
٧١٩	٥١٦٩٦١	٢٦,٨١٤٢	,٠٠١٣٩١	,٠٣٧٣
٧٢٠	٥١٨٤٠٠	٢٦,٨٣٢٨	,٠٠١٣٨٩	,٠٣٧٣
٧٢١	٥١٩٨٤١	٢٦,٨٥١٤	,٠٠١٣٨٧	,٠٣٧٢
٧٢٢	٥٢١٢٨٤	٢٦,٨٧٠١	,٠٠١٣٨٥	,٠٣٧٢
٧٢٣	٥٢٢٧٢٩	٢٦,٨٨٨٧	,٠٠١٣٨٣	,٠٣٧٢
٧٢٤	٥٢٤١٧٦	٢٦,٩٠٧٢	,٠٠١٣٨١	,٠٣٧٢
٧٢٥	٥٢٥٦٢٥	٢٦,٩٢٥٨	,٠٠١٣٧٩	,٠٣٧١

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٧٢٦	٥٢٧٠٧٦	٢٦,٩٤٤٤	,٠٠١٣٧٧	,٠٣٧١
٧٢٧	٥٢٨٥٢٩	٢٦,٩٦٢٩	,٠٠١٣٧٦	,٠٣٧١
٧٢٨	٥٢٩٩٨٤	٢٦,٩٨١٥	,٠٠١٣٧٤	,٠٣٧١
٧٢٩	٥٣١٤٤١	٢٧,٠٠٠٠	,٠٠١٣٧٢	,٠٣٧٠
٧٣٠	٥٣٢٩٠٠	٢٧,٠١٨٥	,٠٠١٣٧٠	,٠٣٧٠
٧٣١	٥٣٤٣٦١	٢٧,٠٣٧٠	,٠٠١٣٦٨	,٠٣٧٠
٧٣٢	٥٣٥٨٢٤	٢٧,٠٥٥٥	,٠٠١٣٦٦	,٠٣٧٠
٧٣٣	٥٣٧٢٨٩	٢٧,٠٧٤٠	,٠٠١٣٦٤	,٠٣٦٩
٧٣٤	٥٣٨٧٥٦	٢٧,٠٩٢٤	,٠٠١٣٦٢	,٠٣٦٩
٧٣٥	٥٤٠٢٢٥	٢٧,١١٠٩	,٠٠١٣٦١	,٠٣٦٩
٧٣٦	٥٤١٦٩٦	٢٧,١٢٩٣	,٠٠١٣٥٩	,٠٣٦٩
٧٣٧	٥٤٣١٦٩	٢٧,١٤٧٧	,٠٠١٣٥٧	,٠٣٦٨
٧٣٨	٥٤٤٦٤٤	٢٧,١٦٦٢	,٠٠١٣٥٥	,٠٣٦٨
٧٣٩	٥٤٦١٢١	٢٧,١٨٤٦	,٠٠١٣٥٣	,٠٣٦٨
٧٤٠	٥٤٧٦٠٠	٢٧,٢٠٢٩	,٠٠١٣٥١	,٠٣٦٨
٧٤١	٥٤٩٠٨١	٢٧,٢٢١٣	,٠٠١٣٥٠	,٠٣٦٧
٧٤٢	٥٥٠٥٦٤	٢٧,٢٣٩٧	,٠٠١٣٤٨	,٠٣٦٧
٧٤٣	٥٥٢٠٤٩	٢٧,٢٥٨٠	,٠٠١٣٤٦	,٠٣٦٧
٧٤٤	٥٥٣٥٣٦	٢٧,٢٧٦٤	,٠٠١٣٤٤	,٠٣٦٧
٧٤٥	٥٥٥٠٢٥	٢٧,٢٩٤٧	,٠٠١٣٤٢	,٠٣٦٦
٧٤٦	٥٥٦٥١٦	٢٧,٣١٣٠	,٠٠١٣٤٠	,٠٣٦٦
٧٤٧	٥٥٨٠٠٩	٢٧,٣٣١٣	,٠٠١٣٣٩	,٠٣٦٦
٧٤٨	٥٥٩٥٠٤	٢٧,٣٤٩٦	,٠٠١٣٣٧	,٠٣٦٦
٧٤٩	٥٦١٠٠١	٢٧,٣٦٧٩	,٠٠١٣٣٥	,٠٣٦٥
٧٥٠	٥٦٢٥٠٠	٢٧,٣٨٦١	,٠٠١٣٣٣	,٠٣٦٥

تابع جدول (١)

ن	$\text{ن}^{٢}$	$\sqrt{\text{ن}}$	$\frac{١}{\text{ن}}$	$\frac{١}{\sqrt{\text{ن}}}$
٧٥١	٥٦٤٠٠١	٢٧,٤٠٤٤	,٠٠١٣٣٢	,٠٣٦٥
٧٥٢	٥٦٥٥٠٤	٢٧,٤٢٢٦	,٠٠١٣٣٠	,٠٣٦٥
٧٥٣	٥٦٧٠٠٩	٢٧,٤٤٠٨	,٠٠١٣٢٨	,٠٣٦٤
٧٥٤	٥٦٨٥١٦	٢٧,٤٥٩١	,٠٠١٣٢٦	,٠٣٦٤
٧٥٥	٥٧٠٠٢٥	٢٧,٤٧٧٣	,٠٠١٣٢٥	,٠٣٦٤
٧٥٦	٥٧١٥٣٦	٢٧,٤٩٥٥	,٠٠١٣٢٣	,٠٣٦٤
٧٥٧	٥٧٣٠٤٩	٢٧,٥١٣٦	,٠٠١٣٢١	,٠٣٦٣
٧٥٨	٥٧٤٥٦٤	٢٧,٥٣١٨	,٠٠١٣١٩	,٠٣٦٣
٧٥٩	٥٧٦٠٨١	٢٧,٥٥٠٠	,٠٠١٣١٨	,٠٣٦٣
٧٦٠	٥٧٧٦٠٠	٢٧,٥٦٨١	,٠٠١٣١٦	,٠٣٦٣
٧٦١	٥٧٩١٢١	٢٧,٥٨٦٢	,٠٠١٣١٤	,٠٣٦٣
٧٦٢	٥٨٠٦٤٤	٢٧,٦٠٤٣	,٠٠١٣١٢	,٠٣٦٢
٧٦٣	٥٨٢١٦٩	٢٧,٦٢٢٥	,٠٠١٣١١	,٠٣٦٢
٧٦٤	٥٨٣٦٩٦	٢٧,٦٤٠٥	,٠٠١٣٠٩	,٠٣٦٢
٧٦٥	٥٨٥٢٢٥	٢٧,٦٥٨٦	,٠٠١٣٠٧	,٠٣٦٢
٧٦٦	٥٨٦٧٥٦	٢٧,٦٧٦٧	,٠٠١٣٠٥	,٠٣٦١
٧٦٧	٥٨٨٢٨٩	٢٧,٦٩٤٨	,٠٠١٣٠٤	,٠٣٦١
٧٦٨	٥٨٩٨٢٤	٢٧,٧١٢٨	,٠٠١٣٠١	,٠٣٦١
٧٦٩	٥٩١٣٦١	٢٧,٧٣٠٨	,٠٠١٣٠٠	,٠٣٦١
٧٧٠	٥٩٢٩٠٠	٢٧,٧٤٨٩	,٠٠١٢٩٩	,٠٣٦٠
٧٧١	٥٩٤٤٤١	٢٧,٧٦٦٩	,٠٠١٢٩٧	,٠٣٦٠
٧٧٢	٥٩٥٩٨٤	٢٧,٧٨٤٩	,٠٠١٢٩٥	,٠٣٦٠
٧٧٣	٥٩٧٥٢٩	٢٧,٨٠٢٩	,٠٠١٢٩٤	,٠٣٦٠
٧٧٤	٥٩٩٠٧٦	٢٧,٨٢٠٩	,٠٠١٢٩٢	,٠٣٥٩
٧٧٥	٦٠٠٦٢٥	٢٧,٨٣٨٨	,٠٠١٢٩٠	,٠٣٥٩

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٧٧٦	٦٠٢١٧٦	٢٧,٨٥٦٨	,٠٠٠١٢٨٩	,٠٣٥٩
٧٧٧	٦٠٣٧٢٩	٢٧,٨٧٤٧	,٠٠٠١٢٨٧	,٠٣٥٩
٧٧٨	٦٠٥٢٨٤	٢٧,٨٩٢٧	,٠٠٠١٢٨٥	,٠٣٥٩
٧٧٩	٦٠٦٨٤١	٢٧,٩١٠٦	,٠٠٠١٢٨٤	,٠٣٥٨
٧٨٠	٦٠٨٤٠٠	٢٧,٩٢٨٥	,٠٠٠١٢٨٢	,٠٣٥٨
٧٨١	٦٠٩٩٦١	٢٧,٩٤٦٤	,٠٠٠١٢٨٠	,٠٣٥٨
٧٨٢	٦١١٥٢٤	٢٧,٩٦٤٣	,٠٠٠١٢٧٩	,٠٣٥٨
٧٨٣	٦١٣٠٨٩	٢٧,٩٨٢١	,٠٠٠١٢٧٧	,٠٣٥٧
٧٨٤	٦١٤٦٥٦	٢٨,٠٠٠٠	,٠٠٠١٢٧٦	,٠٣٥٧
٧٨٥	٦١٦٢٢٥	٢٨,٠١٧٩	,٠٠٠١٢٧٤	,٠٣٥٧
٧٨٦	٦١٧٧٩٦	٢٨,٠٣٥٧	,٠٠٠١٢٧٢	,٠٣٥٧
٧٨٧	٦١٩٣٦٩	٢٨,٠٥٣٥	,٠٠٠١٢٧١	,٠٣٥٦
٧٨٨	٦٢٠٩٤٤	٢٨,٠٧١٣	,٠٠٠١٢٦٩	,٠٣٥٦
٧٨٩	٦٢٢٥٢١	٢٨,٠٨٩١	,٠٠٠١٢٦٧	,٠٣٥٦
٧٩٠	٦٢٤١٠٠	٢٨,١٠٦٩	,٠٠٠١٢٦٦	,٠٣٥٦
٧٩١	٦٢٥٦٨١	٢٨,١٢٤٧	,٠٠٠١٢٦٤	,٠٣٥٦
٧٩٢	٦٢٧٢٦٤	٢٨,١٤٢٥	,٠٠٠١٢٦٣	,٠٣٥٥
٧٩٣	٦٢٨٨٤٩	٢٨,١٦٠٣	,٠٠٠١٢٦١	,٠٣٥٥
٧٩٤	٦٣٠٤٣٦	٢٨,١٧٨٠	,٠٠٠١٢٥٩	,٠٣٥٥
٧٩٥	٦٣٢٠٢٥	٢٨,١٩٥٧	,٠٠٠١٢٥٨	,٠٣٥٥
٧٩٦	٦٣٣٦١٦	٢٨,٢١٣٥	,٠٠٠١٢٥٦	,٠٣٥٤
٧٩٧	٦٣٥٢٠٩	٢٨,٢٣١٢	,٠٠٠١٢٥٥	,٠٣٥٤
٧٩٨	٦٣٦٨٠٤	٢٨,٢٤٨٩	,٠٠٠١٢٥٣	,٠٣٥٤
٧٩٩	٦٣٨٤٠١	٢٨,٢٦٦٦	,٠٠٠١٢٥٢	,٠٣٥٤
٨٠٠	٦٤٠٠٠٠	٢٨,٢٨٤٣	,٠٠٠١٢٥٠	,٠٣٥٤

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٨٠١	٦٤١٦٠١	٢٨,٣٠١٩	,٠٠١٢٤٨	,٠٣٥٣
٨٠٢	٦٤٣٢٠٤	٢٨,٣١٩٦	,٠٠١٢٤٧	,٠٣٥٣
٨٠٣	٦٤٤٨٠٩	٢٨,٣٣٧٣	,٠٠١٢٤٥	,٠٣٥٣
٨٠٤	٦٤٦٤١٦	٢٨,٣٥٤٩	,٠٠١٢٤٤	,٠٣٥٣
٨٠٥	٦٤٨٠٢٥	٢٨,٣٧٢٥	,٠٠١٢٤٢	,٠٣٥٢
٨٠٦	٦٤٩٦٣٩	٢٨,٣٩٠١	,٠٠١٢٤١	,٠٣٥٢
٨٠٧	٦٥١٢٤٩	٢٨,٤٠٧٧	,٠٠١٢٣٩	,٠٣٥٢
٨٠٨	٦٥٢٨٦٤	٢٨,٤٢٥٣	,٠٠١٢٣٨	,٠٣٥٢
٨٠٩	٦٥٤٤٨١	٢٨,٤٤٢٩	,٠٠١٢٣٦	,٠٣٥٢
٨١٠	٦٥٦١٠٠	٢٨,٤٦٠٥	,٠٠١٢٣٥	,٠٣٥١
٨١١	٦٥٧٧٢١	٢٨,٤٧٨١	,٠٠١٢٣٣	,٠٣٥١
٨١٢	٦٥٩٣٤٤	٢٨,٤٩٥٦	,٠٠١٢٣٢	,٠٣٥١
٨١٣	٦٦٠٩٦٩	٢٨,٥١٣٢	,٠٠١٢٣٠	,٠٣٥١
٨١٤	٦٦٢٥٩٦	٢٨,٥٣٠٧	,٠٠١٢٢٩	,٠٣٥١
٨١٥	٦٦٤٢٢٥	٢٨,٥٤٨٢	,٠٠١٢٢٧	,٠٣٥٠
٨١٦	٦٦٥٨٥٦	٢٨,٥٦٥٧	,٠٠١٢٢٥	,٠٣٥٠
٨١٧	٦٦٧٤٨٩	٢٨,٥٨٣٢	,٠٠١٢٢٤	,٠٣٥٠
٨١٨	٦٦٩١٢٤	٢٨,٦٠٠٧	,٠٠١٢٢٢	,٠٣٥٠
٨١٩	٦٧٠٧٦١	٢٨,٦١٨٢	,٠٠١٢٢١	,٠٣٤٩
٨٢٠	٦٧٢٤٠٠	٢٨,٦٣٥٦	,٠٠١٢٢٠	,٠٣٤٩
٨٢١	٦٧٤٠٤١	٢٨,٦٥٣١	,٠٠١٢١٨	,٠٣٤٩
٨٢٢	٦٧٥٦٨٤	٢٨,٦٧٠٥	,٠٠١٢١٧	,٠٣٤٩
٨٢٣	٦٧٧٣٢٩	٢٨,٦٨٨٠	,٠٠١٢١٥	,٠٣٤٩
٨٢٤	٦٧٨٩٧٦	٢٨,٧٠٥٤	,٠٠١٢١٤	,٠٣٤٨
٨٢٥	٦٨٠٦٢٥	٢٨,٧٢٢٨	,٠٠١٢١٢	,٠٣٤٨

تابع جدول (١)

ن	$ن^٢$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٨٢٦	٦٨٢٢٧٦	٢٨,٧٤٠٢	,٠٠١٢١١	,٠٣٤٨
٨٢٧	٦٨٣٩٢٩	٢٨,٧٥٧٦	,٠٠١٢٠٩	,٠٣٤٨
٨٢٨	٦٨٥٥٨٤	٢٨,٧٧٥٠	,٠٠١٢٠٨	,٠٣٤٨
٨٢٩	٦٨٧٢٤١	٢٨,٧٩٢٤	,٠٠١٢٠٦	,٠٣٤٧
٨٣٠	٦٨٨٩٠٠	٢٨,٨٠٩٧	,٠٠١٢٠٥	,٠٣٤٧
٨٣١	٦٩٠٥٦١	٢٨,٨٢٧١	,٠٠١٢٠٣	,٠٣٤٧
٨٣٢	٦٩٢٢٢٤	٢٨,٨٤٤٤	,٠٠١٢٠٢	,٠٣٤٦
٨٣٣	٦٩٣٨٨٩	٢٨,٨٦١٧	,٠٠١٢٠٠	,٠٣٤٦
٨٣٤	٦٩٥٥٥٦	٢٨,٨٧٩١	,٠٠١١٩٩	,٠٣٤٦
٨٣٥	٦٩٧٢٢٥	٢٨,٨٩٦٤	,٠٠١١٩٨	,٠٣٤٦
٨٣٦	٦٩٨٨٩٦	٢٨,٩١٣٧	,٠٠١١٩٦	,٠٣٤٦
٨٣٧	٧٠٠٥٦٩	٢٨,٩٣١٠	,٠٠١١٩٥	,٠٣٤٦
٨٣٨	٧٠٢٢٤٤	٢٨,٩٤٨٢	,٠٠١١٩٣	,٠٣٤٥
٨٣٩	٧٠٣٩٢١	٢٨,٩٦٥٥	,٠٠١١٩٢	,٠٣٤٥
٨٤٠	٧٠٥٦٠٠	٢٨,٩٨٢٨	,٠٠١١٩٠	,٠٣٤٥
٨٤١	٧٠٧٢٨١	٢٩,٠٠٠٠	,٠٠١١٨٩	,٠٣٤٥
٨٤٢	٧٠٨٩٦٤	٢٩,٠١٧٢	,٠٠١١٨٨	,٠٣٤٥
٨٤٣	٧١٠٦٤٩	٢٩,٠٣٤٥	,٠٠١١٨٦	,٠٣٤٤
٨٤٤	٧١٢٣٣٦	٢٩,٠٥١٧	,٠٠١١٨٥	,٠٣٤٤
٨٤٥	٧١٤٠٢٥	٢٩,٠٦٨٩	,٠٠١١٨٣	,٠٣٤٤
٨٤٦	٢١٥٧١٦	٢٩,٠٨٦١	,٠٠١١٨٢	,٠٣٤٤
٨٤٧	٧١٧٤٠٩	٢٩,١٠٣٣	,٠٠١١٨١	,٠٣٤٤
٨٤٨	٧٠٩١٠٤	٢٩,١٢٠٤	,٠٠١١٧٩	,٠٣٤٣
٨٤٩	٧٢٠٨٠١	٢٩,١٣٧٦	,٠٠١١٧٨	,٠٣٤٣
٨٥٠	٧٢٢٥٠٠	٢٩,١٥٧٨	,٠٠١١٧٦	,٠٣٤٣

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٨٥١	٧٢٤٢٠١	٢٩,١٧١٩	,٠٠١١٧٥	,٠٣٤٣
٨٥٢	٧٢٥٩٠٤	٢٩,١٨٩٠	,٠٠١١٧٤	,٠٣٤٣
٨٥٣	٧٢٧٦٠٩	٢٩,٢٠٦٢	,٠٠١١٧٢	,٠٣٤٢
٨٥٤	٧٢٩٣١٦	٢٩,٢٢٣٣	,٠٠١١٧١	,٠٣٤٢
٨٥٥	٧٣١٠٢٥	٢٩,٢٤٠٤	,٠٠١١٧٠	,٠٣٤٢
٨٥٦	٧٣٢٧٣٦	٢٩,٢٥٧٥	,٠٠١١٦٨	,٠٣٤٢
٨٥٧	٧٣٤٤٤٩	٢٩,٢٧٤٦	,٠٠١١٦٧	,٠٣٤٢
٨٥٨	٧٣٦١٦٤	٢٩,٢٩١٦	,٠٠١١٦٦	,٠٣٤١
٨٥٩	٧٣٧٨٨١	٢٩,٣٠٨٧	,٠٠١١٦٤	,٠٣٤١
٨٦٠	٧٣٩٦٠٠	٢٩,٣٢٥٨	,٠٠١١٦٣	,٠٣٤١
٨٦١	٧٤١٣٢١	٢٩,٣٤٢٨	,٠٠١١٦١	,٠٣٤١
٨٦٢	٧٤٣٠٤٤	٢٩,٣٥٩٨	,٠٠١١٦٠	,٠٣٤١
٨٦٣	٧٤٤٧٦٩	٢٩,٣٧٦٩	,٠٠١١٥٩	,٠٣٤٠
٨٦٤	٧٤٦٤٩٦	٢٩,٣٩٣٩	,٠٠١١٥٧	,٠٣٤٠
٨٦٥	٧٤٨٢٢٥	٢٩,٤١٠٩	,٠٠١١٥٦	,٠٣٤٠
٨٦٦	٧٤٩٩٥٦	٢٩,٤٢٧٩	,٠٠١١٥٥	,٠٣٤٠
٨٦٧	٧٥١٦٨٩	٢٩,٤٤٤٩	,٠٠١١٥٣	,٠٣٤٠
٨٦٨	٧٥٣٤٢٤	٢٩,٤٦١٨	,٠٠١١٥٢	,٠٣٣٩
٨٦٩	٧٥٥١٦١	٢٩,٤٧٨٨	,٠٠١١٥١	,٠٣٣٩
٨٧٠	٧٥٦٩٠٠	٢٩,٤٩٥٨	,٠٠١١٤٩	,٠٣٣٩
٨٧١	٧٥٨٦٤١	٢٩,٥١٢٧	,٠٠١١٤٨	,٠٣٣٩
٨٧٢	٧٦٠٣٨٤	٢٩,٥٢٩٦	,٠٠١١٤٧	,٠٣٣٩
٨٧٣	٧٦٢١٢٩	٢٩,٥٤٦٦	,٠٠١١٤٥	,٠٣٣٨
٨٧٤	٧٦٣٨٧٦	٢٩,٥٦٣٥	,٠٠١١٤٤	,٠٣٣٨
٨٧٥	٧٦٥٦٢٥	٢٩,٥٨٠٤	,٠٠١١٤٣	,٠٣٣٨

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٨٧٦	٧٦٧٣٧٦	٢٩,٥٩٧٣	,٠٠١١٤٢	,٠٣٣٨
٨٧٧	٧٦٩١٢٩	٢٩,٦١٤٢	,٠٠١١٤٠	,٠٣٣٨
٨٧٨	٧٧٠٨٨٤	٢٩,٦٣١١	,٠٠١١٣٩	,٠٣٣٧
٨٧٩	٧٧٢٦٤١	٢٩,٦٤٧٩	,٠٠١١٣٨	,٠٣٣٧
٨٨٠	٧٧٤٤٠٠	٢٩,٦٦٤٨	,٠٠١١٣٦	,٠٣٣٧
٨٨١	٧٧٦١٦١	٢٩,٦٨١٦	,٠٠١١٣٥	.٠٣٣٧
٨٨٢	٧٧٧٩٢٤	٢٩,٦٩٨٥	,٠٠١١٣٤	,٠٣٣٧
٨٨٣	٧٧٩٦٨٩	٢٩,٧١٥٣	,٠٠١١٣٣	,٠٣٣٧
٨٨٤	٧٨١٤٥٦	٢٩,٧٣٢١	,٠٠١١٣١	,٠٣٣٦
٨٨٥	٧٨٣٢٢٥	٢٩,٧٤٨٩	,٠٠١١٣٠	,٠٣٣٦
٨٨٦	٧٨٤٩٩٦	٢٩,٧٦٥٨	,٠٠١١٢٩	,٠٣٣٦
٨٨٧	٧٨٦٧٦٩	٢٩,٧٨٢٥	,٠٠١١٢٧	,٠٣٣٦
٨٨٨	٧٨٨٥٤٤	٢٩,٧٩٩٣	,٠٠١١٢٦	,٠٣٣٦
٨٨٩	٧٩٠٣٢١	٢٩,٨١٦١	,٠٠١١٢٥	,٠٣٣٥
٨٩٠	٧٩٢١٠٠	٢٩,٨٣٢٩	,٠٠١١٢٤	,٠٣٣٥
٨٩١	٧٩٣٨٨١	٢٩,٨٤٩٦	,٠٠١١٢٢	,٠٣٣٥
٨٩٢	٧٩٥٦٦٤	٢٩,٨٦٦٤	,٠٠١١٢١	,٠٣٣٥
٨٩٣	٢٩٧٤٤٩	٢٩,٨٨٣١	,٠٠١١٢٠	,٠٣٣٥
٨٩٤	٧٩٩٢٣٦	٢٩,٨٩٩٨	,٠٠١١١٩	,٠٣٣٤
٨٩٥	٨٠١٠٢٥	٢٩,٩١٦٦	,٠٠١١١٧	,٠٣٣٤
٨٩٦	٨٠٢٨١٦	٢٩,٩٣٣٣	,٠٠١١١٦	,٠٣٣٤
٨٩٧	٨٠٤٦٠٩	٢٩,٩٥٠٠	,٠٠١١١٥	,٠٣٣٤
٨٩٨	٨٠٦٤٠٤	٢٩,٩٦٦٦	,٠٠١١١٤	,٠٣٣٤
٨٩٩	٨٠٨٢٠١	٢٩,٩٨٣٣	,٠٠١١١٢	,٠٣٣٤
٩٠٠	٨١٠٠٠٠	٣٠,٠٠٠٠	,٠٠١١١١	,٠٣٣٣

تابع جدول (١)

ن	$ن^٢$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٩٠١	٨١١٨٠١	٣٠,٠١٦٧	,٠٠١١١٠	,٠٣٣٣
٩٠٢	٨١٣٦٠٤	٣٠,٠٣٣٣	,٠٠١١٠٩	,٠٣٣٣
٩٠٣	٨١٥٤٠٩	٣٠,٠٥٠٠	,٠٠١١٠٧	,٠٣٣٣
٩٠٤	٨١٧٢١٦	٣٠,٠٦٦٦	,٠٠١١٠٦	,٠٣٣٣
٩٠٥	٨١٩٠٢٥	٣٠,٠٨٣٢	,٠٠١١٠٥	,٠٣٣٢
٩٠٦	٨٢٠٨٣٦	٣٠,٠٩٩٨	,٠٠١١٠٤	,٠٣٣٢
٩٠٧	٨٢٢٦٤٩	٣٠,١١٦٤	,٠٠١١٠٣	,٠٣٣٢
٩٠٨	٨٢٤٤٦٤	٣٠,١٣٣٠	,٠٠١١٠١	,٠٣٣٢
٩٠٩	٨٢٦٢٨١	٣٠,١٤٩٦	,٠٠١١٠٠	,٠٣٣٢
٩١٠	٨٢٨١٠٠	٣٠,١٦٦٢	,٠٠١٠٩٩	,٠٣٣١
٩١١	٨٢٩٩٢١	٣٠,١٨٢٨	,٠٠١٠٩٨	,٠٣٣١
٩١٢	٨٣١٧٤٤	٣٠,١٩٩٣	,٠٠١٠٩٦	,٠٣٣١
٩١٣	٨٣٣٥٦٩	٣٠,٢١٥٩	,٠٠١٠٩٥	,٠٣٣١
٩١٤	٨٣٥٣٩٦	٣٠,٢٣٢٤	,٠٠١٠٩٤	,٠٣٣١
٩١٥	٨٣٧٢٢٥	٣٠,٢٤٩٠	,٠٠١٠٩٣	,٠٣٣١
٩١٦	٨٣٩٠٥٦	٣٠,٢٦٥٥	,٠٠١٠٩٢	,٠٣٣٠
٩١٧	٨٤٠٨٨٩	٣٠,٢٨٢٠	,٠٠١٠٩١	,٠٣٣٠
٩١٨	٨٤٢٧٢٤	٣٠,٢٩٨٥	,٠٠١٠٨٩	,٠٣٣٠
٩١٩	٨٤٤٥٦١	٣٠,٣١٥٠	,٠٠١٠٨٨	,٠٣٣٠
٩٢٠	٨٤٦٤٠٠	٣٠,٣٣١٥	,٠٠١٠٨٧	,٠٣٣٠
٩٢١	٨٤٨٢٤١	٣٠,٣٤٨٠	,٠٠١٠٨٦	,٠٣٣٠
٩٢٢	٨٥٠٠٨٤	٣٠,٣٦٤٥	,٠٠١٠٨٥	,٠٣٢٩
٩٢٣	٨٥١٩٢٩	٣٠,٣٨٠٩	,٠٠١٠٨٣	,٠٣٢٩
٩٢٤	٨٥٣٧٧٦	٣٠,٣٩٧٤	,٠٠١٠٨٢	,٠٣٢٩
٩٢٥	٨٥٥٦٢٥	٣٠,٤١٣٨	,٠٠١٠٨١	,٠٣٢٩

تابع جدول (١)

ن	$\text{ن}^{٢}$	$\sqrt{\text{ن}}$	$\frac{١}{\text{ن}}$	$\frac{١}{\sqrt{\text{ن}}}$
٩٢٦	٨٥٧٤٧٦	٣٠,٤٣٠٢	,٠٠١٠٨٠	,٠٣٢٩
٩٢٧	٨٥٩٣٢٩	٣٠,٤٤٦٧	,٠٠١٠٧٩	,٠٣٢٨
٩٢٨	٨٦١١٨٤	٣٠,٤٦٣١	,٠٠١٠٧٨	,٠٣٢٨
٩٢٩	٨٦٣٠٤١	٣٠,٤٧٩٥	,٠٠١٠٧٦	,٠٣٢٨
٩٣٠	٨٦٤٩٠٠	٣٠,٤٩٥٩	,٠٠١٠٧٥	,٠٣٢٨
٩٣١	٨٦٦٧٦١	٣٠,٥١٢٣	,٠٠١٠٧٤	,٠٣٢٨
٩٣٢	٨٦٨٦٢٤	٣٠,٥٢٨٧	,٠٠١٠٧٣	,٠٣٢٨
٩٣٣	٨٧٠٤٨٩	٣٠,٥٤٥٠	,٠٠١٠٧٢	,٠٣٢٧
٩٣٤	٨٧٢٣٥٦	٣٠,٥٦١٤	,٠٠١٠٧١	,٠٣٢٧
٩٣٥	٨٧٤٢٢٥	٣٠,٥٧٧٨	,٠٠١٠٧٠	,٠٣٢٧
٩٣٦	٨٧٦٠٩٦	٣٠,٥٩٤١	,٠٠١٠٦٨	,٠٣٢٧
٩٣٧	٨٧٧٩٦٩	٣٠,٦١٠٥	,٠٠١٠٦٧	,٠٣٢٧
٩٣٨	٨٧٩٨٤٤	٣٠,٦٢٦٨	,٠٠١٠٦٦	,٠٣٢٧
٩٣٩	٨٨١٧٢١	٣٠,٦٤٣٢	,٠٠١٠٦٥	,٠٣٢٦
٩٤٠	٨٨٣٦٠٠	٣٠,٦٥٩٤	,٠٠١٠٦٤	,٠٣٢٦
٩٤١	٨٨٥٤٨١	٣٠,٦٧٥٧	,٠٠١٠٦٣	,٠٣٢٦
٩٤٢	٨٨٧٣٦٤	٣٠,٦٩٢٠	,٠٠١٠٦٢	,٠٣٢٦
٩٤٣	٨٨٩٢٤٩	٣٠,٧٠٨٣	,٠٠١٠٦٠	,٠٣٢٦
٩٤٤	٨٩١١٣٦	٣٠,٧٢٤٦	,٠٠١٠٥٩	,٠٣٢٥
٩٤٥	٨٩٣٠٢٥	٣٠,٧٤٠٩	,٠٠١٠٥٨	,٠٣٢٥
٩٤٦	٨٩٤٩١٦	٣٠,٧٥٧١	,٠٠١٠٥٧	,٠٣٢٥
٩٤٧	٨٩٦٨٠٩	٣٠,٧٧٣٤	,٠٠١٠٥٦	,٠٣٢٥
٩٤٨	٨٩٨٧٠٤	٣٠,٧٨٩٦	,٠٠١٠٥٥	,٠٣٢٥
٩٤٩	٩٠٠٦٠١	٣٠,٨٠٥٨	,٠٠١٠٥٤	,٠٣٢٥
٩٥٠	٩٠٢٥٠٠	٣٠,٨٢٢١	,٠٠١٠٥٣	,٠٣٢٤

تابع جدول (١)

ن	$ن^2$	$\sqrt{ن}$	$\frac{1}{ن}$	$\frac{1}{\sqrt{ن}}$
٩٥١	٩٠٤٤٠١	٣٠,٨٣٨٣	,٠٠٠١٠٥٢	,٠٣٢٤
٩٥٢	٩٠٦٣٠٤	٣٠,٨٥٤٥	,٠٠٠١٠٥٠	,٠٣٢٤
٩٥٣	٩٠٨٢٠٩	٣٠,٨٧٠٧	,٠٠٠١٠٤٩	,٠٣٢٤
٩٥٤	٩١٠١١٦	٣٠,٨٨٦٩	,٠٠٠١٠٤٨	,٠٣٢٤
٩٥٥	٩١٢٠٢٥	٣٠,٩٠٣١	,٠٠٠١٠٤٧	,٠٣٢٤
٩٥٦	٩١٣٩٣٦	٣٠,٩١٩٢	,٠٠٠١٠٤٦	,٠٣٢٣
٩٥٧	٩١٥٨٤٩	٣٠,٩٣٥٤	,٠٠٠١٠٤٥	,٠٣٢٣
٩٥٨	٩١٧٧٦٤	٣٠,٩٥١٦	,٠٠٠١٠٤٤	,٠٣٢٣
٩٥٩	٩١٩٦٨١	٣٠,٩٦٧٧	,٠٠٠١٠٤٣	,٠٣٢٣
٩٦٠	٩٢١٦٠٠	٣٠,٩٨٣٩	,٠٠٠١٠٤٢	,٠٣٢٣
٩٦١	٩٢٣٥٢١	٣١,٠٠٠٠	,٠٠٠١٠٤١	,٠٣٢٢
٩٦٢	٩٢٥٤٤٤	٣١,٠١٦١	,٠٠٠١٠٤٠	,٠٣٢٢
٩٦٣	٩٢٧٣٦٩	٣١,٠٣٢٢	,٠٠٠١٠٣٨	,٠٣٢٢
٩٦٤	٩٢٩٢٩٦	٣١,٠٤٨٣	,٠٠٠١٠٣٧	,٠٣٢٢
٩٦٥	٩٣١٢٢٥	٣١,٠٦٤٤	,٠٠٠١٠٣٦	,٠٣٢٢
٩٦٦	٩٣٣١٥٦	٣١,٠٨٠٥	,٠٠٠١٠٣٥	,٠٣٢٢
٩٦٧	٩٣٥٠٨٩	٣١,٠٩٦٦	,٠٠٠١٠٣٤	,٠٣٢١
٩٦٨	٩٣٧٠٢٤	٣١,١١٢٧	,٠٠٠١٠٣٣	,٠٣٢١
٩٦٩	٩٣٨٩٦١	٣١,١٢٨٨	,٠٠٠١٠٣٢	,٠٣٢١
٩٧٠	٩٤٠٩٠٠	٣١,١٤٤٨	,٠٠٠١٠٣١	,٠٣٢١
٩٧١	٩٤٢٨٤١	٣١,١٦٠٩	,٠٠٠١٠٣٠	,٠٣٢١
٩٧٢	٩٤٤٧٨٤	٣١,١٧٦٩	,٠٠٠١٠٢٩	,٠٣٢١
٩٧٣	٩٤٦٧٢٩	٣١,١٩٢٩	,٠٠٠١٠٢٨	,٠٣٢١
٩٧٤	٩٤٨٦٧٦	٣١,٢٠٩٠	,٠٠٠١٠٢٧	,٠٣٢٠
٩٧٥	٩٥٠٦٢٥	٣١,٢٢٥٠	,٠٠٠١٠٢٦	,٠٣٢٠

تابع جدول (١)

ن	$ن^{٢}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٩٧٦	٩٥٢٥٧٦	٣١,٢٤١٠	,٠٠١٠٢٥	,٠٣٢٠
٩٧٧	٩٥٤٥٢٩	٣١,٢٥٧٠	,٠٠١٠٢٤	,٠٣٢٠
٩٧٨	٩٥٦٤٨٤	٣١,٢٧٣٠	,٠٠١٠٢٢	,٠٣٢٠
٩٧٩	٩٥٨٤٤١	٣١,٢٨٩٠	,٠٠١٠٢١	,٠٣٢٠
٩٨٠	٩٦٠٤٠٠	٣١,٣٠٥٠	,٠٠١٠٢٠	,٠٣١٩
٩٨١	٩٦٢٣٦١	٣١,٣٢٠٩	,٠٠١٠١٩	,٠٣١٩
٩٨٢	٩٦٤٣٢٤	٣١,٣٣٦٩	,٠٠١٠١٨	,٠٣١٩
٩٨٣	٩٦٦٢٨٩	٣١,٣٥٢٨	,٠٠١٠١٧	,٠٣١٩
٩٨٤	٩٦٨٢٥٦	٣١,٣٦٨٨	,٠٠١٠١٦	,٠٣١٩
٩٨٥	٩٧٠٢٢٥	٣١,٣٨٤٧	,٠٠١٠١٥	,٠٣١٩
٩٨٦	٩٧٢١٩٦	٣١,٤٠٠٦	,٠٠١٠١٤	,٠٣١٨
٩٨٧	٩٧٤١٦٩	٣١,٤١٦٦	,٠٠١٠١٣	,٠٣١٨
٩٨٨	٩٧٦١٤٤	٣١,٤٣٢٥	,٠٠١٠١٢	,٠٣١٨
٩٨٩	٩٧٨١٢١	٣١,٤٤٨٤	,٠٠١٠١١	,٠٣١٨
٩٩٠	٩٨٠١٠٠	٣١,٤٦٤٣	,٠٠١٠١٠	,٠٣١٨
٩٩١	٩٨٢٠٨١	٣١,٤٨٠٢	,٠٠١٠٠٩	,٠٣١٨
٩٩٢	٩٨٤٠٦٤	٣١,٤٩٦٠	,٠٠١٠٠٨	,٠٣١٨
٩٩٣	٩٨٦٠٤٩	٣١,٥١١٩	,٠٠١٠٠٧	,٠٣١٧
٩٩٤	٩٨٨٠٣٦	٣١,٥٢٧٨	,٠٠١٠٠٦	,٠٣١٧
٩٩٥	٩٩٠٠٢٥	٣١,٥٤٣٦	,٠٠١٠٠٥	,٠٣١٧
٩٩٦	٩٩٢٠١٦	٣١,٥٥٩٥	,٠٠١٠٠٤	,٠٣١٧
٩٩٧	٩٩٤٠٠٩	٣١,٥٧٥٣	,٠٠١٠٠٣	,٠٣١٧
٩٩٨	٩٩٦٠٠٤	٣١,٥٩١١	,٠٠١٠٠٢	,٠٣١٧
٩٩٩	٩٩٨٠٠١	٣١,٦٠٧٠	,٠٠١٠٠١	,٠٣١٦
١٠٠٠	١٠٠٠٠٠٠	٣١,٦٢٢٨	,٠٠١٠٠٠	,٠٣١٦

جدول (ب)

التوزيع الاعتدالى مصاغا فى شكل ح/ع (انحرافات معيارية)

(١) الدرجة المعيارية ح/ع	(٢) المساحة من م حتى ح/ع	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٥) الاحداثى ص عند ح/ع
,٠٠	,٠٠٠٠٠	,٥٠٠٠٠	,٥٠٠٠٠	,٣٩٨٩
,٠١	,٠٠٤٠	,٥٠٤٠	,٤٩٦٠	,٣٩٨٩
,٠٢	,٠٠٨٠	,٥٠٨٠	,٤٩٢٠	,٣٩٨٩
,٠٣	,٠١٢٠	,٥١٢٠	,٤٨٨٠	,٣٩٨٨
,٠٤	,٠١٦٠	,٥١٦٠	,٤٨٤٠	,٣٩٨٦
,٠٥	,٠١٩٩	,٥١٩٩	,٤٨٠١	,٣٩٨٤
,٠٦	,٠٢٣٩	,٥٢٣٩	,٤٧٦١	,٣٩٨٢
,٠٧	,٠٢٧٩	,٥٢٧٩	,٤٧٢١	,٣٩٨٠
,٠٨	,٠٣١٩	,٥٣١٩	,٤٦٨١	,٣٩٧٧
,٠٩	,٠٣٥٩	,٥٣٥٩	,٤٦٤١	,٣٩٧٣
,١٠	,٠٣٩٨	,٥٣٩٨	,٤٦٠٢	,٣٩٧٠
,١١	,٠٤٣٨	,٥٤٣٨	,٤٥٦٢	,٣٩٦٥
,١٢	,٠٤٧٨	,٥٤٧٨	,٤٥٢٢	,٣٩٦١
,١٣	,٠٥١٧	,٥٥١٧	,٤٤٨٣	,٣٩٥٦
,١٤	,٠٥٥٧	,٥٥٥٧	,٤٤٤٣	,٣٩٥١
,١٥	,٠٥٩٦	,٥٥٩٦	,٤٤٠٤	,٣٩٤٥
,١٦	,٠٦٣٦	,٥٦٣٦	,٤٣٦٤	,٣٩٣٩
,١٧	,٠٦٧٥	,٥٦٧٥	,٤٣٢٥	,٣٩٣٢
,١٨	,٠٧١٤	,٥٧١٤	,٤٢٨٦	,٣٩٢٥
,١٩	,٠٧٥٣	,٥٧٥٣	,٤٢٤٧	,٣٩١٨
,٢٠	,٠٧٩٣	,٥٧٩٣	,٤٢٠٧	,٣٩١٠
,٢١	,٠٨٣٢	,٥٨٣٢	,٤١٦٨	,٣٩٠٢

تابع جدول (ب)

(١) الدرجة المعيارية $\frac{ح}{ع}$	(٢) المساحة من م حتى $\frac{ح}{ع}$	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٥) الاحداثى ص عند $\frac{ح}{ع}$
,٢٢	,٠٨٧١	,٥٨٧١	,٤١٢٩	,٣٨٩٤
,٢٣	,٠٩١٠	,٥٩١٠	,٤٠٩٠	,٣٨٨٥
,٢٤	,٠٩٤٨	,٥٩٤٨	,٤٠٥٢	,٣٨٧٦
,٢٥	,٠٩٨٧	,٥٩٨٧	,٤٠١٣	,٣٨٦٧
,٢٦	,١٠٢٦	,٦٠٢٦	,٣٩٧٤	,٣٨٥٧
,٢٧	,١٠٦٤	,٦٠٦٤	,٣٩٣٦	,٣٨٤٧
,٢٨	,١١٠٣	,٦١٠٣	,٣٨٩٧	,٣٨٣٦
,٢٩	,١١٤١	,٦١٤١	,٣٨٥٩	,٣٨٢٥
,٣٠	,١١٧٩	,٦١٧٩	,٣٨٢١	,٣٨١٤
,٣١	,١٢١٧	,٦٢١٧	,٣٧٨٣	,٣٨٠٢
,٣٢	,١٢٥٥	,٦٢٥٥	,٣٧٤٥	,٣٧٩٠
,٣٣	,١٢٩٣	,٦٢٩٣	,٣٧٠٧	,٣٧٧٨
,٣٤	,١٣٣١	,٦٣٣١	,٣٦٦٩	,٣٧٦٥
,٣٥	,١٣٦٨	,٦٣٦٨	,٣٦٣٢	,٣٧٥٢
,٣٦	,١٤٠٦	,٦٤٠٦	,٣٥٩٤	,٣٧٣٩
,٣٧	,١٤٤٣	,٦٤٤٣	,٣٥٥٧	,٣٧٢٥
,٣٨	,١٤٨٠	,٦٤٨٠	,٣٥٢٠	,٣٧١٢
,٣٩	,١٥١٧	,٦٥١٧	,٣٤٨٣	,٣٦٩٧
,٤٠	,١٥٥٤	,٦٥٥٤	,٣٤٤٦	,٣٦٨٣
,٤١	,١٥٩١	,٦٥٩١	,٣٤٠٩	,٣٦٦٨
,٤٢	,١٦٢٨	,٦٦٢٨	,٣٣٧٢	,٣٦٥٣
,٤٣	,١٦٦٤	,٦٦٦٤	,٣٣٣٦	,٣٦٣٧

تابع جدول (ب)

(١) الدرجة المعيارية ح / ع	(٢) المساحة من م حتى ح / ع	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٥) الاحداثى ص عند ح / ع
,٤٤	,١٧٠٠	,٦٧٠٠	,٣٣٠٠	,٣٦٢١
,٤٥	,١٧٣٦	,٦٧٣٦	,٣٢٦٤	,٣٦٠٥
,٤٦	,١٧٧٢	,٦٧٧٢	,٣٢٢٨	,٣٥٨٩
,٤٧	,١٨٠٨	,٦٨٠٨	,٣١٩٢	,٣٥٧٢
,٤٨	,١٨٤٤	,٦٨٤٤	,٣١٥٦	,٣٥٥٥
,٤٩	,١٨٧٩	,٦٨٧٩	,٣١٢١	,٣٥٣٨
,٥٠	,١٩١٥	,٦٩١٥	,٣٠٨٥	,٣٥٢١
,٥١	,١٩٥٠	,٦٩٥٠	,٣٠٥٠	,٣٥٠٣
,٥٢	,١٩٨٥	,٦٩٨٥	,٣٠١٥	,٣٤٨٥
,٥٣	,٢٠١٩	,٧٠١٩	,٢٩٨١	,٣٤٦٧
,٥٤	,٢٠٥٤	,٧٠٥٤	,٢٩٤٦	,٣٤٤٨
,٥٥	,٢٠٨٨	,٧٠٨٨	,٢٩١٢	,٣٤٢٩
,٥٦	,٢١٢٣	,٧١٢٣	,٢٨٧٧	,٣٤١٠
,٥٧	,٢١٥٧	,٧١٥٧	,٣٨٤٣	,٣٣٩١
,٥٨	,٢١٩٠	,٧١٩٠	,٢٨١٠	,٣٣٧٢
,٥٩	,٢٢٢٤	,٧٢٢٤	,٢٧٧٦	,٣٣٥٢
,٦٠	,٢٢٥٧	,٧٢٥٧	,٢٧٤٣	,٣٣٣٢
,٦١	,٢٢٩١	,٧٢٩١	,٢٧٠٩	,٣٣١٢
,٦٢	,٢٣٢٤	,٧٣٢٤	,٢٦٧٦	,٣٢٩٢
,٦٣	,٢٣٥٧	,٧٣٥٧	,٢٦٤٣	,٣٢٧١
,٦٤	,٢٣٨٩	,٧٣٨٩	,٢٦١١	,٣٢٥١
,٦٥	,٢٤٢٢	,٧٤٢٢	,٢٥٧٨	,٣٢٣٠

تابع جدول (ب)

(١) الدرجة المعيارية $\frac{ح}{ع}$	(٢) المساحة من م حتى $\frac{ح}{ع}$	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٥) الاحداثى ص عند $\frac{ح}{ع}$
٫٦٦	٫٢٤٥٤	٫٧٤٥٤	٫٢٥٤٦	٫٣٢٠٩
٫٦٧	٫٢٤٨٦	٫٧٤٨٦	٫٢٥١٤	٫٣١٨٧
٫٦٨	٫٢٥١٧	٫٧٥١٧	٫٣٤٨٣	٫٣١٦٦
٫٦٩	٫٢٥٤٩	٫٧٥٤٩	٫٢٤٥١	٫٣١٤٤
٫٧٠	٫٢٥٨٠	٫٧٥٨٠	٫٢٤٢٠	٫٣١٢٣
٫٧١	٫٢٦١١	٫٧٦١١	٫٢٣٨٩	٫٣١٠١
٫٧٢	٫٢٦٤٢	٫٧٦٤٢	٫٢٣٥٨	٫٣٠٧٩
٫٧٣	٫٢٦٧٣	٫٧٦٧٣	٫٢٣٢٧	٫٣٠٥٦
٫٧٤	٫٢٧٠٤	٫٧٧٠٤	٫٢٢٩٦	٫٣٠٣٤
٫٧٥	٫٢٧٣٤	٫٧٧٣٤	٫٢٢٦٦	٫٣٠١١
٫٧٦	٫٢٧٦٤	٫٧٧٦٤	٫٢٢٣٦	٫٢٩٨٩
٫٧٧	٫٢٧٩٤	٫٧٧٩٤	٫٢٢٠٦	٫٢٩٦٦
٫٧٨	٫٢٨٢٣	٫٧٨٢٣	٫٢١٧٧	٫٢٩٤٣
٫٧٩	٫٢٨٥٢	٫٧٨٥٢	٫٢١٤٨	٫٢٩٢٠
٫٨٠	٫٢٨٨١	٫٧٨٨١	٫٢١١٩	٫٢٨٩٧
٫٨١	٫٢٩١٠	٫٧٩١٠	٫٢٠٩٠	٫٢٨٧٤
٫٨٢	٫٢٩٣٩	٫٧٩٣٩	٫٢٠٦١	٫٢٨٥٠
٫٨٣	٫٢٩٦٧	٫٧٩٦٧	٫٢٠٣٣	٫٢٨٢٧
٫٨٤	٫٢٩٩٥	٫٧٩٩٥	٫٢٠٠٥	٫٢٨٠٣
٫٨٥	٫٣٠٢٣	٫٨٠٢٣	٫١٩٧٧	٫٢٧٨٠
٫٨٦	٫٣٠٥١	٫٨٠٥١	٫١٩٤٩	٫٢٧٥٦
٫٨٧	٫٣٠٧٨	٫٨٠٧٨	٫١٩٢٢	٫٢٧٣٢

تابع جدول (ب)

(١) الدرجة المعيارية $\frac{ح}{ع}$	(٢) المساحة من م حتى $\frac{ح}{ع}$	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٥) الاحداثى ص عند $\frac{ح}{ع}$
٫٨٨	٫٣١٠٦	٫٨١٠٦	٫١٨٩٤	٫٢٧٠٩
٫٨٩	٫٣١٣٣	٫٨١٣٣	٫١٨٦٧	٫٢٦٨٥
٫٩٠	٫٣١٥٩	٫٨١٥٩	٫١٨٤١	٫٢٦٦١
٫٩١	٫٣١٨٦	٫٨١٨٦	٫١٨١٤	٫٢٦٣٧
٫٩٢	٫٣٢١٢	٫٨٢١٢	٫١٧٨٨	٫٢٦١٣
٫٩٣	٫٣٢٣٨	٫٨٢٣٨	٫١٧٦٢	٫٢٥٨٩
٫٩٤	٫٣٢٦٤	٫٨٢٦٤	٫١٧٣٦	٫٢٥٦٥
٫٩٥	٫٣٢٨٩	٫٨٢٨٩	٫١٧١١	٫٢٥٤١
٫٩٦	٫٣٣١٥	٫٨٣١٥	٫١٦٨٥	٫٢٥١٦
٫٩٧	٫٣٣٤٠	٫٨٣٤٠	٫١٦٦٠	٫٢٤٩٢
٫٩٨	٫٣٣٦٥	٫٨٣٦٥	٫١٦٣٥	٫٢٤٦٨
٫٩٩	٫٣٣٨٩	٫٨٣٨٩	٫١٦١١	٫٢٤٤٤
١٫٠٠	٫٣٤١٣	٫٨٤١٣	٫١٥٨٧	٫٢٤٢٠
١٫٠١	٫٣٤٣٨	٫٨٤٣٨	٫١٥٦٢	٫٢٣٩٦
١٫٠٢	٫٣٤٦١	٫٨٤٦١	٫١٥٣٩	٫٢٣٧١
١٫٠٣	٫٣٤٨٥	٫٨٤٨٥	٫١٥١٥	٫٢٣٤٧
١٫٠٤	٫٣٥٠٨	٫٨٥٠٨	٫١٤٩٢	٫٢٣٢٣
١٫٠٥	٫٣٥٣١	٫٨٥٣١	٫١٤٦٩	٫٢٢٩٩
١٫٠٦	٫٣٥٥٤	٫٨٥٥٤	٫١٤٤٦	٫٢٢٧٥
١٫٠٧	٫٣٥٧٧	٫٨٥٧٧	٫١٤٢٣	٫٢٢٥١
١٫٠٨	٫٣٥٩٩	٫٨٥٩٩	٫١٤٠١	٫٢٢٢٧
١٫٠٩	٫٣٦٢١	٫٨٦٢١	٫١٣٧٩	٫٢٢٠٣

تابع جدول (ب)

(١) الدرجة المعيارية $\frac{ح}{ع}$	(٢) المساحة من م حتى $\frac{ح}{ع}$	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٥) الاحداثى ص عند $\frac{ح}{ع}$
١,١٠	,٣٦٤٣	,٨٦٤٣	,١٣٥٧	,٢١٧٩
١,١١	,٣٦٦٥	,٨٦٦٥	,١٣٣٥	,٢١٥٥
١,١٢	,٣٦٨٦	,٨٦٨٦	,١٣١٤	,٢١٣١
١,١٣	,٣٧٠٨	,٨٧٠٨	,١٢٩٢	,٢١٠٧
١,١٤	,٣٧٢٩	,٨٧٢٩	,١٢٧١	,٢٠٨٣
١,١٥	,٣٧٤٩	,٨٧٤٩	,١٢٥١	,٢٠٥٩
١,١٦	,٣٧٧٠	,٨٧٧٠	,١٢٣٠	,٢٠٣٦
١,١٧	,٣٧٩٠	,٨٧٩٠	,١٢١٠	,٢٠١٢
١,١٨	,٣٨١٠	,٨٨١٠	,١١٩٠	,١٩٨٩
١,١٩	,٣٨٣٠	,٨٨٣٠	,١١٧٠	,١٩٦٥
١,٢٠	,٣٨٤٩	,٨٨٤٩	,١١٥١	,١٩٤٢
١,٢١	,٣٨٦٩	,٨٨٦٩	,١١٣١	,١٩١٩
١,٢٢	,٣٨٨٨	,٨٨٨٨	,١١١٢	,١٨٩٥
١,٢٣	,٣٩٠٧	,٨٩٠٧	,١٠٩٣	,١٨٧٢
١,٢٤	,٣٩٢٥	,٨٩٢٥	,١٠٧٥	,١٨٤٩
١,٢٥	,٣٩٤٤	,٨٩٤٤	,١٠٥٦	,١٨٢٦
١,٢٦	,٣٩٦٢	,٨٩٦٢	,١٠٣٨	,١٨٠٤
١,٢٧	,٣٩٨٠	,٨٩٨٠	,١٠٢٠	,١٧٨١
١,٢٨	,٣٩٩٧	,٨٩٩٧	,١٠٠٣	,١٧٥٨
١,٢٩	,٤٠١٥	,٩٠١٥	,٠٩٨٥	,١٧٣٦
١,٣٠	,٤٠٣٢	,٩٠٣٢	,٠٩٦٨	,١٧١٤
١,٣١	,٤٠٤٩	,٩٠٤٩	,٠٩٥١	,١٦٩١

تابع جدول (ب)

(١) الدرجة المعيارية ح/ع	(٢) المساحة من م حتى ح/ع	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٥) الاحداثى ص عند ح/ع
١,٣٢	٫٤٠٦٦	٫٩٠٦٦	٫٠٩٣٤	٫١٦٦٩
١,٣٣	٫٤٠٨٢	٫٩٠٨٢	٫٠٩١٨	٫١٦٤٧
١,٣٤	٫٤٠٩٩	٫٩٠٩٩	٫٠٩٠١	٫١٦٢٦
١,٣٥	٫٤١١٥	٫٩١١٥	٫٠٨٨٥	٫١٦٠٤
١,٣٦	٫٤١٣١	٫٩١٣١	٫٠٨٦٩	٫١٥٨٢
١,٣٧	٫٣١٤٧	٫٩١٤٧	٫٠٨٥٣	٫١٥٦١
١,٣٨	٫٤١٦٢	٫٩١٦٢	٫٠٨٣٨	٫١٥٣٩
١,٣٩	٫٤١٧٧	٫٩١٧٧	٫٠٨٢٣	٫١٥١٨
١,٤٠	٫٤١٩٢	٫٩١٩٢	٫٠٨٠٨	٫١٤٩٧
١,٤١	٫٤٢٠٧	٫٩٢٠٧	٫٠٧٩٣	٫١٤٧٦
١,٤٢	٫٤٢٢٢	٫٩٢٢٢	٫٠٧٧٨	٫١٤٥٦
١,٤٣	٫٤٢٣٦	٫٩٢٣٦	٫٠٧٦٤	٫١٤٣٥
١,٤٤	٫٤٢٥١	٫٩٢٥١	٫٠٧٤٩	٫١٤١٥
١,٤٥	٫٤٢٦٥	٫٩٢٦٥	٫٠٧٣٥	٫١٣٩٤
١,٤٦	٫٤٢٧٩	٫٩٢٧٩	٫٠٧٢١	٫١٣٧٤
١,٤٧	٫٤٢٩٢	٫٩٢٩٢	٫٠٧٠٨	٫١٣٥٤
١,٤٨	٫٤٣٠٦	٫٩٣٠٦	٫٠٦٩٤	٫١٣٣٤
١,٤٩	٫٤٣١٩	٫٩٣١٩	٫٠٦٨١	٫١٣١٥
١,٥٠	٫٤٣٣٢	٫٩٣٣٢	٫٠٦٦٨	٫١٢٩٥
١,٥١	٫٤٣٤٥	٫٩٣٤٥	٫٠٦٥٥	٫١٢٧٦
١,٥٢	٫٤٣٥٧	٫٩٣٥٧	٫٠٦٤٣	٫١٢٥٧
١,٥٣	٫٤٣٧٠	٫٩٣٧٠	٫٠٦٣٠	٫١٢٣٨

تابع جدول (ب)

(١) الدرجة المعيارية ح/ع	(٢) المساحة من م حتى ح/ع	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٥) الاحداثى ص عند ح/ع
١,٥٤	,٤٣٨٢	,٩٣٨٢	,٠٦١٨	,١٢١٩
١,٥٥	,٤٣٩٤	,٩٣٩٤	,٠٦٠٦	,١٢٠٠
١,٥٦	,٤٤٠٦	,٩٤٠٦	,٠٥٩٤	,١١٨٢
١,٥٧	,٤٤١٨	,٩٤١٨	,٠٥٨٢	,١١٦٣
١,٥٨	,٤٤٢٩	,٩٤٢٩	,٠٥٧١	,١١٤٥
١,٥٩	,٤٤٤١	,٩٤٤١	,٠٥٥٩	,١١٢٧
١,٦٠	,٤٤٥٢	,٩٤٥٢	,٠٥٤٨	,١١٠٩
١,٦١	,٤٤٦٣	,٩٤٦٣	,٠٥٣٧	,١٠٩٢
١,٦٢	,٤٤٧٤	,٩٤٧٤	,٠٥٢٦	,١٠٧٤
١,٦٣	,٤٤٨٤	,٩٤٨٤	,٠٥١٦	,١٠٥٧
١,٦٤	,٤٤٩٥	,٩٤٩٥	,٠٥٠٥	,١٠٤٠
١,٦٥	,٤٥٠٥	,٩٥٠٥	,٠٤٩٥	,١٠٢٣
١,٦٦	,٤٥١٥	,٩٥١٥	,٠٤٨٥	,١٠٠٦
١,٦٧	,٤٥٢٥	,٩٥٢٥	,٠٤٧٥	,٠٩٨٩
١,٦٨	,٤٥٣٥	,٩٥٣٥	,٠٤٦٥	,٠٩٧٣
١,٦٩	,٤٥٤٥	,٩٥٤٥	,٠٤٥٥	,٠٩٥٧
١,٧٠	,٤٥٥٤	,٩٥٥٤	,٠٤٤٦	,٠٩٤٠
١,٧١	,٤٥٦٤	,٩٥٦٤	,٠٤٣٦	,٠٩٢٥
١,٧٢	,٤٥٧٣	,٩٥٧٣	,٠٤٢٧	,٠٩٠٩
١,٧٣	,٤٥٨٢	,٩٥٨٢	,٠٤١٨	,٠٨٩٣
١,٧٤	,٤٥٩١	,٩٥٩١	,٠٤٠٩	,٠٨٧٨
١,٧٥	,٤٥٩٩	,٩٥٩٩	,٠٤٠١	,٠٨٦٣

تابع جدول (ب)

(١) الدرجة المعيارية ح / ع	(٢) المساحة من م حتى ح / ع	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٥) الاحداثى ص عند ح / ع
١,٧٦	,٤٦٠٨	,٩٦٠٨	,٠٣٩٢	,٠٨٤٨
١,٧٧	,٤٦١٦	,٩٦١٦	,٠٣٨٤	,٠٨٣٣
١,٧٨	,٤٦٢٥	,٩٦٢٥	,٠٣٧٥	,٠٨١٨
١,٧٩	,٤٦٣٣	,٩٦٣٣	,٠٣٦٧	,٠٨٠٤
١,٨٠	,٤٦٤١	,٩٦٤١	,٠٣٥٩	,٠٧٩٠
١,٨١	,٤٦٤٩	,٩٦٤٩	,٠٣٥١	,٠٧٧٥
١,٨٢	,٤٦٥٦	,٩٦٥٦	,٠٣٤٤	,٠٧٦١
١,٨٣	,٤٦٦٤	,٩٦٦٤	,٠٣٣٦	,٠٧٤٨
١,٨٤	,٤٦٧١	,٩٦٧١	,٠٣٢٩	,٠٧٣٤
١,٨٥	,٤٦٧٨	,٩٦٧٨	,٠٣٢٢	,٠٧٢١
١,٨٦	,٤٦٨٦	,٩٦٨٦	,٠٣١٤	,٠٧٠٧
١,٨٧	,٤٦٩٣	,٩٦٩٣	,٠٣٠٧	,٠٦٩٤
١,٨٨	,٤٦٩٩	,٩٦٩٩	,٠٣٠١	,٠٦٨١
١,٨٩	,٤٧٠٦	,٩٧٠٦	,٠٢٩٤	,٠٦٦٩
١,٩٠	,٤٧١٣	,٩٧١٣	,٠٢٨٧	,٠٦٥٦
١,٩١	,٤٧١٩	,٩٧١٩	,٠٢٨١	,٠٦٤٤
١,٩٢	,٤٧٢٦	,٩٧٢٦	,٠٢٧٤	,٠٦٣٢
١,٩٣	,٤٧٣٢	,٩٧٣٢	,٠٢٦٨	,٠٦٢٠
١,٩٤	,٤٧٣٨	,٩٧٣٨	,٠٢٦٢	,٠٦٠٨
١,٩٥	,٤٧٤٤	,٩٧٤٤	,٠٢٥٦	,٠٥٩٦
١,٩٦	,٤٧٥٠	,٩٧٥٠	,٠٢٥٠	,٠٥٨٤
١,٩٧	,٤٧٥٦	,٩٧٥٦	,٠٢٤٤	,٠٥٧٣

تابع جدول (ب)

(١) الدرجة المعيارية $\frac{ح}{ع}$	(٢) المساحة من م حتى $\frac{ح}{ع}$	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٥) الاحداثى ص عند $\frac{ح}{ع}$
١,٩٨	.٤٧٦١	,٩٧٦١	,٠٢٣٩	,٠٥٦٢
١,٩٩	.٤٧٦٧	,٩٧٦٧	,٠٢٣٣	,٠٥٥١
٢,٠٠	.٤٧٧٢	,٩٧٧٢	,٠٢٢٨	,٠٥٤٠
٢,٠١	,٤٧٧٨	,٩٧٧٨	,٠٢٢٢	,٠٥٢٩
٢,٠٢	,٤٧٨٣	,٩٧٨٣	,٠٢١٧	,٠٥١٩
٢,٠٣	,٤٧٨٨	,٩٧٨٨	,٠٢١٢	,٠٥٠٨
٢,٠٤	,٤٧٩٣	,٩٧٩٣	,٠٢٠٧	,٠٤٩٨
٢,٠٥	,٤٧٩٨	,٩٧٩٨	,٠٢٠٢	,٠٤٨٨
٢,٠٦	.٤٨٠٣	,٩٨٠٣	,٠١٩٧	,٠٤٧٨
٢,٠٧	.٤٨٠٨	,٩٨٠٨	,٠١٩٢	,٠٤٦٨
٢,٠٨	.٤٨١٢	,٩٨١٢	,٠١٨٨	,٠٤٥٩
٢,٠٩	.٤٨١٧	,٩٨١٧	,٠١٨٣	,٠٤٤٩
٢,١٠	.٤٨٢١	,٩٨٢١	,٠١٧٩	,٠٤٤٠
٢,١١	.٤٨٢٦	,٩٨٢٦	,٠١٧٤	,٠٤٣١
٢,١٢	.٤٨٣٠	,٩٨٣٠	,٠١٧٠	,٠١٢٢
١,١٣	,٤٨٣٤	,٩٨٣٤	,٠١٦٦	,٠٤١٣
٢,١٤	,٤٨٣٨	,٩٨٣٨	,٠١٦٢	,٠٤٠٤
٢,١٥	,٤٨٤٢	,٩٨٤٢	,٠١٥٨	,٠٣٩٦
٢,١٦	,٤٨٤٦	,٩٨٤٦	,٠١٥٤	,٠٣٨٧
٢,١٧	,٤٨٥٠	,٩٨٥٠	,٠١٥٠	,٠٣٧٩
٢,١٨	,٤٨٥٤	,٩٨٥٤	,٠١٤٦	,٠٣٧١
٢,١٩	,٤٨٥٧	,٩٨٥٧	,٠١٤٣	,٠٣٦٣

تابع جدول (ب)

(١) الدرجة المعيارية $\frac{ح}{ع}$	(٢) المساحة من م حتى $\frac{ح}{ع}$	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٥) الاحداثى ص عند $\frac{ح}{ع}$
٢,٢٠	,٤٨٦١	,٩٨٦١	,٠١٣٩	,٠٣٥٥
٢,٢١	,٤٨٦٤	,٩٨٦٤	,٠١٣٦	,٠٣٤٧
٢,٢٢	,٤٨٦٨	,٩٨٦٨	,٠١٣٢	,٠٣٣٩
٢,٢٣	,٤٨٧١	,٩٨٧١	,٠١٢٩	,٠٣٣٢
٢,٢٤	,٤٨٧٥	,٩٨٧٥	,٠١٢٥	,٠٣٢٥
٢,٢٥	,٤٨٧٨	,٩٨٧٨	,٠١٢٢	,٠٣١٧
٢,٢٦	,٤٨٨١	,٩٨٨١	,٠١٩٩	,٠٣١٠
٢,٢٧	,٤٨٨٤	,٩٨٨٤	,٠١١٦	,٠٣٠٣
٢,٢٨	,٤٨٨٧	,٩٨٨٧	,٠١١٣	,٠٢٩٧
٢,٢٩	,٤٨٩٠	,٩٨٩٠	,٠١١٠	,٠٢٩٠
٢,٣٠	,٤٨٩٣	,٩٨٩٣	,٠١٠٧	,٠٢٨٣
٢,٣١	,٤٨٩٦	,٩٨٩٦	,٠١٠٤	,٠٢٧٧
٢,٣٢	,٤٨٩٨	,٩٨٩٨	,٠١٠٢	,٠٢٧٠
٢,٣٣	,٤٩٠١	,٩٩٠١	,٠٠٩٩	,٠٢٦٤
٢,٣٤	,٤٩٠٤	,٩٩٠٤	,٠٠٩٦	,٠٢٥٨
٢,٣٥	,٤٩٠٦	,٩٩٠٦	,٠٠٩٤	,٠٢٥٢
٢,٣٦	,٤٩٠٩	,٩٩٠٩	,٠٠٩١	,٠٢٤٦
٢,٣٧	,٤٩١١	,٩٩١١	,٠٠٨٩	,٠٢٤١
٢,٣٨	,٤٩١٣	,٩٩١٣	,٠٠٨٧	,٠٢٣٥
٢,٣٩	,٤٩١٦	,٩٩١٦	,٠٠٨٤	,٠٢٢٩
٢,٤٠	,٤٩١٨	,٩٩١٨	,٠٠٨٢	,٠٢٢٤
٢,٤١	,٤٩٢٠	,٩٩٢٠	,٠٠٨٠	,٠٢١٩

تابع جدول (ب)

(١) الدرجة المعيارية $\frac{ح}{ع}$	(٢) المساحة من م حتى $\frac{ح}{ع}$	(٣) المساحة في النسبة الكبرى	(٤) المساحة في النسبة الصغرى	(٥) الاحداثي ص عند $\frac{ح}{ع}$
٢,٤٢	,٤٩٢٢	,٩٩٢٢	,٠٠٧٨	,٠٢١٣
٢,٤٣	,٤٩٢٥	,٩٩٢٥	,٠٠٧٥	,٠٢٠٨
٢,٤٤	,٤٩٢٧	,٩٩٢٧	,٠٠٧٣	,٠٢٠٣
٢,٤٥	,٤٩٢٩	,٩٩٢٩	,٠٠٧١	,٠١٩٨
٢,٤٦	,٤٩٣١	,٩٩٣١	,٠٠٦٩	,٠١٩٤
٢,٤٧	,٤٩٣٢	,٩٩٣٢	,٠٠٦٨	,٠١٨٩
٢,٤٨	,٤٩٣٤	,٩٩٣٤	,٠٠٦٦	,٠١٨٤
٢,٤٩	,٤٩٣٦	,٩٩٣٦	,٠٠٦٤	,٠١٨٠
٢,٥٠	,٤٩٣٨	,٩٩٣٨	,٠٠٦٢	,٠١٧٥
٢,٥١	,٤٩٤٠	,٩٩٤٠	,٠٠٦٠	,٠١٧١
٢,٥٢	,٤٩٤١	,٩٩٤١	,٠٠٥٩	,٠١٦٧
٢,٥٣	,٤٩٤٣	,٩٩٤٣	,٠٠٥٧	,٠١٦٣
٢,٥٤	,٤٩٤٥	,٩٩٤٥	,٠٠٥٥	,٠١٥٨
٢,٥٥	,٤٩٤٦	,٩٩٤٦	,٠٠٥٤	,٠١٥٤
٢,٥٦	,٤٩٤٨	,٩٩٤٨	,٠٠٥٢	,٠١٥١
٢,٥٧	,٤٩٤٩	,٩٩٤٩	,٠٠٥١	,٠١٤٧
٢,٥٨	,٤٩٥١	,٩٩٥١	,٠٠٤٩	,٠١٤٣
٢,٥٩	,٤٩٥٢	,٩٩٥٢	,٠٠٤٨	,٠١٣٩
٢,٦٠	,٤٩٥٣	,٩٩٥٣	,٠٠٤٧	,٠١٣٦
٢,٦١	,٤٩٥٥	,٩٩٥٥	,٠٠٤٥	,٠١٣٢
٢,٦٢	,٤٩٥٦	,٩٩٥٦	,٠٠٤٤	,٠١٢٩
٢,٦٣	,٤٩٥٧	,٩٩٥٧	,٠٠٤٣	,٠١٢٦

تابع جدول (ب)

(١) الدرجة المعيارية $\frac{ح}{ع}$	(٢) المساحة من م حتى $\frac{ح}{ع}$	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٥) الاحداثى ص عند $\frac{ح}{ع}$
٢,٦٤	,٤٩٥٩	,٩٩٥٩	,٠٠٤١	,٠١٢٢
٢,٦٥	,٤٩٦٠	,٩٩٦٠	,٠٠٤٠	,٠١١٩
٢,٦٦	,٤٩٦١	,٩٩٦١	,٠٠٣٩	,٠١١٦
٢,٦٧	,٤٩٦٢	,٩٩٦٢	,٠٠٣٨	,٠١١٣
٢,٦٨	,٤٩٦٣	,٩٩٦٣	,٠٠٣٧	,٠١١٠
٢,٦٩	,٤٩٦٤	,٩٩٦٤	,٠٠٣٦	,٠١٠٧
٢,٧٠	,٤٩٦٥	,٩٩٦٥	,٠٠٣٥	,٠١٠٤
٢,٧١	,٤٩٦٦	,٩٩٦٦	,٠٠٣٤	,٠١٠١
٢,٧٢	,٤٩٦٧	,٩٩٦٧	,٠٠٣٣	,٠٠٩٩
٢,٧٣	,٤٩٦٨	,٩٩٦٨	,٠٠٣٢	,٠٠٩٦
٢,٧٤	,٤٩٦٩	,٩٩٦٩	,٠٠٣١	,٠٠٩٣
٢,٧٥	,٤٩٧٠	,٩٩٧٠	,٠٠٣٠	,٠٠٩١
٢,٧٦	,٤٩٧١	,٩٩٧١	,٠٠٢٩	,٠٠٨٨
٢,٧٧	,٤٩٧٢	,٩٩٧٢	,٠٠٢٨	,٠٠٨٦
٢,٧٨	,٤٩٧٣	,٩٩٧٣	,٠٠٢٧	,٠٠٨٤
٢,٧٩	,٤٩٧٤	,٩٩٧٤	,٠٠٢٦	,٠٠٨١
٢,٨٠	,٤٩٧٤	,٩٩٧٤	,٠٠٢٦	,٠٠٧٩
٢,٨١	,٤٩٧٥	,٩٩٧٥	,٠٠٢٥	,٠٠٧٧
٢,٨٢	,٤٩٧٥	,٩٩٧٦	,٠٠٢٤	,٠٠٧٥
٢,٨٣	,٤٩٧٧	,٩٩٧٧	,٠٠٢٣	,٠٠٧٣
٢,٨٤	,٤٩٧٧	,٩٩٧٧	,٠٠٢٣	,٠٠٧١
٢,٨٥	,٤٩٧٨	,٩٩٧٨	,٠٠٢٢	,٠٠٦٩

تابع جدول (ب)

(١) الدرجة المعيارية $\frac{ح}{ع}$	(٢) المساحة من م حتى $\frac{ح}{ع}$	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٥) الاحداثى ص عند $\frac{ح}{ع}$
٢,٨٦	,٤٩٧٩	,٩٩٧٩	,٠٠٢١	,٠٠٦٧
٢,٨٧	,٤٩٧٩	,٩٩٧٩	,٠٠٢١	,٠٠٦٥
٢,٨٨	,٤٩٨٠	,٩٩٨٠	,٠٠٢٠	,٠٠٦٣
٢,٨٩	,٤٩٨١	,٩٩٨١	,٠٠١٩	,٠٠٦١
٢,٩٠	,٤٩٨١	,٩٩٨١	,٠٠١٩	,٠٠٦٠
٢,٩١	,٤٩٨٢	,٩٩٨٢	,٠٠١٨	,٠٠٥٨
٢,٩٢	,٤٩٨٢	,٩٩٨٢	,٠٠١٨	,٠٠٥٦
٢,٩٣	,٤٩٨٣	,٩٩٨٣	,٠٠١٧	,٠٠٥٥
٢,٩٤	,٤٩٨٤	,٩٩٨٤	,٠٠١٦	,٠٠٥٣
٢,٩٥	,٤٩٨٤	,٩٩٨٤	,٠٠١٦	,٠٠٥١
٢,٩٦	,٤٩٨٥	,٩٩٨٥	,٠٠١٥	,٠٠٥٠
٢,٩٧	,٤٩٨٥	,٩٩٨٥	,٠٠١٥	,٠٠٤٨
٢,٩٨	,٤٩٨٦	,٩٩٨٦	,٠٠١٤	,٠٠٤٧
٢,٩٩	,٤٩٨٦	,٩٩٨٦	,٠٠١٤	,٠٠٤٦
٣,٠٠	,٤٩٨٧	,٩٩٨٧	,٠٠١٣	,٠٠٤٤
٣,٠١	,٤٩٨٧	,٩٩٨٧	,٠٠١٣	,٠٠٤٣
٣,٠٢	,٤٩٨٧	,٩٩٨٧	,٠٠١٣	,٠٠٤٢
٣,٠٣	,٤٩٨٨	,٩٩٨٨	,٠٠١٢	,٠٠٤٠
٣,٠٤	,٤٩٨٨	,٩٩٨٨	,٠٠١٢	,٠٠٣٩
٣,٠٥	,٤٩٨٩	,٩٩٨٩	,٠٠١١	,٠٠٣٨
٣,٠٦	,٤٩٨٩	,٩٩٨٩	,٠٠١١	,٠٠٣٧
٣,٠٧	,٤٩٨٩	,٩٩٨٩	,٠٠١١	,٠٠٣٦

تابع جدول (ب)

(١) الدرجة المعيارية ح / ع	(٢) المساحة من م حتى ح / ع	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٥) الاحداثى ص عند ح / ع
٣,٠٨	,٤٩٩٠	,٩٩٩٠	,٠٠١٠	,٠٠٣٥
٣,٠٩	,٤٩٩٠	,٩٩٩٠	,٠٠١٠	,٠٠٣٤
٣,١٠	,٤٩٩٠	,٩٩٩٠	,٠٠١٠	,٠٠٣٣
٣,١١	,٤٩٩١	,٩٩٩١	,٠٠٠٩	,٠٠٣٢
٣,١٢	,٤٩٩١	,٩٩٩١	,٠٠٠٩	,٠٠٣١
٣,١٣	,٤٩٩١	,٩٩٩١	,٠٠٠٩	,٠٠٣٠
٣,١٤	,٤٩٩٢	,٩٩٩٢	,٠٠٠٨	,٠٠٢٩
٣,١٥	,٤٩٩٢	,٩٩٩٢	,٠٠٠٨	,٠٠٢٨
٣,١٦	,٤٩٩٢	,٩٩٩٢	,٠٠٠٨	,٠٠٢٧
٣,١٧	,٤٩٩٢	,٩٩٩٢	,٠٠٠٨	,٠٠٢٦
٣,١٨	,٤٩٩٣	,٩٩٩٣	,٠٠٠٧	,٠٠٢٥
٣,١٩	,٤٩٩٣	,٩٩٩٣	,٠٠٠٧	,٠٠٢٥
٣,٢٠	,٤٩٩٣	,٩٩٩٣	,٠٠٠٧	,٠٠٢٤
٣,٢١	,٤٩٩٣	,٩٩٩٣	,٠٠٠٧	,٠٠٢٣
٣,٢٢	,٤٩٩٤	,٩٩٩٤	,٠٠٠٦	,٠٠٢٢
٣,٢٣	,٤٩٩٤	,٩٩٩٤	,٠٠٠٦	,٠٠٢٢
٣,٢٤	,٤٩٩٤	,٩٩٩٤	,٠٠٠٦	,٠٠٢١
٣,٣٠	,٤٩٩٥	,٩٩٩٥	,٠٠٠٥	,٠٠١٧
٣,٤٠	,٤٩٩٧	,٩٩٩٧	,٠٠٠٣	,٠٠١٢
٣,٥٠	,٤٩٩٨	,٩٩٩٨	,٠٠٠٢	,٠٠٠٩
٣,٦٠	,٤٩٩٨	,٩٩٩٨	,٠٠٠٢	,٠٠٠٦
٣,٧٠	,٤٩٩٩	,٩٩٩٩	,٠٠٠١	,٠٠٠٤

جدول (جـ)

مستويات الدلالة المختلفة لمعامل ارتباط بيرسون

ن - ٢	,١٠	,٠٥	,٠٢	,٠١	,٠٠١
١	,٩٨٨	,٩٩٧	,٩٩٩	,٩٩٩	١,٠٠٠
٢	,٩٠٠	,٩٥٠	,٩٨٠	,٩٩٠	,٩٩٩
٣	,٨٠٥	,٨٧٨	,٩٣٤	,٩٥٩	,٩٩١
٤	,٧٢٩	,٨١١	,٨٨٢	,٩١٧	,٩٧٤
٥	,٦٦٩	,٧٥٤	,٨٣٣	,٨٧٤	,٩٥١
٦	,٦٢٢	,٧٠٧	,٧٨٩	,٨٣٤	,٩٢٥
٧	,٥٨٢	,٦٦٦	,٧٥٠	,٧٩٨	,٨٩٨
٨	,٥٥٠	,٦٣٢	,٧١٦	,٧٦٥	,٨٧٢
٩	,٥٢١	,٦٠٢	,٦٨٥	,٧٣٥	,٨٤٧
١٠	,٤٩٧	,٥٧٦	,٦٥٨	,٧٠٨	,٨٢٣
١١	,٤٧٦	,٥٥٣	,٦٣٤	,٦٨٤	,٨٠١
١٢	,٤٥٨	,٥٣٢	,٦١٢	,٦٦١	,٧٨٠
١٣	,٤٤١	,٥١٤	,٥٩٢	,٦٤١	,٧٦٠
١٤	,٤٢٦	,٤٩٧	,٥٧٤	,٦٢٣	,٧٤٢
١٥	,٤١٢	,٤٨٢	,٥٥٨	,٦٠٦	,٧٢٥
١٦	,٤٠٠	,٤٦٨	,٥٤٢	,٥٩٠	,٧٠٨
١٧	,٣٨٩	,٤٥٦	,٥٢٨	,٥٧٥	,٦٩٣
١٨	,٣٧٨	,٤٤٤	,٥١٦	,٥٦١	,٦٧٩
١٩	,٣٦٩	,٤٣٣	,٥٠٣	,٥٤٩	,٦٦٥
٢٠	,٣٦٠	,٤٢٣	,٤٩٢	,٥٣٧	,٦٥٢
٢٢	,٣٤٤	,٤٠٤	,٤٧٢	,٥١٥	,٦٢٩
٢٤	,٣٣٠	,٣٨٨	,٤٥٣	,٤٩٦	,٦٠٧
٢٥	,٣٢٣	,٣٨١	,٤٤٥	,٤٨٧	,٥٩٧

(تابع) جدول (جـ)

ن - ٢	,١٠	,٠٥	,٠٢	,٠١	,٠٠١
٣٠	,٢٩٦	,٣٤٩	,٤٠٩	,٤٤٩	,٥٥٤
٣٥	,٢٧٥	,٣٢٥	,٣٨١	,٤١٨	,٥١٩
٤٠	,٢٥٧	,٣٠٤	,٣٥٨	,٣٩٣	,٤٩٠
٤٥	,٢٤٣	,٢٨٨	,٣٣٨	,٣٧٢	,٤٦٥
٥٠	,٢٣١	,٢٧٣	,٣٢٢	,٣٥٤	,٤٤٣
٥٥	,٢٢٠	,٢٦١	,٣٠٧	,٣٣٨	,٤٢٤
٦٠	,٢١١	,٢٥٠	,٢٩٥	,٣٢٥	,٤٠٨
٦٥	,٢٠٣	,٢٤٠	,٢٨٤	,٣١٢	,٣٩٣
٧٠	,١٩٥	,٢٣٢	,٢٧٤	,٣٠٢	,٣٨٠
٧٥	,١٨٩	,٢٢٤	,٢٦٤	,٢٩٢	,٣٦٨
٨٠	,١٨٣	,٢١٧	,٢٥٦	,٢٨٣	,٣٥٧
٨٥	,١٧٨	,٢١١	,٢٤٩	,٢٧٥	,٣٤٧
٩٠	,١٧٣	,٢٠٥	,٢٤٢	,٢٦٧	,٣٣٨
٩٥	,١٦٨	,٢٠٠	,٢٣٦	,٢٦٠	,٣٢٩
١٠٠	,١٦٤	,١٩٥	,٢٣٠	,٢٥٤	,٣٢١
١٢٥	,١٤٧	,١٧٤	,٢٠٦	,٢٢٨	,٢٨٨
١٥٠	,١٣٤	,١٥٩	,١٨٩	,٢٠٨	,٢٦٤
١٧٥	,١٢٤	,١٤٨	,١٧٤	,١٦٤	,٢٤٨
٢٠٠	,١١٦	,١٣٨	,١٦٤	,١٨١	,٢٣٥
٣٠٠	,٠٩٥	,١١٣	,١٣٤	,١٤٨	,١٨٨
٥٠٠	,٠٧٤	,٠٨٨	,١٠٤	,١١٥	,١٤٨
١٠٠٠	,٠٥٢	,٠٦٢	,٠٧٣	,٠٨١	,١٠٤
٢٠٠٠	,٠٣٧	,٠٤٤	,٠٥٢	,٠٥٨	,٠٧٤

جدول (د)

دالة ز لفيشر لتحويل معامل ارتباط بيرسون

ر	ز	ر	ز	ر	ز	ر	ز	ر	ز
,٠٠٠	,٠٠٠	,٢٠٠	,٢٠٣	,٤٠٠	,٤٢٤	,٦٠٠	,٦٩٣	,٨٠٠	١,٠٩٩
,٠٠٥	,٥٠٠	,٢٠٥	,٢٠٨	,٤٠٥	,٤٣٠	,٦٠٥	,٧٠١	,٨٠٥	١,١١٣
,٠١٠	,٠١٠	,٢١٠	,٢١٣	,٤١٠	,٤٣٦	,٦١٠	,٧٠٩	,٨١٠	١,١٢٧
,٠١٥	,٠١٥	,٢١٥	,٢١٨	,٤١٥	,٤٤٢	,٦١٥	,٧١٧	,٨١٥	١,١٤٢
,٠٢٠	,٠٢٠	,٢٢٠	,٢٢٤	,٤٢٠	,٤٤٨	,٦٢٠	,٧٢٥	,٨٢٠	١,١٥٧
,٠٢٥	,٠٢٥	,٢٢٥	,٢٢٩	,٤٢٥	,٤٥٤	,٦٢٥	,٧٣٣	,٨٢٥	١,١٧٢
,٠٣٠	,٠٣٠	,٢٣٠	,٢٣٤	,٤٣٠	,٤٦٠	,٦٣٠	,٧٤١	,٨٣٠	١,١٨٨
,٠٣٥	,٠٣٥	,٢٣٥	,٢٣٩	,٤٣٥	,٤٦٦	,٦٣٥	,٧٥٠	,٨٣٥	١,٢٠٤
,٠٤٠	,٠٤٠	,٢٤٠	,٢٤٥	,٤٤٠	,٤٧٢	,٦٤٠	,٧٥٨	,٨٤٠	١,٢٢١
,٠٤٥	,٠٤٥	,٢٤٥	,٢٥٠	,٤٤٥	,٤٧٨	,٦٤٥	,٧٧٦	,٨٤٥	١,٢٣٨
,٠٥٠	,٠٥٠	,٢٥٠	,٢٥٥	,٤٥٠	,٤٨٥	,٦٥٠	,٧٧٥	,٨٥٠	١,٢٥٦
,٠٥٥	,٠٥٥	,٢٥٥	,٢٦١	,٤٥٥	,٤٩١	,٦٥٥	,٧٨٤	,٨٥٥	١,٢٧٤
,٠٦٠	,٠٦٠	,٢٦٠	,٢٦٦	,٤٦٠	,٤٩٧	,٦٦٠	,٧٩٣	,٨٦٠	١,٢٩٣
,٠٦٥	,٠٦٥	,٢٦٥	,٢٧١	,٤٦٥	,٥٠٤	,٦٦٥	,٨٠٢	,٨٦٥	١,٣١٣
,٠٧٠	,٠٧٠	,٢٧٠	,٢٧٧	,٤٧٠	,٥١٠	,٦٧٠	,٨١١	,٨٧٠	١,٣٣٣
,٠٧٥	,٠٧٥	,٢٧٥	,٢٨٢	,٤٧٥	,٥١٧	,٦٧٥	,٨٢٠	,٨٧٥	١,٣٥٤
,٠٨٠	,٠٨٠	,٢٨٠	,٢٨٨	,٤٨٠	,٥٢٣	,٦٨٠	,٨٢٩	,٨٨٠	١,٣٧٦
,٠٨٥	,٠٨٥	,٢٨٥	,٢٩٣	,٤٨٥	,٥٣٠	,٦٨٥	,٨٣٨	,٨٨٥	١,٣٩٨
,٠٩٠	,٠٩٠	,٢٩٠	,٢٩٩	,٤٩٠	,٥٣٦	,٦٩٠	,٨٤٨	,٨٩٠	١,٤٢٢

(تابع) جدول (د)

ر	ز	ر	ز	ر	ز	ر	ز	ر	ز
,٠٩٥	,٠٩٥	,٢٩٥	,٣٠٤	,٩٩٥	,٥٤٣	,٦٩٥	,٨٥٨	,٨٩٥	١,٤٤٧
,١٠٠	,١٠٠	,٣٠٠	,٣١٠	,٥٠٠	,٥٤٩	,٧٠٠	,٨٦٧	,٩٠٠	١,٤٧٢
,١٠٥	,١٠٥	,٣٠٥	,٣١٥	,٥٠٥	,٥٥٦	,٧٠٥	,٨٧٧	,٩٠٥	١,٤٩٩
,١١٠	,١١٠	,٣١٠	,٣٢١	,٥١٠	,٥٦٣	,٧١٠	,٨٨٧	,٩١٠	١,٥٢٨
,١١٥	,١١٦	,٣١٥	,٣٢٦	,٥١٥	,٥٧٠	,٧١٥	,٨٩٧	,٩١٥	١,٥٥٧
,١٢٠	,١٢١	,٣٢٠	,٣٣٢	,٥٢٠	,٥٧٦	,٧٢٠	,٩٠٨	,٩٢٠	١,٥٨٩
,١٢٥	,١٢٦	,٣٢٥	,٣٣٧	,٥٢٥	,٥٨٣	,٧٢٥	,٩١٨	,٩٢٥	١,٦٢٣
,١٣٠	,١٣١	,٣٣٠	,٣٤٣	,٥٣٠	,٥٩٠	,٧٣٠	,٩٢٩	,٩٣٠	١,٦٥٨
,١٣٥	,١٣٦	,٣٣٥	,٣٤٨	,٥٣٥	,٥٩٧	,٧٣٥	,٩٤٠	,٩٣٥	١,٦٩٧
,١٤٠	,١٤١	,٣٤٠	,٣٥٤	,٥٤٠	,٦٠٤	,٧٤٠	,٩٥٠	,٩٤٠	١,٧٣٨
,١٤٥	,١٤٦	,٣٤٥	,٣٦٠	,٥٤٥	,٦١١	,٧٤٥	,٩٦٢	,٩٤٥	١,٧٨٣
,١٥٠	,١٥١	,٣٥٠	,٣٦٥	,٥٥٠	,٦١٨	,٧٥٠	,٩٧٣	,٩٥٠	١,٨٣٢
,١٥٥	,١٥٦	,٣٥٥	,٣٧١	,٥٥٥	,٦٢٦	,٧٥٥	,٩٨٤	,٩٥٥	١,٨٨٦
,١٦٠	,١٦١	,٣٦٠	,٣٧٧	,٥٦٠	,٦٣٣	,٧٦٠	,٩٩٦	,٩٦٠	١,٩٤٦
,١٦٥	,١٦٧	,٣٦٥	,٣٨٣	,٥٦٥	,٦٤٠	,٧٦٥	١,٠٠٨	,٩٦٥	٢,٠١٤
,١٧٠	,١٧٢	,٢٧٠	,٣٨٨	,٥٧٠	,٦٤٨	,٧٧٠	١,٠٢٠	,٩٧٠	٢,٠٩٢
,١٧٥	,١٧٥	,٢٧٥	,٣٩٤	,٤٧٥	,٦٥٥	,٧٧٥	١,٠٣٣	,٩٧٥	٢,١٨٥
,١٨٠	,١٨٢	,٣٨٠	,٤٠٠	,٥٨٠	,٦٦٢	,٧٨٠	١,٠٤٥	,٩٨٠	٢,٢٩٨
,١٨٥	,١٨٧	,٣٨٥	,٤٠٦	,٥٨٥	,٦٧٠	,٧٨٥	١,٠٥٨	,٩٨٥	٢,٤٤٣
,١٩٠	,١٩٢	,٣٩٠	,٤١٢	,٥٩٠	,٦٧٨	,٧٩٠	١,٠٧١	,٩٩٠	٢,٦٤٧
,١٩٥	,١٩٨	,٣٩٥	,٤١٨	,٥٩٥	,٦٨٥	,٧٩٥	١,٠٨٥	,٩٩٥	٢,٩٩٤

جدول (هـ)

الدوال المختلفة لمعامل ارتباط بيرسون

ر	$\sqrt{ر}$	ر^2	$\sqrt{ر - ر^2}$	$\sqrt{1 - ر}$	$\frac{1 - ر^2}{ك^2}$	$\frac{\sqrt{1 - ر^2}}{ك}$	$\frac{100 (1-ك)}{ك}$	ر
١,٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	١٠٠,٠٠	١,٠٠
,٩٩	,٩٩٥٠	,٩٨٠١	,٠٩٩٥	,١٠٠٠	,٠١٩٩	,١٤١١	٨٥,٨٩	,٩٩
,٩٨	,٩٨٩٩	,٩٦٠٤	,١٤٠٠	,١٤١٤	,٠٣٩٦	,١٩٩٠	٨٠,١٠	,٩٨
,٩٧	,٩٨٤٩	,٩٤٠٩	,١٧٠٦	,١٧٣٢	,٥٠٩١	,٢٤٣١	٧٥,٦٩	,٩٧
,٩٥	,٩٧٤٧	,٩٠٢٥	,٢١٧٩	,٢٢٣٦	,٠٩٧٥	,٣١٣٦	٦٨,٧٨	,٩٥
,٩٤	,٩٦٩٥	,٨٨٣٦	,٢٣٧٥	,٢٤٤٩	,١١٦٤	,٣٤٢١	٦٥,٨٨	,٩٤
,٩٣	,٩٦٤٤	,٨٦٤٩	,٢٥٥١	,٢٦٤٦	,١٣٥١	,٣٦٧٦	٦٣,٢٤	,٩٣
,٩٢	,٩٥٩٢	,٨٤٦٤	,٢٧١٣	,٢٨٢٨	,١٥٣٦	,٣٩١٩	٦٠,٨١	,٩٢
,٩١	,٩٥٣٩	,٨٢٨١	,٢٨٦٢	,٢٠٠٠	,١٧١٩	,٤١٤٦	٥٨,٥٤	,٩١
,٩٠	,٩٤٨٧	,٨١٠٠	,٣٠٠٠	,٣١٦٢	,١٩٠٠	,٤٣٥٩	٥٦,٤١	,٩٠
,٨٩	,٩٤٣٤	,٧٩٢١	,٣١٢٩	,٣٣١٧	,٢٠٧٩	,٤٥٦٠	٥٤,٤٠	,٨٩
,٨٨	,٩٣٨١	,٧٧٤٤	,٣٢٥٠	,٣٤٦٤	,٢٢٥٦	,٤٧٥٠	٥٣,٥٠	,٨٨
,٨٧	,٩٣٢٧	,٧٥٦٩	,٣٣٦٣	,٣٦٠٦	,٢٤٣١	,٤٩٣١	٥٠,٦٩	,٨٧
,٨٦	,٩٢٧٤	,٧٣٩٦	,٣٤٧٠	,٣٧٤٢	,٢٦٠٤	,٥١٠٣	٤٨,٩٧	,٨٦
,٨٥	,٩٢٢٠	,٧٢٢٥	,٣٥٧١	,٣٨٧٣	,٢٧٧٥	,٥٢٦٨	٤٧,٣٢	,٨٥
,٨٤	,٩١٦٥	,٧٠٥٦	,٣٦٦٦	,٤٠٠٠	,٢٩٤٤	,٥٤٢٦	٤٥,٧٤	,٨٤

(تابع) جدول (هـ)

ر	$\sqrt{ر}$	$ر^2$	$\sqrt{ر - ر^2}$	$\sqrt{1 - ر}$	$1 - ر^2$ $ك^2$	$\sqrt{1 - ر^2}$ ك	$100 (1-ك)$ ك	ر
,٨٣	,٩١١٠	,٦٨٨٩	,٣٧٥٦	,٤١٢٤	,٣١١١	,٥٥٧٨	٤٤,٢٢	,٨٣
,٨٢	,٩٠٥٥	,٦٧٢٤	,٣٨٤٢	,٤٢٤٣	,٣٢٧٦	,٥٧٢٤	٤٢,٧٦	,٨٢
,٨١	,٩٠٠٠	,٦٥٦١	,٣٩٢٣	,٤٣٥٩	,٣٤٣٩	,٥٨٦٤	٤١,٣٦	,٨١
,٨٠	,٨٩٤٤	,٦٤٠٠	,٤٠٠٠	,٤٤٧٢	,٣٦٠٠	,٦٠٠٠	٤٠,٠٠	,٨٠
,٧٩	,٨٨٨٨	,٦٢٤١	,٤٠٧٣	,٤٥٨٣	,٣٧٥٩	,٦١٣١	٣٨,٦٩	,٧٩
,٧٨	,٨٨٣٢	,٦٠٨٤	,٤١٤٢	,٤٦٩٠	,٣٩١٦	,٦٢٥٨	٣٧,٤٢	,٧٨
,٧٧	,٨٧٧٥	,٥٩٢٩	,٤٢٠٨	,٤٧٩٦	,٤٠٧١	,٦٣٨٠	٣٦,٢٠	,٧٧
,٧٦	,٨٧١٨	,٥٧٧٦	,٤٢٧٦	,٤٨٩٩	,٤٢٢٤	,٦٤٩٩	٣٥,٠١	,٧٦
,٧٥	,٨٦٦٠	,٥٦٢٥	,٤٣٣٠	,٥٠٠٠	,٤٣٧٥	,٦٦١٤	٣٣,٨٦	,٧٥
,٧٤	,٨٦٠٢	,٥٤٧٦	,٤٣٨٦	,٥٠٩٩	,٤٥٢٤	,٦٧٢٦	٣٢,٧٤	,٧٤
,٧٣	,٨٥٤٤	,٥٣٢٩	,٤٤٤٠	,٥١٩٦	٠٤٦٧١	,٦٨٣٤	٣١,٦٦	,٧٣
,٧٢	,٨٤٨٥	,٥١٨٤	,٤٤٩٠	,٥٢٩٢	,٤٨١٦	,٦٩٤٠	٣٠,٦٠	,٧٢
,٧١	,٨٤٢٦	,٥٠٤١	,٤٥٣٨	,٥٣٨٥	,٤٩٥٩	,٧٠٤٢	٢٩,٥٨	,٧١
,٧٠	,٨٣٦٧	,٤٩٠٠	,٤٥٨٣	,٥٤٧٧	,٥١٠٠	,٧١٤١	٢٨,٥٩	,٧٠
,٦٩	,٨٣٠٧	,٤٧٦١	,٤٦٢٥	,٥٥٦٨	,٥٢٣٩	,٧٢٣٨	٢٧,٦٢	,٦٩
,٦٨	,٨٢٤٦	,٤٦٢٤	,٤٦٦٥	,٥٦٥٧	,٥٣٧٦	,٧٣٣٢	٢٦,٦٨	,٦٨
,٦٧	,٨١٨٥	,٤٤٨٩	,٤٧٠٢	,٥٧٤٥	,٥٥١١	,٧٤٢٤	٢٥,٧٦	,٦٧

(تابع) جدول (هـ)

ر	$\sqrt{\text{ر}}$	$\text{ر}^{٢}$	$\sqrt{\text{ر} - \text{ر}^{٢}}$	$\sqrt{١ - \text{ر}}$	$\frac{١ - \text{ر}^{٢}}{\text{ك}^{٢}}$	$\frac{\sqrt{١ - \text{ر}^{٢}}}{\text{ك}}$	$\frac{١٠٠\ (١ - \text{ك})}{\text{ك}}$	ر
,٦٦	,٨١٢٤	,٤٣٥٦	,٤٧٣٧	,٥٨٣١	,٥٦٤٤	,٧٥١٣	٢٤,٨٧	,٦٦
,٦٥	,٨٠٦٢	,٤٢٢٥	,٤٧٧٠	,٥٩١٦	,٥٧٧٥	,٧٥٩٩	٢٤,٠١	,٦٥
,٦٤	,٨٠٠٠	,٤٠٩٦	,٤٨٠٠	,٦٠٠٠	,٥٩٠٤	,٧٦٨٤	٢٣,١٦	,٦٤
,٦٣	,٧٩٣٧	,٣٩٦٩	,٤٨٢٨	,٦٠٨٣	,٦٠٣١	,٧٧٦٦	٢٢,٣٤	,٦٣
,٦٢	,٧٨٧٤	,٣٨٤٤	,٤٨٥٤	,٦١٦٤	,٦١٥٦	,٧٨٤٦	٢١,٥٤	,٦٢
,٦١	,٧٨١٠	,٣٧٢١	,٤٨٧٧	,٦٢٤٥	,٦٢٧٩	,٧٩٢٤	٢٠,٧٦	,٦١
,٦٠	,٧٧٤٦	,٣٦٠٠	,٤٨٩٩	,٦٣٢٥	,٦٤٠٠	,٨٠٠٠	٢٠,٠٠	,٦٠
,٥٩	,٧٦٨١	,٣٤٨١	,٤٩١٨	,٦٤٠٣	,٦٥١٩	,٨٠٧٤	١٩,٣٦	,٥٩
,٥٨	,٧٦١٦	,٣٣٦٤	,٤٩٣٦	,٦٤٨١	,٦٦٣٦	,٨١٤٦	١٨,٥٤	,٥٨
,٥٧	,٧٥٥٠	,٣٢٤٩	,٤٩٥١	,٦٥٥٧	,٦٧٥١	,٨٣١٦	١٧,٨٤	,٥٧
,٥٦	,٧٤٨٣	,٣١٣٦	,٤٩٦٤	,٦٦٣٣	,٦٨٦٤	,٨٢٨٥	١٧,١٥	,٥٦
,٥٥	,٧٤١٦	,٣٠٢٥	,٤٩٧٥	,٦٧٠٨	,٦٩٧٥	,٨٣٥٢	١٦,٤٨	,٥٥
,٥٤	,٧٣٤٨	,٢٩١٦	,٤٩٨٤	,٦٧٨٣	,٧٠٨٤	,٨٤١٧	١٥,٨٣	,٥٤
,٥٣	,٧٢٨٠	,٢٨٠٩	,٤٩٩١	,٦٨٥٦	,٧١٩١	,٨٤٨٠	١٥,٢٠	,٥٣
,٥٢	,٧٢١٦	,٢٧٠٤	,٤٩٩٦	,٦٩٢٨	,٧٢٩٦	,٨٥٤٢	١٤,٥٨	,٥٢
,٥١	,٧١٤١	٢٦٠١	,٤٩٩٩	,٧٠٠٠	,٧٣٩٩	,٨٦٠٦	١٣,٩٨	,٥١
,٥٠	,٧٠٧١	,٢٥٠٠	,٥٠٠٠	,٧٠٧١	,٧٥٠٠	,٨٦٦٠	١٣,٤٠	,٥٠

(تابع) جدول (هـ)

ر	$\sqrt{ر}$	$ر^2$	$\sqrt{ر - ر^2}$	$\sqrt{1 - ر}$	$\frac{1 - ر^2}{ك^2}$	$\frac{\sqrt{1 - ر^2}}{ك}$	$\frac{100 (1-ك)}{ك}$	ر
,٤٩	,٧٠٠٠	,٢٤٠١	,٤٩٩٩	,٧١٤١	,٧٥٩٩	,٨٧١٧	١٢,٨٣	,٤٩
,٤٨	,٦٩٢٨	,٢٣٠٤	,٤٩٩٦	,٧٢١١	,٧٩٩٦	,٨٧٧٣	١٢,٢٧	,٤٨
,٤٧	,٦٨٥٦	,٢٢٠٩	,٤٩٩١	,٧٢٨٠	,٧٧٩١	,٨٨٢٧	١١,٧٣	,٤٧
,٤٦	,٦٧٨٢	,٢١١٦	,٤٩٨٤	,٧٣٤٨	,٧٨٨٤	,٨٨٧٩	١١,٢١	,٤٦
,٤٥	,٦٧٠٨	,٢٠٢٥	,٤٩٧٥	,٧٤١٦	,٧٩٧٥	,٨٩٣٠	١٠,٧٠	,٤٥
,٤٤	,٦٦٣٣	,١٩٤٦	,٤٩٦٤	,٧٤٨٣	,٨٠٦٤	,٨٩٨٠	١٠,٢٠	,٤٤
,٤٣	,٦٥٥٧	,١٨٤٩	,٤٩٥١	,٧٥٥٠	,٨١٥١	,٩٠٢٨	٩,٧٢	,٤٣
,٤٢	,٦٤٨١	,١٧٦٤	,٤٩٣٦	,٧٦١٦	,٨٢٣٦	,٩٠٧٥	٩,٢٥	,٤٢
,٤١	,٦٤٠٣	,١٦٨١	,٤٩١٨	,٧٦٨١	,٨٣١٩	,٩١٢١	٨,٧٩	,٤١
,٤٠	,٦٣٢٥	,١٦٠٠	,٤٨٩٩	,٧٧٤٦	,٨٤٠٠	,٩١٦٤	٨,٣٥	,٤٠
,٣٩	,٦٢٤٢	,١٥٢١	,٤٨٧٧	,٧٨١٠	,٨٤٧٩	,٩٢٠٨	٧,٩٢	,٣٩
,٣٨	,٦١٦٤	,١٤٤٤	,٤٨٥٤	,٧٨٧٤	,٨٥٥٦	,٩٢٥٠	٧,٥٠	,٣٨
,٣٧	,٦٠٨٣	,١٣٦٩	,٤٨٢٨	,٧٩٣٧	,٨٦٣١	,٩٢٩٠	٧,١٠	,٣٧
,٣٦	,٦٠٠٠	,١٢٩٦	,٤٨٠٠	,٨٠٠٠	,٨٧٠٤	,٩٣٣٠	٦,٧٠	,٣٦
,٣٥	,٥٩١٦	,١٢٢٥	,٤٧٧٠	,٨٠٦٢	,٨٧٧٥	,٩٣٦٧	٦,٣٣	,٣٥
,٣٤	,٥٨٣١	,١١٥٦	,٤٧٣٧	,٨١٢٤	,٨٨٤٤	,٩٤٠٤	٥,٩٦	,٣٤
,٣٣	,٥٧٤٥	,١٠٨٩	,٤٧٠٢	,٨١٨٥	,٨٩١١	,٩٤٠٠	٥,٦٠	,٣٣

(تابع) جدول (هـ)

ر	$\sqrt{ر}$	$ر^{٢}$	$\sqrt{ر - ر^{٢}}$	$\sqrt{١ - ر}$	$\frac{١ - ر^{٢}}{ك^{٢}}$	$\frac{\sqrt{١ - ر^{٢}}}{ك}$	$\frac{١٠٠ (١-ك)}{ك}$	ر
,٣٢	,٥٦٥٧	,١٠٢٤	,٤٦٦٥	,٨٢٤٦	,٨٩٧٦	,٩٤٧٤	٥,٢٥	,٣٢
,٣١	,٥٥٦٨	,٠٩٦١	,٤٦٢٥	,٨٣٠٧	,٩٠٣٩	,٩٥٠٧	٤,٩٣	,٣١
,٣٠	,٥٤٧٧	,٠٩٠٠	,٤٥٨٣	,٨٣٦٧	,٩١٠٠	,٩٥٣٩	٤,٦١	,٣٠
,٢٩	,٥٣٨٥	,٠٨٤١	,٤٥٣٨	,٨٢٤٦	,٩١٥٦	,٩٥٧٠	٤,٣٠	,٢٩
,٢٨	,٥٢٩٢	,٠٧٨٤	,٤٤٩٠	,٨٤٨٥	,٩٢١٦	,٩٦٠٠	٤,٠٠	,٢٨
,٢٧	,٥١٩٦	,٠٧٢٩	,٤٤٤٠	,٨٥٤٤	,٩٢٧١	,٩٦٢٩	٣,٧١	,٢٧
,٢٦	,٥٠٩٩	,٠٦٧٦	,٤٣٨٦	,٨٦٠٢	,٩٣٢٣	,٩٦٥٦	٣,٤٤	,٢٦
,٢٥	,٥٠٠٠	,٠٦٢٥	,٤٣٣٠	,٨٦٦٠	,٩٣٧٥	,٩٦٨٢	٣,١٨	,٢٥
,٢٤	,٤٨٩٩	,٠٥٧٦	,٤٢٧١	,٨٧١٨	,٩٤٢٤	,٩٧٠٨	٢,٩٢	,٢٤
,٢٣	,٤٧٩٦	,٠٥٢٩	,٤٢٠٨	,٨٧٧٥	,٩٤٧١	,٩٧٣٢	٢,٦٨	,٢٣
,٢٢	,٤٦٩٠	,٠٤٨٤	,٤١٤٢	,٨٨٣٢	,٩٥١٩	,٩٧٥٥	٢,٤٥	,٢٢
,٢١	,٤٥٨٣	,٠٤٤١	,٤٠٧٣	,٨٨٨٨	,٩٥٥٩	,٩٧٧٧	٢,٢٣	,٢١
,٢٠	,٤٤٧٢	,٠٤٠٠	,٤٠٠٠	,٨٩٤٤	,٩٦٠٠	,٩٧٩٨	٢,٠٢	,٢٠
,١٩	,٤٣٥٩	,٠٣٦١	,٣٩٢٣	,٩٠٠٠	,٩٦٣٩	,٩٨١٨	١,٨٢	,١٩
,١٨	,٤٢٤٣	,٠٣٢٤	,٣٨٤٢	,٩٠٥٥	,٩٦٧٩	,٩٨٣٧	١,٦٣	,١٨
,١٧	,٤١٢٣	,٠٢٨٩	,٣٧٥٦	,٩١١٠	,٩٧١١	,٩٨٥٤	١,٤٦	,١٧
,١٦	,٤٠٠٠	,٠٢٥٦	,٣٦٦٦	,٩١٦٥	,٩٧٤٤	,٩٨٧١	١,٢٩	,١٦

(تابع) جدول (هـ)

ر	$\sqrt{ر}$	ر٢	$\sqrt{ر - ر^2}$	$\sqrt{1 - ر}$	$\frac{1 - ر^2}{ك^2}$	$\frac{\sqrt{1 - ر^2}}{ك}$	$\frac{100\,(1-ك)}{ك}$	ر
,١٥	,٣٨٧٣	,٠٢٢٥	,٣٥٧١	,٩٢٢٠	,٩٧٧٥	,٩٨٨٧	١,١٣	,١٥
,١٤	,٣٧٤٢	,٠١٩٦	,٣٤٧٠	,٩٢٧٤	,٩٨٠٤	,٩٩٠٢	,٩٨	,١٤
,١٣	,٣٦٠٦	,٠١٦٩	,٣٣٦٣	,٩٣٢٧	,٩٨٣١	,٩٩١٥	,٨٥	,١٣
,١٢	,٣٤٦٤	,٠١٤٤	,٣٢٥٠	,٩٣٨١	,٩٨٥٦	,٩٩٢٨	,٧٢	,١٢
,١١	,٣٣١٧	,٠١٢١	,٣١٢٩	,٩٤٣٤	,٩٨٧٩	,٩٩٣٩	,٦١	,١١
,١٠	,٣١٦٢	,٠١٠	,٣٠٠٠	,٩٤٨٧	,٩٩٠٠	,٩٩٥٠	,٥٠	,١٠
,٠٩	,٣٠٠٠	,٠٠٨١	,٢٨٦٢	,٩٥٣٩	,٩٩١٩	,٩٩٥٩	,٤١	,٠٩
,٠٨	,٢٨٢٨	,٠٠٦٤	,٢٧١٣	,٩٥٩٣	,٩٩٣٦	,٩٩٦٨	,٣٢	,٠٨
,٠٧	,٢٦٤٦	,٠٠٤٩	,٣٥٥١	,٩٦٤٤	,٩٩٥١	,٩٩٧٥	,٢٥	,٠٧
,٠٦	,٢٤٤٩	,٠٠٣٦	,٢٣٧٥	,٩٦٩٥	,٩٩٦٤	,٩٩٨٢	,١٨	,٠٦
,٠٥	,٢٢٣٦	,٠٠٢٥	,٢١٧٩	,٩٧٤٧	,٩٩٧٥	,٩٩٨٧	,١٣	,٠٥
,٠٤	,٢٠٠٠	,٠٠١٦	,١٩٦٠	,٨٧٩٨	,٩٩٨٤	,٩٩٩٢	,٠٨	,٠٤
,٠٣	,١٧٣٢	,٠٠٠٩	,١٧٠٦	,٩٨٤٩	,٩٩٩١	,٩٩٩٥	,٠٥	,٠٣
,٠٢	,١٤١٤	,٠٠٠٤	,١٤٠٠	,٩٨٩٩	,٩٩٩٦	,٩٩٩٨	,٠٢	,٠٢
,٠١	,١٠٠٠	,٠٠٠١	,٠٩٩٥	,٩٩٥٠	,٩٩٩٩	,٩٩٩٩	,٠١	,٠١
,٠٠	,٠٠٠٠	,٠٠٠٠	,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	,٠٠	,٠٠

جدول (و)

قيم احداثيات التوزيع الاعتدالى معبرا عنها فى صورة نسب الاحداثى المتوسط

س/ع	صفر	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٠,٠	١,٠٠٠	,٩٩٩	,٩٩٩	,٩٩٩	,٩٩٩	,٩٩٩	,٩٩٨	,٩٩٨	,٩٩٧	,٩٩٦
٠,١	,٩٩٥	,٩٩٤	,٩٩٣	,٩٩٢	,٩٩٠	,٩٨٩	,٩٨٧	,٩٨٦	,٩٨٤	,٩٨٢
٠,٢	,٩٨٠	,٩٧٨	,٩٧٦	,٩٧٤	,٩٧٢	,٩٦٩	,٩٦٧	,٩٦٤	,٩٦٢	,٩٦٠
٠,٣	,٩٥٦	,٩٥٣	,٩٥٠	,٩٤٧	,٩٤٤	,٩٤١	,٩٣٧	,٩٣٤	,٩٣٠	,٩٢٧
٠,٤	,٩٢٣	,٩١٨	,٩١٦	,٩١٢	,٩٠٨	,٩٠٤	,٩٠٠	,٨٩٥	,٨٩١	,٧٨٨
٠,٥	,٨٨٢	,٨٧٨	,٨٧٤	,٨٦٩	,٨٦٤	,٨٦٠	,٨٥٥	,٨٥٠	,٨٤٥	,٨٤١
٠,٦	,٨٣٥	,٨٣٠	,٨٢٥	,٨٢٠	,٨١٥	,٨١٠	,٨٠٤	,٧٩٩	,٧٩٤	,٨٧٧
٠,٧	,٧٨٣	,٧٧٧	,٧٧٢	,٧٦٦	,٧٦٠	,٧٥٥	,٧٤٩	,٧٤٣	,٧٣٨	,٧٣٢
٠,٨	,٧٢٦	,٧٢٠	,٧١٤	,٧٠٩	,٧٠٣	,٦٩٧	,٦٩١	,٦٨٥	,٦٧٩	,٦٧٣
٠,٩	,٦٦٧	,٦٦١	,٦٥٥	,٦٤٩	,٦٤٣	,٦٣٧	,٦٣١	,٦٢٥	,٦١٩	,٦١٣
١,٠	,٦٠٧	,٦٠٠	,٥٩٤	,٥٨٨	,٥٨٢	,٥٧٦	,٥٧٠	,٥٦٤	,٥٥٨	,٥٥٢
١,١	,٥٤٦	,٥٤٠	,٥٣٤	,٥٢٨	,٥٢٢	,٥١٦	,٥١٠	,٥٠٤	,٤٩٨	,٤٩٣
١,٢	,٤٨٧	,٤٨١	,٤٧٥	,٤٦٩	,٤٦٤	,٤٥٨	,٤٥٢	,٤٤٦	,٤٤١	,٤٣٥
١,٣	,٤٣٠	,٤٢٤	,٤١٨	,٤١٣	,٤٠٧	,٤٠٢	,٣٩٧	,٣٩١	,٣٨٦	,٢٨١
١,٤	,٣٧٥	,٣٧٠	,٣٦٥	,٣٦٠	,٣٥٥	,٣٥٠	,٣٤٤	,٣٣٩	,٣٣٤	,٣٣٠
١,٥	,٣٢٥	,٣٢٠	,٣١٥	,٣١٠	,٣٠٦	,٣٠١	,٢٩٦	,٢٩٢	,٢٨٧	,٢٨٣

(تابع) جدول (و)

س/ع	صفر	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
١,٦	,٢٧٨	,٢٧٤	,٢٦٩	,٢٦٥	,٢٦١	,٢٥٦	,٢٥٢	,٢٤٨	,٢٤٤	,٢٤٠
١,٧	,٢٣٦	,٢٣٢	,٢٢٨	,٢٢٤	,٢٢٠	,٢١٦	,٢١٣	,٢٠٩	,٢٠٥	,٢٠١
١,٨	,١٩٨	,١٩٤	,١٩١	,١٨٧	,١٨٤	,١٨١	,١٧٧	,١٧٤	,١٧١	,١٦٨
١,٩	,١٦٤	,١٦١	,١٥٨	,١٥٥	,١٥٢	,١٤٩	,١٤٦	,١٤٤	,١٤١	,١٣٨
٢,٠	,١٣٥	,١٣٣	,١٣٠	,١٢٧	,١٢٥	,١٢٢	,١٢٠	,١١٧	,١١٥	,١١٣
٢,١	,١١٠	,١٠٨	,١٠٦	,١٠٣	,١٠١	,٠٩٩	,٠٩٧	,٠٩٥	,٠٩٣	,٠٩١
٢,٢	,٠٨٩	,٠٨٧	,٠٨٥	,٠٨٣	,٠٨١	,٠٨٠	,٠٧٨	,٠٧٦	,٠٧٤	,٠٧٣
٢,٣	,٠٧١	,٠٦٩	,٠٦٨	,٠٦٦	,٠٦٥	,٠٦٣	,٠٦٢	,٠٦٠	,٠٥٩	,٠٥٨
٢,٤	,٠٥٦	,٠٥٥	,٠٥٤	,٠٥٢	,٠٥١	,٠٥٠	,٠٤٩	,٠٤٧	,٠٤٦	,٠٤٥
٢,٥	,٠٤٤	,٠٤٣	,٠٤٢	,٠٤١	,٠٤٠	,٠٣٩	,٠٣٨	,٠٣٧	,٠٣٦	,٠٣٥
٢,٦	,٠٣٤	,٠٣٣	,٠٣٢	,٠٣١	,٠٣١	,٠٣٠	,٠٢٩	,٠٢٨	,٠٢٨	,٠٢٧
٢,٧	,٠٢٦	,٠٢٥	,٠٢٥	,٠٢٤	,٠٢٣	,٠٢٣	,٠٢٢	,٠٢٢	,٠٢١	,٠٢٠
٢,٨	,٠٢٠	,٠١٩	,٠١٩	,٠١٨	,٠١٨	,٠١٧	,٠١٧	,٠١٦	,٠١٦	,٠١٥
٢,٩	,٠١٥	,٠١٤	,٠١٤	,٠١٤	,٠١٣	,٠١٣	,٠١٣	,٠١٢	,٠١٢	,٠١١
٣,٠	,٠١١									
٤,٠	,٠٠٠٣									
٥,٠	......									

جدول (ز)

مستويات الدلالة لقيم ت للتوزيع ذو الذيلين وذو الذيل والواحد

	مستويات الدلالة فى التوزيع ذو الذيل الواحد					
	٫١٠	٫٠٥	٫٠٢٥	٫٠١	٫٠٠٥	٫٠٠٠٥
	مستويات الدلالة فى التوزيع ذو الذيلين					
	٫٢٠	٫١٠	٫٠٥	٫٠٢	٫٠١	٫٠٠١
١	٣,٠٧٨	٦,٣١٤	١٢,٧٠٦	٣١,٨٢١	٦٣,٦٥٧	٦٣٦,٦١٩
٢	١,٨٨٦	٢,٩٢٠	٤,٣٠٣	٦,٩٩٥	٩,٩٢٥	٣١,٥٩٨
٣	١,٦٣٨	٢,٣٥٣	٣,١٨٢	٤,٥٤١	٥,٨٤١	١٢,٩٢٤
٤	١,٥٣٣	٢,١٣٢	٢,٧٧٦	٣,٧٤٧	٤,٦٠٤	٨,٦١٠
٥	١,٤٧٦	٢,٠١٥	٢,٥٧١	٣,٣٦٥	٤,٠٣٢	٦,٨٦٩
٦	١,٤٤٠	١,٩٤٣	٢,٤٤٧	٣,١٤٣	٣,٧٠٧	٥,٩٥٩
٧	١,٤١٥	١,٨٩٥	٢,٣٦٥	٢,٩٩٨	٣,٤٩٩	٥,٤٠٨
٨	١,٣٩٧	١,٨٦٠	٢,٣٠٦	٢,٨٩٦	٣,٣٥٥	٥,٠٤١
٩	١,٣٨٣	١,٨٣٣	٢,٢٦٢	٢,٨٢١	٣,٢٥٠	٤,٧٨١
١٠	١,٣٧٢	١,٨١٢	٢,٢٢٨	٢,٧٦٤	٣,١٦٩	٤,٥٨٧
١١	١,٣٦٣	١,٧٩٦	٢,٢٠١	٢,٧١٨	٣,١٠٦	٤,٤٣٧
١٢	١,٣٥٦	١,٧٨٢	٢,١٧٩	٢,٦٨١	٣,٠٥٥	٤,٣١٨
١٣	١,٣٥٠	١,٧٧١	٢,١٦٠	٢,٦٥٠	٣,٠١٢	٤,٢٢١
١٤	١,٣٤٥	١,٧٦١	٢,١٤٥	٢,٦٢٤	٢,٩٧٧	٤,١٤٠
١٥	١,٣٤١	١,٧٥٣	٢,١٣١	٢,٦٠٢	٢,٩٤٧	٤,٠٧٣
١٦	١,٣٣٧	١,٧٤٦	٢,١٢٠	٢,٥٨٣	٢,٩٢١	٤,٠١٥
١٧	١,٣٣٣	١,٧٤٠	٢,١١٠	٢,٥٦٧	٢,٨٩٨	٣,٩٦٥

جدول (ز)

مستويات الدلالة لقيم ت

	مستويات الدلالة فى التوزيع ذو الذيل الواحد					
	.١٠	,٠٥	,٠٢٥	,٠١	,٠٠٥	,٠٠٠٥
	مستويات الدلالة فى التوزيع ذو الذيلين					
	.٢٠	.١٠	,٠٥	,٠٢	,٠١	,٠٠١
١٨	١,٣٣٠	١,٧٣٤	٢,١٠١	٢,٥٥٢	٢,٨٧٨	٣,٩٢٢
١٩	١,٣٢٨	١,٧٢٩	٢,٠٩٣	٢,٥٣٩	٢,٨٦١	٣,٨٨٢
٢٠	١,٣٢٥	١,٧٢٥	٢,٠٨٦	٢,٥٢٨	٢,٨٤٥	٣,٨٥٠
٢١	١,٣٢٣	١,٧٢١	٢,٠٨٠	٢,٥١٨	٢,٨٣١	٣,٨١٩
٢٢	١,٣٢١	١,٧١٧	٢,٠٧٤	٢,٥٠٨	٢,٨١٩	٣,٧٩٢
٢٣	١,٣١٩	١,٧١٤	٢,٠٦٩	٢,٥٠٠	٢,٨٠٧	٣,٧٦٧
٢٤	١,٣١٨	١,٧١١	٢,٠٦٤	٢,٤٩٢	٢,٧٩٧	٣,٧٤٥
٢٥	١,٣١٦	١,٧٠٨	٢,٠٦٠	٢,٤٨٥	٢,٧٨٧	٣,٧٢٥
٢٦	١,٣١٥	١,٧٠٦	٢,٠٥٦	٢,٤٧٩	٢,٧٧٩	٣,٧٠٧
٢٧	١,٣١٤	١,٧٠٣	٢,٠٥٢	٢,٤٧٣	٢,٧٧١	٣,٦٩٠
٢٨	١,٣١٣	١,٧٠١	٢,٠٤٨	٢,٤٦٧	٢,٧٦٣	٣,٦٧٤
٢٩	١,٣١١	١,٦٩٩	٢,٠٤٥	٢,٤٦٢	٢,٧٥٦	٣,٦٥٩
٣٠	١,٣١٠	١,٦٩٧	٢,٠٤٢	٢,٤٥٧	٢,٧٥٠	٣,٦٤٦
∞	١,٢٨٢	١,٦٤٥	١,٩٦٠	٢,٣٢٦	٢,٥٧٦	٣,٢٩١

جدول (ح)

القيم الحرجة لنسبة دلالة «ف» العظمى لهارتلى لاختبار تجانس التباين

(الفا = ٠٥, . والصف السفلى ٠١,)

ك/دح	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	ك/دح
٢	٣٩,٠	٨٧,٥	١٤٢	٢٠٢	٢٦٦	٣٣٣	٤٠٣	٤٧٥	٥٥٠	٦٢٦	٧٠٤	٢
	١٩٩	٤٤٨	٧٢٩	١٠٣٦	١٣٦٢	١٧٠٥	٢٠٦٣	٢٤٣٢	٢٨١٣	٣٢٠٤	٣٦٠٥	
٣	١٥,٤	٢٧,٨	٣٩,٢	٥٠,٧	٦٢,٠	٧٢,٩	٨٣,٥	٩٣,٩	١٠٤	١١٤	١٢٤	٣
	٤٧,٥	٨٥	١٢٠	١٥١	١٨٤	٢١٦	٢٤٩	٢٨١	٣١٠	٣٣٧	٣٦١	
٤	٩,٦	١٥,٥	٢٠,٦	٢٥,٢	٢٩,٥	٣٣,٦	٣٧,٥	٤٤,١	٤٤,٦	٤٨,٠	٥١,٤	٤
	٢٣,٢	٣٧	٤٩	٥٩	٦٩	٧٩	٨٩	٩٧	١٠٦	١١٣	١٢٠	
٥	٧,١٥	١٠,٨	١٣,٧	١٦,٣	١٨,٧	٢٠,٨	٢٢,٩	٢٤,٧	٢٦,٥	٢٨,٢	٢٩,٩	٥
	١٤,٩	٢٢	٢٨	٣٣	٣٨	٤٢	٤٦	٥٠	٥٤	٥٧	٦٠	
٦	٥,٨٢	٨,٣٨	١٠,٤	١٢,١	١٣,٧	١٥,٠	١٦,٣	١٧,٥	١٨,٦	١٩,٧	٢٠,٧	٦
	١١,١	١٥,٥	١٩,١	٢٢	٢٥	٢٧	٣	٣٢	٣٤	٣٦	٣٧	
٧	٤,٩٩	٦,٩٤	٨,٤٤	٩,٧	١٠,٨	١١,٨	١٢,٧	١٣,٥	١٤,٣	١٥,١	١٥,٨	٧
	٨,٨٩	١٢,١	١٤,٥	١٦,٥	١٨,٤	٢٠	٢٢	٢٣	٢٤	٢٦	٢٧	
٨	٤,٤٣	٦,٠٠	٧,١٨	٨,١١	٩,٠٣	٩,٧٨	١٠,٥	١١,١	١١,٧	١٢,٢	١٢,٧	٨
	٧,٥٠	٩,٩	١١,٧	١٣,٢	١٤,٥	١٥,٨	١٦,٩	١٧,٩	١٨,٩	١٩,٨	٢١	
٩	٤,٠٣	٥,٣٤	٦,٣١	٧,١١	٧,٨٠	٨,٤١	٨,٩٥	٩,٤٥	٩,٩١	١٠,٣	١٠,٧	٩
	٦,٥٤	٨,٥	٩,٩	١١,١	١٢,١	١٣,١	١٣,٩	١٤,٧	١٥,٣	١٦,٠	١٦,٦	

(تابع) جدول (ح)

ك/دح	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	ك/دح
١٠	٣,٧٢	٤,٨٥	٥,٦٧	٦,٣٤	٦,٩٢	٧,٤٢	٧,٨٧	٨,٢٨	٨,٦٦	٩,٠١	٩,٣٤	١٠
	٥,٨٥	٧,٤	٨,٦	٩,٦	١٠,٤	١١,١	١١,٨	١٢,٤	١٢,٩	١٣,٤	١٣,٩	
١٢	٣,٢٨	٤,١٦	٤,٧٩	٥,٣	٥,٧٢	٦,٠٩	٦,٤٢	٦,٧٢	٧,٠	٧,٢٥	٧,٤٨	١٢
	٤,٩١	٦,١	٦,٩	٧,٦	٨,٢	٨,٧	٩,١	٩,٥	٩,٩	١٠,٢	١٠,٦	
١٥	٢,٨٦	٣,٥٤	٤,٠١	٤,٣٧	٤,٦٨	٤,٩٥	٥,١٩	٥,٤٠	٥,٥٩	٥,٧٧	٥,٩٣	١٥
	٤,٠٧	٤,٩	٥,٥	٦,٠	٦,٤	٦,٧	٧,١	٧,٣	٧,٥	٧,٧	٨,٠	
٢٠	٢,٤٦	٢,٩٥	٣,٢٩	٣,٥٤	٣,٧٦	٣,٩٤	٤,١	٤,٢٤	٤,٣٧	٤,٤٩	٤,٥١	٢٠
	٣,٣٢	٣,٨	٤,٣	٤,٦	٤,٩	٥,١	٥,٣	٥,٥	٥,٦	٥,٨	٥,٩	
٣٠	٢,٠٧	٢,٤	٢,٦١	٢,٧٨	٢,٩١	٣,٥٢	٣,١٢	٣,٢١	٣,٢٩	٣,٣٦	٣,٣٩	٣٠
	٢,٦٣	٣,٠	٣,٣٠	٣,٤	٣,٦	٣,٧	٣,٨	٣,٩	٤,٠	٤,١	٤,٢	
٦٠	١,٦٧	٢,٨٥	٢,٩٦	٢,٠٤	٢,١٩	٢,١٧	٢,٢٢	٢,٢٦	٢,٣	٢,٣٣	٢,٣٦	٦٠
	١,٩٦	٢,٢	٢,٣	٢,٤	٢,٤	٢,٥	٢,٥	٢,٦	٢,٦	٢,٧	٢,٧	
∞	١,٠٠	١,٠	١,٠	١,٠	١,٠	٦,٠	١,٠٠	١,٠	١,٠	١,٠	١,٠	∞
	١,٠٠	١,٠	١,٠	١,٠	١,٠	٦,٠	١,٠٠	١,٠	١,٠	١,٠	١,٠	

جدول (ط)

مستويات الدلالة لـ كا² عند درجات الحرية المختلفة

د ح	كا² ,٧٥	كا² ,٩٠	كا² ,٩٥	كا² ,٩٧٥	كا² ,٩٩	كا² ,٩٩٥	كا² ,٩٩٩
١	١,٣	٢,٧	٣,٨	٥,٠	٦,٦	٧,٩	١٠,٨
٢	٢,٨	٤,٦	٦,٠	٧,٤	٩,٢	١٠,٦	١٣,٨
٣	٤,١	٦,٣	٧,٨	٩,٤	١١,٣	١٢,٨	١٦,٣
٤	٥,٤	٧,٨	٩,٥	١١,١	١٣,٣	١٤,٩	١٨,٥
٥	٦,٦	٩,٢	١١,١	١٢,٨	١٥,١	١٦,٧	٢٠,٥
٦	٧,٨	١٠,٦	١٢,٦	١٤,٤	١٦,٨	١٨,٥	٢٣,٥
٧	٩,٠	١٢,٠	١٤,١	١٦,٠	١٨,٥	٢٠,٣	٢٤,٣
٨	١٠,٢	١٣,٤	١٥,٥	١٧,٥	٢٠,١	٢٢,٠	٢٦,١
٩	١١,٤	١٤,٧	١٦,٩	١٩,٠	٢١,٧	٢٣,٦	٢٧,٩
١٠	١٢,٥	١٦,٠	١٨,٣	٢٠,٥	٢٣,٢	٢٥,٢	٢٩,٦
١١	١٣,٧	١٧,٣	١٩,٧	٢١,٩	٢٤,٧	٢٦,٨	٣٩,٣
١٢	١٤,٨	١٨,٥	٢١,٠	٢٣,٣	٢٦,٢	٢٨,٣	٣٢,٩
١٣	١٦,٠	١٩,٨	٢٢,٤	٢٤,٧	٢٧,٧	٢٩,٨	٣٤,٥
١٤	١٧,١	٢١,١	٢٣,٧	٢٦,١	٢٩,١	٣١,٣	٣٦,١
١٥	١٨,٢	٢٢,٣	٢٥,٠	٢٧,٥	٣٠,٦	٣٢,٨	٣٧,٧
١٦	١٩,٤	٢٣,٥	٢٦,٣	٢٨,٣	٣٢,٠	٤٣,٣	٣٩,٣
١٧	٢٠,٥	٢٤,٨	٢٧,٦	٣٠,٢	٣٣,٤	٣٥,٧	٤٠,٨
١٨	٢١,٦	٢٦,٠	٢٨,٩	٣١,٥	٣٤,٨	٣٧,٢	٤٢,٣

(تابع) جدول (ط)

د ح	كا^{2} ,٧٥	كا^{2} ,٩٠	كا^{2} ,٩٥	كا^{2} ,٩٧٥	كا^{2} ,٩٩	كا^{2} ,٩٩٥	كا^{2} ,٩٩٩
١٩	٢٢,٧	٢٧,٢	٣٠,١	٣٢,٩	٣٦,٢	٣٨,٦	٤٣,٨
٢٠	٢٣,٨	٢٨,٤	٣١,٤	٣٤,٢	٣٧,٦	٤٠,٠	٤٥,٣
٢١	٢٤,٩	٢٩,٦	٣٢,٧	٣٥,٥	٣٨,٩	٤١,٤	٤٦,٨
٢٢	٢٦,٠	٣٠,٨	٣٣,٩	٣٦,٨	٤٠,٣	٤٢,٨	٤٨,٣
٢٣	٢٧,١	٣٢,٠	٣٥,٢	٣٨,١	٤١,٦	٤٤,٢	٤٦,٧
٢٤	٢٨,٢	٣٣,٢	٣٦,٤	٣٩,٤	٤٣,٠	٤٥,٦	٥١,٢
٢٥	٢٩,٣	٣٤,٤	٣٧,٧	٤٠,٦	٤٤,٣	٤٦,٩	٥٢,٦
٢٦	٣٠,٤	٣٥,٦	٣٨,٩	٤١,٩	٤٥,٦	٤٨,٣	٥٤,٠
٢٧	٣١,٥	٣٦,٧	٤٠,١	٤٣,٢	٤٧,٠	٤٩,٦	٥٥,٥
٢٨	٣٢,٦	٣٧,٩	٤١,٣	٤٤,٥	٤٨,٢	٥١,٠	٥٦,٩
٢٩	٣٣,٧	٣٩,١	٤٢,٦	٤٥,٧	٤٩,٦	٥٢,٣	٥٨,٣
٣٠	٣٤,٨	٤٠,٣	٤٣,٨	٤٧,٠	٥٠,٩	٥٣,٣	٥٩,٧

جدول (ى)

احتمالات الحصول على كا² من الجدول

د ح	كا² ,٠٠٥	كا² ,٠١	كا² ,٠٢٥	كا² ,٠٥	كا² ,١٠	كا² ,٢٥	كا² ,٥٠
١	٠٠	٠٠	٠٠	٠٠	,٠٢	,١٠	,٤٥٠
٢	,٠١	,٠٢	,٠٥	,١٠	,٢١	,٥٨	١,٤
٣	,٠٧	,١١	,٢٢	,٣٥	,٥٨	١,٢١	٢,٤
٤	,٢١	,٣٠	,٤٨	,٧١	١,١	١,٩٢	٣,٤
٥	,٤١	,٥٥	,٨٣	١,١	١,٦	٢,٧	٤,٤
٦	,٦٨	,٨٧	١,٢	١,٦	٢,٢	٣,٥	٥,٤
٧	,٩٩	١,٢٤	١,٧	٢,٢	٢,٨	٤,٣	٦,٤
٨	١,٣	١,٦٥	٢,٢	٢,٧	٣,٥	٥,١	٧,٣
٩	١,٧	٢,٠٩	٢,٧	٣,٣	٤,٢	٥,٩	٨,٣
١٠	٢,٢	٢,٥٦	٣,٢	٣,٩	٤,٩	٦,٧	٩,٣
١١	٢,٦	٣,٠٥	٣,٨	٤,٦	٥,٦	٧,٦	١٠,٣
١٢	٣,١	٣,٥٧	٤,٤	٥,٢	٦,٣	٨,٤	١١,٣
١٣	٣,٦	٤,١١	٥,٠	٥,٩	٧,٠	٩,٣	١٢,٣
١٤	٤,١	٤,٦٦	٥,٦	٦,٦	٧,٨	١٠,٢	١٣,٣
١٥	٤,٦	٥,٢٣	٦,٣	٧,٣	٨,٥	١١,٠	١٤,٣
١٦	٥,١	٥,٨١	٦,٩	٨,٠	٩,٣	١١,٩	١٥,٣
١٧	٥,٧	٦,٤١	٧,٦	٨,٧	١٠,١	١٢,٨	١٦,٣
١٨	٦,٣	٧,٠١	٨,٢	٩,٤	١٠,٩	١٣,٧	١٧,٣

(تابع) جدول (ى)

د ح	كا^{٢} ,٠٠٥	كا^{٢} ,٠١	كا^{٢} ,٠٢٥	كا^{٢} ,٠٥	كا^{٢} ,١٠	كا^{٢} ,٢٥	كا^{٢} ,٥٠
١٩	٦,٨	٧,٦٣	٨,٩	١٠,١	١١,٧	١٤,٦	١٨,٣
٢٠	٧,٤	٨,٢٦	٩,٦	١٠,٩	١٢,٤	١٥,٥	١٩,٣
٢١	٨,٠	٨,٩	١٠,٣	١١,٦	١٣,٢	١٦,٣	٢٠,٣
٢٢	٨,٦	٩,٥	١١,٠	١٢,٣	١٤,٠	١٧,٢	٢١,٣
٢٣	٩,٣	١٠,٢	١١,٧	١٣,١	١٤,٨	١٨,١	٢٢,٣
٢٤	٩,٩	١٠,٩	١٢,٤	١٣,٨	١٥,٧	١٩,٠	٢٣,٣
٢٥	١٠,٥	١١,٥	١٣,١	١٤,٦	١٦,٥	١٩,٩	٢٤,٣
٢٦	١١,٢	١٢,٢	١٣,٨	١٥,٤	١٧,٣	٢٠,٨	٢٥,٣
٢٧	١١,٨	١٢,٩	١٤,٦	١٦,٢	١٨,١	٢١,٧	٢٦,٣
٢٨	٢,٥	١٣,٦	١٥,٣	١٦,٩	١٨,٩	٢٢,٧	٢٧,٣
٢٩	١٣,١	١٤,٣	١٦,٠	١٧,٧	١٩,٨	٢٣,٦	٢٨,٣
٣٠	١٣,٨	١٥,٠	١٦,٨	١٨,٥	٢٠,٦	٢٤,٥	٢٩,٣

جدول (ك)

عوامل الأرقام الصحيحة من صفر - ٢٠

ن	ن !
.	١
١	١
٢	٢
٣	٦
٤	٢٤
٥	١٢٠
٦	٧٢٠
٧	٥٠٤٠
٨	٤٠٣٢٠
٩	٣٦٢٨٨٠
١٠	٣٦٢٨٨٠٠
١١	٣٩٩١٦٨٠٠
١٢	٤٧٩٠٠١٦٠٠
١٣	٦٢٢٧٠٢٠٨٠٠
١٤	٨٧١٧٨٢٩١٢٠٠
١٥	١٣٠٧٦٧٤٣٦٨٠٠٠
١٦	٢٠٩٢٢٧٨٩٨٨٨٠٠٠
١٧	٣٥٥٦٨٧٤٢٨٠٩٦٠٠٠
١٨	٦٤٠٢٣٧٣٧٠٥٧٢٨٠٠٠
١٩	١٢١٦٤٥١٠٠٤٠٨٨٣٢٠٠٠
٢٠	٢٤٣٢٩٠٢٠٠٨١٧٦٦٤٠٠٠٠

جدول (ل)

النسب الحرجة لتوزيع « ف »

دح للتباين الأكبر	دح للتباين الأصغر (الصف الأعلى عند ٠٥, ، الصف الأدنى عند ٠١,)										
	٨	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨	٢٠	٢٤	٢٨	٣٢	٣٦
١	٥,٣٢	٤,٩٦	٤,٧٥	٤,٦٠	٤,٤٩	٤,٤١	٤,٣٥	٤,٢٦	٤,٢٠	٤,١٥	٤,١١
	١١,٢٦	١٠,٠٤	٩,٣٣	٨,٨٦	٨,٥٣	٨,٢٨	٨,١٠	٧,٨٢	٧,٦٤	٧,٥٠	٧,٣٩
٢	٤,٤٦	٤,١	٣,٨٨	٣,٧٤	٣,٦٣	٣,٥٥	٣,٤٩	٣,٤٠	٣,٣٤	٣,٣٠	٢,٢٦
	٨,٦٥	٧,٥٦	٦,٩٣	٦,٥١	٦,٢٣	٦,٠١	٥,٨٥	٥,٦١	٥,٤٥	٥,٣٤	٢,٢٥
٣	٤,٠٧	٣,٧١	٣,٤٩	٣,٣٤	٣,٢٤	٣,١٦	٣,١٠	٣,٠١	٢,٩٥	٢,٩٠	٢,٨٦
	٧,٥٩	٦,٥٥	٥,٩٥	٥,٥٦	٥,٢٩	٥,٠٩	٤,٩٤	٤,٧٢	٤,٥٧	٤,٤٦	٤,٣٨
٤	٣,٨٤	٣,٤٨	٣,٢٦	٣,١١	٣,٠١	٢,٩٣	٢,٨٧	٢,٧٨	٢,٧١	٢,٦٧	٢,٦٣
	٧,٠١	٥,٩٩	٥,٤١	٥,٠٣	٤,٧٧	٤,٥٨	٤,٤٣	٤,٢٢	٤,٠٧	٣,٩٧	٣,٨٩
٥	٣,٦٩	٣,٣٣	٣,١١	٢,٩٦	٢,٨٥	٢,٧٧	٢,٧١	٢,٦٢	٢,٥٦	٢,٥١	٢,٤٨
	٦,٦٢	٥,٦٤	٥,٠٦	٤,٦٩	٤,٤٤	٤,٢٥	٤,١٠	٣,٩٠	٣,٧٦	٣,٦٦	٣,٥٨
٦	٣,٥٨	٣,٢٢	٣,٠٠	٢,٨٥	٢,٧٤	٢,٦٦	٢,٦	٢,٥١	٢,٤٤	٢,٤٠	٢,٣٦
	٦,٣٧	٥,٣٩	٤,٨٢	٤,٤٦	٤,٢٠	٤,٠١	٣,٨٧	٣,٦٧	٣,٥٣	٣,٤٣	٣,٣٥

* النهايات العليا للتوزيعات فقط .

(تابع) جدول (ل)

دح للتباين الأكبر	دح للتباين الأصغر (الصف الأعلى عند ٠٫٠٥ ، الصف الأدنى عند ٠٫٠١)										
	٨	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨	٢٠	٢٤	٢٨	٣٢	٣٦
٧	٣,٥	٣,١٤	٢,٩٢	٢,٧٧	٢,٦٦	٢,٥٨	٢,٥٢	٢,٤٣	٢,٣٦	٢,٣٢	٢,٢٨
	٦,١٩	٥,٢١	٤,٦٥	٤,٢٨	٤,٠٣	٣,٨٥	٣,٧١	٣,٥٠	٣,٣٦	٣,٢٥	٣,١٨
٨	٣,٤٤	٣,٠٧	٢,٨٥	٢,٧٠	٢,٥٩	٢,٥١	٢,٤٥	٢,٣٦	٢,٢٩	٢,٢٣	٢,٢١
	٦,٠٣	٥,٠٦	٤,٥٠	٤,١٤	٣,٨٩	٣,٧١	٣,٥٦	٣,٣٦	٣,٢٢	٣,١٢	٣,٠٤
٩	٣,٣٩	٣,٠٢	٢,٨٠	٢,٦٥	٢,٥٤	٢,٤٦	٢,٤٠	٢,٣٠	٢,٢٤	٢,١٩	٢,١٥
	٥,٩١	٤,٩٥	٤,٣٩	٤,٠٣	٣,٧٨	٣,٦٠	٣,٤٥	٣,٢٥	٣,١١	٣,٠١	٢,٩٤
١٠	٣,٣٥	٢,٩٧	٢,٧٦	٢,٦٠	٢,٤٩	٢,٤١	٢,٣٥	٢,٢٦	٢,١٩	٢,١٤	٢,١٠
	٥,٨٢	٤,٨٥	٤,٣٠	٣,٩٤	٣,٦١	٣,٥١	٣,٣٧	٣,١٧	٣,٠٣	٢,٩٤	٢,٨٦
١١	٣,٣١	٢,٩٤	٢,٧٢	٢,٥٦	٢,٤٥	٢,٣٧	٢,٣١	٢,٢٢	٢,١٥	٢,١٠	٢,٠٦
	٥,٧٤	٤,٧٨	٤,٢٢	٣,٨٦	٣,٦١	٣,٤٤	٣,٣٠	٣,٠٩	٢,٩٥	٢,٨٦	٢,٧٨
١٢	٣,٢٨	٢,٩١	٢,٦٩	٢,٥٣	٢,٤٢	٢,٣٤	٢,٢٨	٢,١٨	٢,١٢	٢,٠٧	٢,٠٣
	٥,٦٧	٤,٧١	٤,١٦	٣,٨٠	٣,٥٥	٣,٣٧	٣,٢٣	٣,٠٣	٢,٩٠	٢,٨٠	٢,٧٢
١٤	٣,٢٣	٢,٨٦	٢,٦٤	٢,٤٨	٢,٣٧	٢,٢٩	٢٢,٢٣	٢,١٣	٣,٠٦	٢,٠٢	١,٨٩
	٥,٥٦	٤,٦٠	٤,٠٥	٣,٧٠	٣,٤٥	٣,٢٧	٣,١٣	٢,٩٣	٢,٨٠	٢,٧٠	٢,٦٢

(تابع) جدول (ل)

د ح للتباين الأكبر	د ح للتباين الأصغر (الصف الأعلى عند ٠٥, ، الصف الأدنى عند ٠١,)										
	٨	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨	٢٠	٢٤	٢٨	٣٢	٣٦
١٦	٣,٢٠	٢,٨٢	٢,٦٠	٢,٤٤	٢,٣٣	٢,٢٥	٢,١٨	٢,٠٩	٢,٠٢	١,٩٧	١,٩٣
	٥,٤٨	٤,٥٢	٣,٩٨	٣,٦٢	٣,٣٧	٣,١٩	٣,٠٥	٢,٨٥	٢,٧١	٢,٦٢	٢,٥٤
٢٠	٣,١٥	٢,٧٧	٢,٥٤	٢,٣٩	٢,٢٨	٢,١٩	٢,١٢	٢,٠٢	١,٩٦	١,٩١	١,٨٧
	٥,٣٦	٤,٤١	٣,٨٦	٣,٥١	٣,٢٥	٣,٠٧	٢,٩٤	٢,٧٤	٢,٦٠	٢,٥١	٢,٤٣
٢٤	٣,١٢	٢,٧٤	٢,٥٠	٢,٣٥	٢,٢٤	٢,١٥	٢,٠٨	١,٩٨	١,٩١	١,٨٦	١,٨٢
	٥,٢٨	٤,٣٣	٣,٧٨	٣,٤٣	٣,١٨	٣,٠٠	٢,٨٦	٢,٦٦	٢,٥٢	٢,٤٢	٢,٣٥
٣٠	٣,٠٨	٢,٧٠	٢,٤٦	٢,٣١	٢,٢٠	٢,١١	٢,٠٤	١,٩٤	١,٨٧	١,٨٢	١,٧٨
	٥,٢٠	٤,٢٥	٣,٧٠	٣,٣٤	٣,١٠	٢,٩١	٢,٧٧	٢,٥٨	٢,٤٤	٢,٣٤	٢,٢٦
٥٠	٣,٠٢	٢,٦٤	٢,٤٠	٢,٢٤	٢,١٣	٢,٠٤	١,٩٦	١,٨٦	١,٧٨	١,٧٤	١,٦٩
	٥,٠٦	٤,١٢	٣,٥٦	٣,٢١	٢,٩٦	٢,٧٨	٢,٦٣	٢,٤٤	٢,٣٠	٢,٢٠	٢,١٢
١٠٠	٢,٩٨	٢,٥٩	٢,٣٥	٢,١٩	٢,٠٧	١,٩٨	١,٩٠	١,٨٠	١,٧٢	١,٦٧	١,٦٢
	٤,٩٦	٤,٠١	٣,٤٦	٣,١١	٢,٨٦	٢,٦٨	٢,٥٣	٢,٣٣	٢,١٨	٢,٠٨	١,٠٠

(تابع) جدول (ل)

دح للتباين الأكبر	دح للتباين الأصغر (الصف الأعلى عند ٠,٠٥ ، الصف الأدنى عند ٠,٠١)										
	٤٢	٤٨	٥٥	٦٥	٨٠	١٠٠	١٢٥	١٥٠	٢٠٠	٤٠٠	١٠٠٠
١	٤,٠٧	٤,٠٤	٤,٠٢	٣,٩٩	٣,٩٦	٣,٩٤	٣,٩٢	٣,٩١	٣,٨٩	٣,٨٦	٣,٨٥
	٧,٢٧	٧,١٩	٧,١٢	٧,٠٤	٦,٩٦	٦,٩٠	٦,٨٤	١,٨١	٦,٧٦	٦,٧٠	٦,٦٦
٢	٣,٢٢	٣;١٩	٣,١٧	٣,١٤	٣,١١	٣,٠٩	٣,٠٧	٣,٠٦	٣,٠٤	٣,٠٢	٣,٠٠
	٥,١٥	٥,٠٨	٥,٠١	٤,٩٥	٤,٨٨	٤,٨٢	٤,٧٨	٤,٧٥	٤,٧١	٤,٦٦	٤,٦٢
٣	٢,٨٣	٢,٨٠	٢,٧٨	٢,٧٥	٢,٧٢	٢,٧٠	٢,٦٨	٢,٦٧	٢,٦٥	٢,٦٢	٢,٦١
	٤,٢٩	٤,٢٢	٤,١٦	٤,١٠	٤,٠٤	٣,٩٨	٣,٩٤	٣,٩١	٣,٨٨	٣,٨٣	٣,٨٠
٤	١,٥٩	٢,٥٦	٢,٥٤	٣,٥١	٢,٤٨	٢,٤٦	٢,٤٤	٢,٤٣	٢,٤١	٢,٣٩	٢,٣٨
	٣,٨٠٢	٣,٧٤٢	٣,٦٨٢	٣,٦٣٢	٣,٥٦٢	٣,٥١٢	٣,٤٧٢	٣,٤٤٢	٣,٤١٢	٣,٣٦٢	١,٣٤٢
٥	,٤٤	,٤١	,٣٨	,٣٦	,٣٣	,٣٠	,٢٩	,٢٧	,٢٦	,٢٣	,٢٢
	٣,٤٩	٣,٤٢	٣,٣٧	٣,٣١	٣,٢٥	٣,٢٠	٣,١٧	٣,١٤	٣,١١	٣,٠٦	٣,٠٤
٦	٢,٣٢	٢,٣٠	٢,٢٧	٢,٢٤	٢,٢١	٢,١٩	٢,١٧	٢,١٦	٢,١٤	٣,١٢	٣,١٠
	٣,٢٦	٣,٢٠	٣,١٥	٣,٠٩	٣,٠٤	٢,٩٩	٢,٩٥	٢,٩٢	٢,٩٠	٢,٨٥	٢,٨٢
٧	٢,٢٤	٢,٢١	٢,١٨	٢,١٥	٢,١٢	٢,١٠	٢,٠٨	٢,٠٧	٢,٠٥	٢,٠٣	٢,٠٢
	٣,١٠	٣,٠٤	٢,٩٨	٢,٩٣	٢,٨٧	٢,٨٢	٢,٧٩	٢,٧٦	٢,٧٣	٢,٦٩	٢,٦٦

(تابع) جدول (ل)

دح للتباين الأكبر	دح للتباين الأصغر (الصف الأعلى عند ٠,٠٥ ، الصف الأدنى عند ٠,٠١)										
	٤٢	٤٨	٥٥	٦٥	٨٠	١٠٠	١٢٥	١٥٠	٢٠٠	٤٠٠	١٠٠٠
٨	٢,١٧	٢,١٤	٢,١١	٢,٠٨	٢,٠٥	٢,٠٣	٢,٠١	٢,٠٠	١,٩٨	١,٩٦	١,٩٥
	٢,٦٩	٢,٩٠	٢,٨٥	٢,٧٩	٢,٧٤	٢,٦٩	٢,٦٥	٢,٦٢	٢,٦٠	٢,٥٥	٢,٥٣
٩	٢,١١	٢,٠٨	٢,٠٥	٢,٠٢	١,٩٩	١,٩٧	١,٩٥	١,٩٤	١,٩٢	١,٩٠	١,٨٩
	٢,٨٦	٢,٨٠	٢,٧٥	٢,٧٠	٢,٦٤	٢,٥٩	٢,٥٦	٢,٥٣	٢,٥٠	٢,٤٦	٢,٤٣
١٠	٢,٠٦	٢,٠٣	٢,٠٠	١,٩٨	١,٩٥	١,٩٢	١,٩٠	١,٨٩	١,٨٧	١,٨٥	١,٨٤
	٢,٧٧	٢,٧١	٢,٦٦	٢,٦١	٢,٥٥	٢,٥١	٢,٤٧	٢,٤٤	٢,٤١	٢,٣٧	٢,٣٤
١١	٢,٠٢	١,٩٩	١,٩٧	١,٩٤	١,٩١	١,٨٨	١,٨٦	١,٨٥	١,٨٣	١,٨١	١,٨٠
	٢,٧٠	٢,٦٤	٢,٥٩	٢,٥٤	٢,٤٨	٢,٤٣	٢,٤٠	٢,٣٧	٢,٣٤	٢,٢٩	٢,٢٦
١٢	١,٩٩	١,٩٦	١,٩٣	١,٩٠	١,٨٨	١,٨٥	١,٨٣	١,٨٢	١,٨٠	١,٧٨	١,٧٦
	٢,٦٤	٢,٥٨	٢,٥٣	٢,٤٧	٢,٤١	٢,٣٦	٢,٣٣	٢,٣٠	٢,٢٨	٢,٢٣	٢,٢٠
١٤	١,٩٤	١,٩٠	١,٨٨	١,٨٥	١,٨٢	٢,٧٩	١,٧٧	١,٧٦	١,٧٤	١,٧٢	١,٧٠
	٢,٥٤	٢,٤٨	٢,٤٣	٢,٣٧	٢,٣٢	٢,٢٦	٢,٢٣	٢,٢٠	٢,١٧	٢,١٢	٢,٠٩
١٦	١,٨٩	١,٨٦	١,٨٣	١,٨٠	١,٧٧	١,٧٥	١,٧٢	٢,٧١	١,٦٩	١,٦٧	١,٦٥
	٢,٤٦	٢,٤٠	٢,٣٥	٢,٣٠	٢,٢٤	٢,١٩	٢,١٥	٢,١٢	٢,٠٩	٢,٠٤	٢,٠١

(تابع) جدول (ل)

د ح للتباين الأكبر	د ح للتباين الأصغر (الصف الأعلى عند ٠٥. ، الصف الأدنى عند ٠١.)										
	٤٢	٤٨	٥٥	٦٥	٨٠	١٠٠	١٢٥	١٥٠	٢٠٠	٤٠٠	١٠٠٠
٢٠	١,٨٢	١,٧٩	١,٧٦	١,٧٣	١,٧	١,٦٨	١,٦٥	١,٦٤	١,٦٢	١,٦٠	١,٥٨
	٢,٣٥	١,٢٨	٢,٢٣	٢,١٨	٢,١١	٢,٠٦	٢,٠٣	٢,٠٠	١,٩٧	١,٩٢	١,٨٩
٢٤	١,٧٨	١,٧٤	١,٧٢	١,٦٨	١,٦٥	١,٦٣	١,٦٠	١,٥٩	١,٥٧	١,٥٤	١,٥٣
	٢,٢٦	٢,٢٠	٢,١٥	٢,٠٩	٢,٠٣	١,٩٨	١,٩٤	١,٩١	١,٨٨	١,٨٤	١,٨١
٣٠	١,٧٣	١,٧٠	١,٦٧	١,٦٣	١,٦٠	١,٥٧	١,٥٥	١,٥٤	١,٥٢	١,٤٩	١,٤٧
	٢,١٧	٢,١١	٢,٠٦	٢,٠٠	١,٩٤	١,٨٩	١,٨٥	١,٨٣	١,٧٩	١,٧٤	١,٧١
٥٠	١,٦٤	١,٦١	١,٥٨	١,٥٤	١,٥١	١,٤٨	١,٤٥	١,٤٤	١,٤٢	١,٣٨	١,٣٦
	٢,٠٢	١,٩٦	١,٩٠	١,٨٤	١,٧٨	١,٧٣	١,٦٨	١,٦٦	١,٦٢	١,٥٧	١,٣٤
١٠٠	١,٥٧	١,٥٣	١,٥٠	١,٤٦	١,٤٢	١,٣٩	١,٣٦	١,٣٤	١,٣٢	١,٢٨	١,٢٦
	١,٩١	١,٨٤	١,٧٨	١,٧١	١,٦٥	١,٥٩	١,٥٤	١,٥١	١,٤٨	١,٤٢	١,٣٨

